

Московский государственный университет
имени М.В.Ломоносова

На правах рукописи

Шайхутдинов Альберт Рузалевич

**Методы решения задач баллистики
и навигации космических аппаратов**

1.3.1 – Физика космоса, астрономия

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва – 2023

Работа выполнена на кафедре небесной механики, астрометрии и гравиметрии
физического факультета МГУ имени М.В.Ломоносова.

Научный руководитель: **Жаров Владимир Евгеньевич**
доктор физико-математических наук, профессор

Официальные оппоненты: **Перепёлкин Вадим Владимирович**
доктор физико-математических наук, профессор кафедры мехатроники и теоретической механики Московского авиационного института

Кузнецов Эдуард Дмитриевич
доктор физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой астрономии, геодезии, экологии и мониторинга окружающей среды, ведущий научный сотрудник научной лаборатории астрохимических исследований Института естественных наук и математики Уральского федерального университета имени первого Президента России Б.Н.Ельцина

Захваткин Михаил Витальевич
кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник Института прикладной математики им. М.В.Келдыша

Защита диссертации состоится 21 декабря 2023 г. в 14 часов на заседании диссертационного совета *МГУ.013.1* Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова по адресу: 119234, Москва, Университетский пр., д. 13, конференц-зал.

E-mail: chivelazur@gmail.com

С диссертацией можно ознакомиться в отделе диссертаций научной библиотеки МГУ имени М.В. Ломоносова (Ломоносовский проспект, д. 27) и на портале:
<https://dissovet.msu.ru/dissertation/013.1/2778>

Автореферат разослан 16 ноября 2023 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
д.ф.-м.н.

А.И. Богомазов

Общая характеристика работы

Актуальность темы исследования

Космическая отрасль играет важную роль в нашей жизни и имеет большой потенциал для будущего развития. Ежегодно осуществляется более 100 запусков, а число активных ИСЗ уже превысило 7000. Космические проекты позволяют нам лучше изучить Землю, решить фундаментальные задачи геодезии, получить возможности для исследования дальнего космоса, недоступные при наблюдениях с поверхности Земли. Глобальные навигационные системы являются неотъемлемой частью жизни современного человека и играют ключевую роль в защите национальных интересов. Дистанционное зондирование Земли позволяет получать оперативную информацию о труднодостижимых географических точках, что особенно актуально для протяженной территории России.

Любой космический проект требует решения задач баллистики и навигации космических аппаратов (КА), а для некоторых миссий выбор орбиты является определяющим фактором достижения поставленных целей. Основные методы решения задач баллистико-навигационного обеспечения (БНО) – численные – предоставляются в виде готовых программ или библиотек.

На сегодняшний день существует множество инструментов для решения общих задач БНО, но только единичные зарубежные продукты могут быть использованы в качестве основы для решения специализированных задач. Поэтому развитие численных методов решения задач баллистики и навигации КА, которые можно расширить для решения специализированных задач, является актуальным вопросом.

Степень разработанности темы исследования

В современной небесной механике можно выделить три группы методов: аналитические, численные, качественные [1].

Аналитические методы позволяют рассчитывать приближенные положения и скорости небесных тел на заданные моменты времени, минуя промежу-

точные значения. Однако они требуют большой трудоемкости и становятся громоздкими при расчетах на больших интервалах времени. Кроме того, не все космические объекты могут быть исследованы с помощью аналитических методов. Качественные методы позволяют судить о свойствах движений без полного интегрирования дифференциальных уравнений. Численные методы, в свою очередь, могут быть применены для расчета движений любых небесных тел с заданной точностью, но они подвержены накоплению погрешности при увеличении интервала интегрирования. В современной небесной механике успешно используются все три группы [1], однако с развитием вычислительной техники для решения большого количества комплексных задач все чаще используются именно численные методы [2, 3].

С точки зрения реализации все численные методы представлены в виде программного-математического обеспечения (ПМО).

В открытом доступе наиболее популярны три решения, два из которых являются платными:

1. Systems Tool Kit, STK [4] – проприетарный продукт AGI¹, предназначенный для решения широкого спектра задач БНО, включая обширные военные приложения.

2. FreeFlyer – проприетарный продукт a.i.solutions, предназначенный для решения широкого спектра задач астродинамики, включая численное моделирование движение КА, планирование маневров и рандеву, определение параметров орбиты по результатам наблюдения, моделирование вращения КА. Продукт используется в ЦУП NASA и проверен временем на более чем 250 проектах, включая крупные, такие как James Webb Space Telescope [5], GPS, МКС [6].

3. General Mission Analysis Tool, GMAT – бесплатный продукт NASA [7], предназначенный для решения общих задач БНО. Спектр решаемых задач аналогичен FreeFlyer, но сами возможности более урезанные, а документация продукта неполная.

¹ Ansys Government Initiatives.

STK и FreeFlyer безусловно являются лидерами, но бесплатные лицензии доступны только в учебных целях с ограниченными функциями. GMAT является неплохой альтернативой, но с меньшей функциональностью, не гарантирующей точность и стабильность расчетов².

Существует и другое ПМО для решения специализированных задач, например, Bernese GNSS Software [8], но в рамках данной работе интерес представляют именно универсальные методы и подходы решения задач баллистико-навигационного обеспечения.

Помимо готовых решений стоит отметить библиотеки:

1. SPICE – масштабная библиотека NAIF³ NASA, предназначенная в первую очередь для работы с эфемеридами [9, 10].

2. SOFA⁴ – набор функций, рутин и алгоритмов, реализующих стандарты фундаментальной астрономии [11].

3. Orekit – библиотека CS Group, предназначенная для решения задач БНО [12]. В отличие от SPICE решает непосредственно задачи моделирования движения КА, расчет рандеву, координатно-временные преобразования, расчет маневров и определение параметров орбиты по измерениям.

Помимо отмеченного здесь ПМО есть и другие решения⁵, но, к сожалению, на сегодняшний день нет общедоступного отечественного ПМО подобного рода.

К-РСДБ проекты.

Сейчас в АКЦ ФИАН активно ведутся разработки космического радиотелескопа (КРТ) Спектр-М проекта Миллиметрон. Он будет проводить наблюдения не только в режиме К-РСДБ, но и в режиме одиночной антенны со сверхвысокой чувствительностью. При этом телескоп будет снабжен системами активного и пассивного охлаждения, которые позволят охладить зеркало

² Периодически при выполнении расчетов GMAT останавливается с различными ошибками, чего не случается, например, с STK.

³ Navigation and Ancillary Information Facility.

⁴ Standards of Fundamental Astronomy.

⁵ Например, <https://www.nasa.gov/smallsat-institute/space-mission-design-tools> (доступ 2023-05-14)

до 10 К, а приемную аппаратуру до 5 К. Зеркало состоит из 24 лепестков, его диаметр 10 метров. Наблюдения будут проводиться на частотах 22, 43, 100 и 240 ГГц [13, 14].

Спектр научных задач, которые будет решать Миллиметрон, охватывает все масштабы Вселенной: от изучения протопланетных дисков в Галактике до исследования тонких космологических эффектов, таких как флуктуации реликтового фона [15, 16]. Приоритетной научной задачей в режиме К-РСДБ является построение изображений (под изображением здесь и далее подразумевается интенсивность) теней сверхмассивных черных дыр (СМЧД), таких как Sgr A*, M87, OJ287 и др.

Для обеспечения сверхвысокой чувствительности в одиночном режиме КРТ будет снабжен системами активного и пассивного охлаждения, которые позволят охладить главное зеркало телескопа до 20 К, а приемники излучения – до 4 К.

Изначально предполагалось использовать высокую сильно эллиптическую орбиту с существенной эволюцией элементов орбиты [13, 14, 16], чтобы получать хорошие UV-заполнения. Однако из-за технических ограничений со стороны системы обеспечения теплового режима (СОТР), крайне важной для режима одиночной антенны, пришлось отказаться от этого варианта в пользу гало-орбиты. Ограничение со стороны СОТР связано с периодической, практически неизбежной засветкой КРТ от Земли и Луны на околоземных орбитах. Возможность проведения наблюдений в режиме К-РСДБ на гало-орбите исследованы недостаточно полно. Поэтому существует необходимость провести более детальное исследование текущего варианта орбиты с точки зрения режима К-РСДБ.

В наиболее поздних работах по К-РСДБ все чаще рассматривают системы из нескольких КРТ [17–23], в связи с чем вопрос выбора оптимальной конфигурации и планирования наблюдений становится все более актуальным и нетривиальным.

Несмотря на то, что расчет непосредственно одной орбиты вполне возмож-

но сделать с помощью упомянутых выше решений, для поиска оптимальной конфигурации необходимо учитывать специфику РСДБ наблюдений. Поэтому базовых методов, предлагаемых в существующих ПМО, недостаточно, а их расширение далеко не всегда возможно.

Группировки ДЗЗ.

ДЗЗ позволяет получать данные о состоянии окружающей среды на больших территориях в режиме реального времени. Это позволяет ученым и исследователям получать более точные и полные данные, которые могут быть использованы для принятия важных решений в различных областях.

Например, в сельском хозяйстве спутниковые снимки активно используются для автоматического определения контуров полей, учета распаханых земель и для контроля вегетации культур [24, 25].

В случае использования группировки спутников для проведения съемки возникает задача планирования сеансов, и для больших группировок, состоящих из десятков КА, решение этой задачи имеет высокую комбинаторную сложность и может приводить к комбинаторному взрыву. Поэтому довольно часто используются эвристические методы, которые приносят практическую пользу при относительно небольших вычислительных затратах [26–30].

В АО Ситроникс ведется разработка спутниковой группировки ДЗЗ из порядка 200 КА, в связи с чем возникла задача поиска оптимального режима группировки для получения наибольшего объема данных ДЗЗ. Расчет траекторий и видимостей был произведен с помощью STK, однако решить задачу оптимизации с учетом специфики проекта предлагаемыми методами STK нельзя.

Цели и задачи диссертационной работы

Цель данной работы заключается в разработке и применении методов и подходов, которые могут быть использованы в решении широкого спектра задач баллистики и навигации КА.

Для достижения поставленной цели были рассмотрены следующие задачи:

1. Разработать методы решения задач БНО:

- выполнить обзор существующих решений,
- собрать, проанализировать и валидировать требования к методам.
- реализовать методы в виде программно-математического обеспечения (ПМО) и протестировать разработанную функциональность,

2. Применить разработанные методы в контексте К-РСДБ:

- изучить проблему выбора орбиты в К-РСДБ проектах,
- выполнить анализ номинальной орбиты КА Спектр-М проекта Миллиметрон,
- рассмотреть альтернативные варианты орбиты Спектр-М.

3. Применить разработанные методы в контексте ДЗЗ:

- проанализировать исходную постановку задачи,
- определить оптимальный режим работы спутниковой группировки ДЗЗ Ситроникс,
- сформулировать предложения по оптимизации конфигурации группировки.

Научная новизна

1. Впервые разработан параллельный алгоритм для расчета коэффициентов Стокса на основе метода Холмса, который позволяет кратно увеличить скорость расчета орбит КА.
2. Разработан новый метод преобразования систем координат и шкал времени с использованием графов и кэшей. Данный метод позволяет быстро и эффективно проводить координатно-временные преобразования.

3. В результате анализа номинальной орбиты Миллиметрона разработанными методами были выявлены ранее неизвестные недостатки выбранной гало-орбиты в режиме К-РСДБ.
4. Впервые сформулирован критерий оценки эффективности и разработан метод на основе проекции Мольвейде для качественного анализа орбит около точки Лагранжа L2 системы Солнце-(Земля+Луна).
5. Сформулирован обобщенный подход оптимизации орбит К-РСДБ проектов, с помощью которого получен альтернативный вариант орбиты для проекта Миллиметрон, дающий лучшие UV-покрытия для целевых источников.
6. Разработан простой и эффективный метод для планирования передачи данных с крупных спутниковых группировок, включающих более 100 КА.

Теоретическая и практическая значимость

Теоретическая значимость

1. Собранные и проанализированные требования могут быть использованы для разработки новых методов решения задач БНО.
2. Сформулированный в данной работе обобщенный подход к оптимизации орбит К-РСДБ проектов может быть использован при проектировании и исследовании будущих миссий подобного рода.
3. Сформулированный в данной работе подход к оптимизации режима работы группировки ДЗЗ может быть использован в том числе для поиска наилучшей конфигурации самой группировки и выбора оптимального наземного контура.

Практическая значимость

1. Разработанное в рамках данной работы ПМО позволяет решать большое количество задач баллистики и навигации КА не только в научно-исследовательских, но и в учебных целях. ПМО может стать основой для создания единого решения, которое могло бы использоваться для отечественных космических проектов.
2. Разработанные методы и алгоритмы кратно ускоряют расчеты орбит, особенно при использовании моделей сил с большим числом гармоник гравитационного поля Земли.
3. Результаты анализа номинальной орбиты Спектр-М открыли ранее неисследованные проблемы, решение которых позволит увеличить эффективность Миллиметрона.
4. Предложенный альтернативный вариант орбиты Спектр-М может существенно увеличить эффективность всей миссии, однако техническая реализация такой орбиты остается под вопросом.
5. Определен оптимальный режим работы спутниковой группировки ДЗЗ АО Ситроникс.

Методы исследования

Теоретико-методологической базой диссертации являются работы зарубежных и российских авторов по теме диссертации.

На протяжении всей работы основными методами исследования являются анализ и синтез. В контексте оптимизации К-РСДБ применяется метод обобщения как при формировании общего подхода, так и при обобщении результатов анализа гало-орбит на другие семейства орбит. Поиск оптимальной орбиты Миллиметрона использует метод апертурного синтеза, а при расчетах и анализе орбит используются как аналитические (для качественного анализа), так и численные (для количественного анализа) методы.

В процессе разработки требований были изучены кодовая база и документация различного ПМО, научно-техническая литература. Также сбор требований проводился путем опроса экспертов. Тестирование ПМО осуществлялось путем сравнения с расчетами, выполненными ранее проверенными средствами.

Эфемериды номинальной орбиты Миллиметрона были предоставлены АКЦ ФИАН, характеристики спутников и параметры орбит группировки ДЗЗ были предоставлены АО Ситроникс.

В рамках данной работы использовалось следующее программное обеспечение:

1. Компилятор C++17 MSVC и Microsoft Visual Code для написания кода ПМО.
2. Стороннее программное обеспечение, перечисленное в разделе 1.1.4 Архитектура текст диссертации.
3. GIT для версионирования кодовой базы.
4. Wolfram Mathematica для вспомогательных расчетов и отрисовки графиков.
5. draw.io для создания логических схем ПМО.
6. GMAT для проверки корректности расчетов.
7. Microsoft Excel 2013 для анализа данных и построения графиков.
8. LaTeX для написания текста работы.

Положения, выносимые на защиту

1. Реализованы методы решения задач баллистики и навигации КА в виде ПМО, которые могут быть использованы в решении широкого спектра общих и специализированных задач БНО.

2. Разработан многопоточный алгоритм Холмса, который позволяетратно увеличить скорость расчета орбит КА и более эффективно утилизировать процессорное время.
3. Предложен обобщенный подход к оптимизации К-РСДБ проектов, который может быть использован для поиска оптимальных орбит К-РСДБ проектов.
4. Номинальная гало-орбита Спектр-М имеет ряд недостатков для проведения наблюдений в режиме К-РСДБ.
5. Комбинированная орбита в качестве альтернативного варианта орбиты Миллиметрона может существенно увеличить эффективность всей миссии, однако техническая реализуемость этого вида орбит остается под вопросом до уточнения технических характеристик Спектр-М.
6. Возможно реализовать режим работы спутниковой группировки АО Ситроникс, позволяющий за две недели передавать на Землю порядка 800 ТБ данных и утилизировать систему максимально эффективно.

Степень достоверности

Результаты вычислений и корректность работы разработанных методов и ПМО проверялись путем сравнения с аналогичными расчетами в GMAT [7] и с расчетами, выполненными в ЦНИИМАШ и ИПМ им. М.В. Келдыша. Также ряд алгоритмов был проверен экспертами АО Ситроникс, занимающимися разработкой спутниковой группировкой.

Публикации по теме исследования

Основные результаты по теме диссертации изложены в 5 печатных изданиях, в том числе в 4 статьях в рецензируемых научных журналах, индексируемых Web of Science и Scopus, и в 1 статье в рецензируемом научном журнале, индексируемом РИНЦ:

A1. Simulations of M87 and Sgr A* imaging with the Millimetron Space Observatory on near-Earth orbits. / Andrianov A., Baryshev A., Falcke H., Girin, I., Thijs de Graauw, Kostenko V., Kudriashov V., Ladygin V., Likhachev S., Roelofs F., Rudnitskiy A., Shaykhutdinov A., Shchekinov Y., Shchurov M. / Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 500. 4866-4877 (2021). WoS IF2022: 4.800

A2. Перспективы использования гало-орбиты в окрестности точки либрации L2 системы Солнце-Земля для наземно-космического радиоинтерферометра Миллиметрон / Шайхутдинов А.Р., Костенко В.И. / Космические исследования т. 58, с. 434-442 (2020)⁶. WoS IF2022: 0.600

A3. Программа для расчета эффекта Доплера в спектрах космических радиоисточников Dopplex / Запевалин П.Р., Сячина Т.А., Шайхутдинов А.Р., Костенко В.И. / Вестник Московского университета. серия 3: физика. астрономия т. 2, с. 49-52 (2020)⁷. WoS IF2022: 0.300

A4. Программа Lineviewer пакета Astro Space Locator (ASL) для построения и обработки усреднённых спектров / Щуров М.А., Авдеев В.Ю., Гирин И.А., Костенко В.И., Лихачев С.Ф., Лодыгин В.А., Рудницкий А.Г., Шайхутдинов А.Р. / Краткие сообщения по физике № 4, с. 38-45 (2019)⁸. WoS IF2022: 0.400

A5. Возможные конфигурации орбиты наземно-космического радиоинтерферометра «Миллиметрон» / Шайхутдинов А.Р., Рудницкий А.Г., Лихачев С.Ф., Костенко В.И., Андрианов А.С. / Труды Института прикладной астрономии РАН № 47, с. 72-78 (2018). РИНЦ IF2021: 0.106

⁶ Prospects for Using the Halo-Orbit in the Vicinity of the L2 Libration Point of the Sun–Earth System for the Ground-Space Millimetron Radio Interferometer / Shaykhutdinov A.R., Kostenko V.I. / Cosmic Res 58, 393–401 (2020)

⁷ The Program for Calculating the Doppler Effect in the Spectra of Cosmic Radio Sources: Dopplex / Zapevalin P.R., Syachina T.A., Shaykhutdinov A.R., Kostenko V.I. / Moscow University Physics Bulletin vol. 75, № 2, 163-166 (2020)

⁸ Lineviewer Program of the Astro Space Locator (ASL) Package for Constructing and Processing Averaged Spectra / Shchurov M.A., Avdeev V.Yu, Girin I.A., Kostenko V.I., Likhachev S.F., Lodigin V.A., Rudnitskiy A.G., Shaykhutdinov A.R. / Bulletin of the Lebedev Physics Institute, vol. 46, № 4, 133-137 (2019)

Апробация результатов

Основные результаты диссертации докладывались и обсуждались на следующих конференциях:

1. В 2018 году, Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов-2018», Москва.
2. В 2018 году, XXXV Всероссийская конференция «Актуальные проблемы внегалактической астрономии», Пущино.
3. В 2018 году, V Российско-Китайское экспо: Круглый стол «Исследование дальнего космоса», Екатеринбург.
4. В 2018 году, Всероссийская радиоастрономическая конференция «Радиотелескопы, аппаратура и методы радиоастрономии», Санкт-Петербург.
5. В 2019 году, Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов-2019», Москва - 2 доклада.
6. В 2019 году, XVI Конференция молодых ученых, посвященная Дню космонавтики, «Фундаментальные и прикладные космические исследования», ИКИ РАН, Москва.
7. В 2019 году, Восьмая Всероссийская конференция «Фундаментальное и прикладное координатно-временное и навигационное обеспечение», Санкт-Петербург.
8. В 2020 году, Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов-2020», Москва.
9. В 2023 году, Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов 2023», Москва.
10. В 2023 году, 5-ый международный хакатон "Лидеры Цифровой Трансформации 2023 Москва.

Личный вклад автора

Содержание диссертации и основные положения, выносимые на защиту, отражают персональный вклад автора в опубликованные работы.

Подготовка к публикации полученных результатов проводилась совместно с соавторами, причем вклад диссертанта был определяющим. Все представленные в диссертации результаты получены лично автором. Диссертант непосредственно сам участвовал на конференциях и защищал полученные результаты.

В работе А1 автор выработал подход для поиска оптимальных конфигураций орбит, реализовал алгоритмы и ПМО для расчетов, непосредственно выполнил сами расчеты и определил итоговые орбиты, исходя из требований к научной программе. Также автор построил UV-заполнения с учетом видимостей источников, участвовал в подготовке материалов к публикации. Вклад автора: 30%.

В работе А2 автор выполнил полномасштабный анализ номинальной орбиты Миллиметрон, реализовал и протестировал 100% алгоритмов, под руководством В.И. Костенко разработал метод Мольвейде для анализа К-РСДБ, а также провел все необходимые расчеты и сформулировал заключение, подготовил материалы к публикации. Вклад автора 80%.

В работе А3 автор получил теоретические формулы для расчета эффекта Доплера с приведением на локальный стандарт покоя и для оценки вклада учета тех или иных эффектов в итоговый результат. Автор сформулировал задачу для соавторов, непосредственно с соавторами выполнял разработку алгоритмов и ПМО, готовил материалы к публикации. Вклад автора: 50%.

В работе А4 автор разработал, запрограммировал и протестировал быстрые алгоритмы для астрометрических расчетов, включая определение положения небесных тел. Вклад автора: 20%.

В работе А5 автор выполнил все расчеты в контексте анализа UV-плоскостей Миллиметрона, сформулировал направления для дальнейших исследований и подготовил материалы в публикации. Вклад автора: 80%.

Автор провел полномасштабный сбор и системный анализ требований к разрабатываемому ПМО, разработал многослойную модульную архитектуру ПМО и непосредственно написал 100% кода, включая автотесты. Диссертант разработал ряд новых алгоритмов и методов для решения задач баллистики и навигации КА, активно используемых в публикациях [А1-А5].

Автор сформулировал обобщенный подход к оптимизации орбит К-РСДБ проектов, провел полноценный анализ номинальной гало-орбиты Спектр-М и предложил варианты по оптимизации орбиты проекта Миллиметрон. Работы автора послужили основой для дальнейших исследований Астрокосмического Центра ФИАН⁹ в этом направлении.

Автор провел анализ задачи максимальной утилизации спутниковой группировки ДЗЗ, разрабатываемой в АО Ситроникс, и выработал гибкий подход к решению подобного рода задач на основе локальной оптимизации, а также рассчитал оптимальный режим работы проектируемой группировки.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, обзора литературы и программного обеспечения, 3 глав, заключения, словаря терминов, списка литературы и приложения. Общий объем диссертации 137 страниц, включая 28 рисунков и 9 таблиц. Библиография включает 125 наименований на 13 страницах.

Содержание работы

Во Введении обоснована актуальность диссертационной работы, сформулирована цель и аргументирована научная новизна исследований, показана практическая значимость полученных результатов, представлены выносимые на защиту научные положения.

В первой главе описана методология решения задач БНО с помощью разработанного ПМО `Uniorb`, которое было разработано в рамках данной рабо-

⁹ Физический институт имени П.Н. Лебедева.

ты.

В разделе **1.1. Программно-математическое обеспечение** описаны функции ПМО и общая методология, сформулированы исходные требования, обоснован выбор языка программирования C++ и описана архитектура ПМО. В этом же разделе сформулированы архитектурные принципы, на основе которых была спроектирована архитектура ПМО, а также приведена общая логическая схема. В ПМО реализована многослойная модульная архитектура: слой – это группа логически связанных модулей, модуль – это набор логически связанных классов и функций.

Всего в Uniorb выделено пять слоев, один из которых является общим для всех:

- Shared Layer – слой общей функциональности.
- 1-Layer Data – слой импорта данных.
- 2-Layer Core – слой фундаментальных расчетов.
- 3-Layer Analysis – слой прикладных расчетов.
- 4-Layer Reporting – слой экспорта данных.

Также описаны форматы входных и выходных данных и перечислен список сторонних библиотек.

В разделе **1.2. Алгоритмы** приведено описание основных алгоритмов, реализованных в ПМО, в том числе созданные впервые в рамках данной работы многопоточный алгоритм Холмса и преобразования систем координат и шкал времени с использованием графов и кэшей.

В методе Холмса для варианта с внешней суммой по m (рекурсия "по колонкам"), используется следующая формула для расчета гравитационного потенциала [31]:

$$V = \frac{GM}{r} + \frac{GM}{r} \sum_{m=0}^M \left[\cos(m\lambda) \sum_{n=\mu}^N \left(\frac{a_e}{r}\right)^n C_{nm} \bar{P}_{nm}(\sin \psi) + \sin(m\lambda) \sum_{n=\mu}^N \left(\frac{a_e}{r}\right)^n S_{nm} \bar{P}_{nm}(\sin \psi) \right]$$

где

$$\mu = \max(2, m)$$

В разделе приведен вывод формул для распараллеливания этого метода и общая схема полученного алгоритма (Рис. 1):

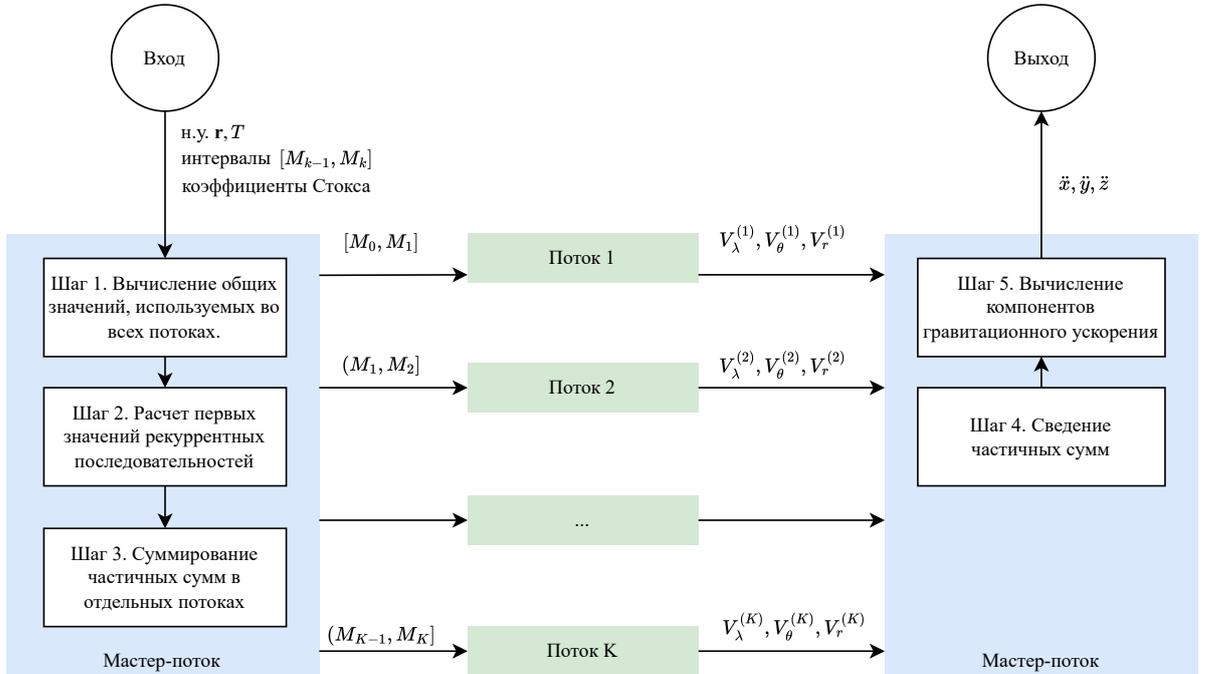


Рис. 1. Многопоточный алгоритм Холмса.

Преобразования шкал времени и систем координат (СК) в Uniorb построены на графах. Uniorb автоматически находит преобразование – путь в графе – с помощью алгоритма поиска в ширину [32]. Пользователю необходимо определить преобразования между последовательными звеньями, т.е. определить вершины графа, а все возможные пути будут найдены автоматически. Найденные

пути преобразования сохраняются в кэш для дальнейшего переиспользования. При добавлении новых шкал времени / систем координат кэш сбрасывается, так как могут быть найдены более оптимальные пути с точки зрения количества преобразований.

Подход, основанный на графах, удобен для использования и эффективен с точки зрения вычислений:

- Можно добавить абсолютно любые преобразования, которые автоматически интегрируются в остальную архитектуру. Например, можно добавить даже шкалу времени конкретного КА по заданным табличным расчетам.
- Есть возможность определять цепочки сложных преобразований через известные промежуточные звенья.
- Скорость расчетов не снижается по сравнению с явным определением каждого преобразования в коде за счет кэширования, однако скорость разработки значительно увеличивается за счет уменьшения объема кода и общей логики расчетов.

В разделе **1.3. Тестирование** описаны подходы к тестированию разработанного ПМО и методов, логическая структура модуля и представлены результаты тестирования. Основные проверки реализованы с помощью автотестов, но ряд проверок выполнен путем сравнения с расчетами аналогичного ПМО.

Для тестирования использовалась модель ГПЗ EGM96[33], 300 гармоник, метод Рунге-Кутты 4-го порядка с фиксированным шагом 1 секунда, 86400 секунд интегрирования.

Исходный вектор состояния в GCRF:

- $T_0 = 2000-01-01\ 00:00:00\ \text{UTC}$,
- $X = +6.608251891100007e+06\ \text{м}$,
- $Y = -4.015245461823316e-12\ \text{м}$,

	GMAT	Uniorb	SpaceGRAV
1 поток	400 с	430 с	430 с
2 потока	–	230 с	412 с
4 потока	–	231 с	261 с

Таблица 1. Сравнение скорости интегрирования.

- $Z = -1.617929531669282e-09$ м,
- $V_x = +1.906092534887337e-12$ м/с,
- $V_y = +1.493204991259953e+02$ м/с,
- $V_z = +7.776712025474289e+03$ м/с,

В GMAT и SpaceGRAV¹⁰ используется метод Каннингема [34], в то время как в Uniorb – метод Холмса [31].

По результатам тестирования видно, что Uniorb является лидером по скорости расчета (Таб. 1). Важно отметить, что в GMAT доступен только однопоточный режим, при этом ПВЗ рассчитаны заранее, а не вычисляются динамически, поэтому в однопоточном режиме GMAT немного быстрее двух других ПМО. Что касается точности расчетов, то в GMAT используется более старая модель вращения Земли и более грубая аппроксимация, поэтому по точности немного уступает Uniorb и ПМО, разработанном в ЦНИИМАШ.

Так же проверялось, как сильно влияет наличие графа и кэшей на преобразование систем координат. Важно, что система преобразований кэширует не только пути преобразований, но и уже вычисленные матрицы преобразования для конкретного момента времени.

По результатам тестирования получилось:

¹⁰ ПМО для моделирования движения КА, разработанное сотрудниками ГАИШ и ЦНИИМАШ.

- Преобразование из BCRF в GCRF и обратно на эпоху 2016-01-01T12:00:00 TT 100000 раз с эфемеридами EPM2017 занимает 0.697 секунд.
- Преобразование из BCRF в ITRF и обратно на эпоху 2016-01-01T12:00:00 TT 100000 раз с эфемеридами EPM2017 занимает 0.700 секунд – с кэширование матрицы вращения.
- Преобразование из BCRF в ITRF и обратно на эпоху 2016-01-01T12:00:00 TT 100000 раз с эфемеридами EPM2017 занимает 15.348 секунд – без кэширования матрицы вращения.

Таким образом, кэширование позволяет ускорить преобразования на графах, что может играть существенную роль при численном интегрировании, когда в один момент времени рассчитывается преобразования для нескольких векторов-состояний.

Во второй главе приведен пример использования разработанного ПМО в контексте подбора оптимальной орбиты отечественного проекта Миллиметрон. Создав всего лишь один дополнительный специализированный модуль VLBI, удалось провести полноценный анализ номинальной орбиты и рассчитать орбиту, оптимальную для К-РСДБ режима

В разделе **2.1. Краткое введение в РСДБ** описана базовая теория, используемая для решения поставленных задач. Конфигурации интерферометров выбирают таким образом, чтобы количество пустот в UV-плоскостях было минимальным. Данное условие относительно просто выполнить при проектировании наземных сетей, так как все телескопы неподвижны относительно друг друга. Совсем иначе дело обстоит с К-РСДБ, где космический сегмент может существенно менять свою конфигурацию относительно земного сегмента в течение одного сеанса наблюдений. Большие пустоты в UV-заполнении, которые могут возникнуть в случае К-РСДБ сетей, существенно урезают динамический диапазон получаемых изображений, тем самым значительно уменьшая вклад космического плеча радиоинтерферометра [35].

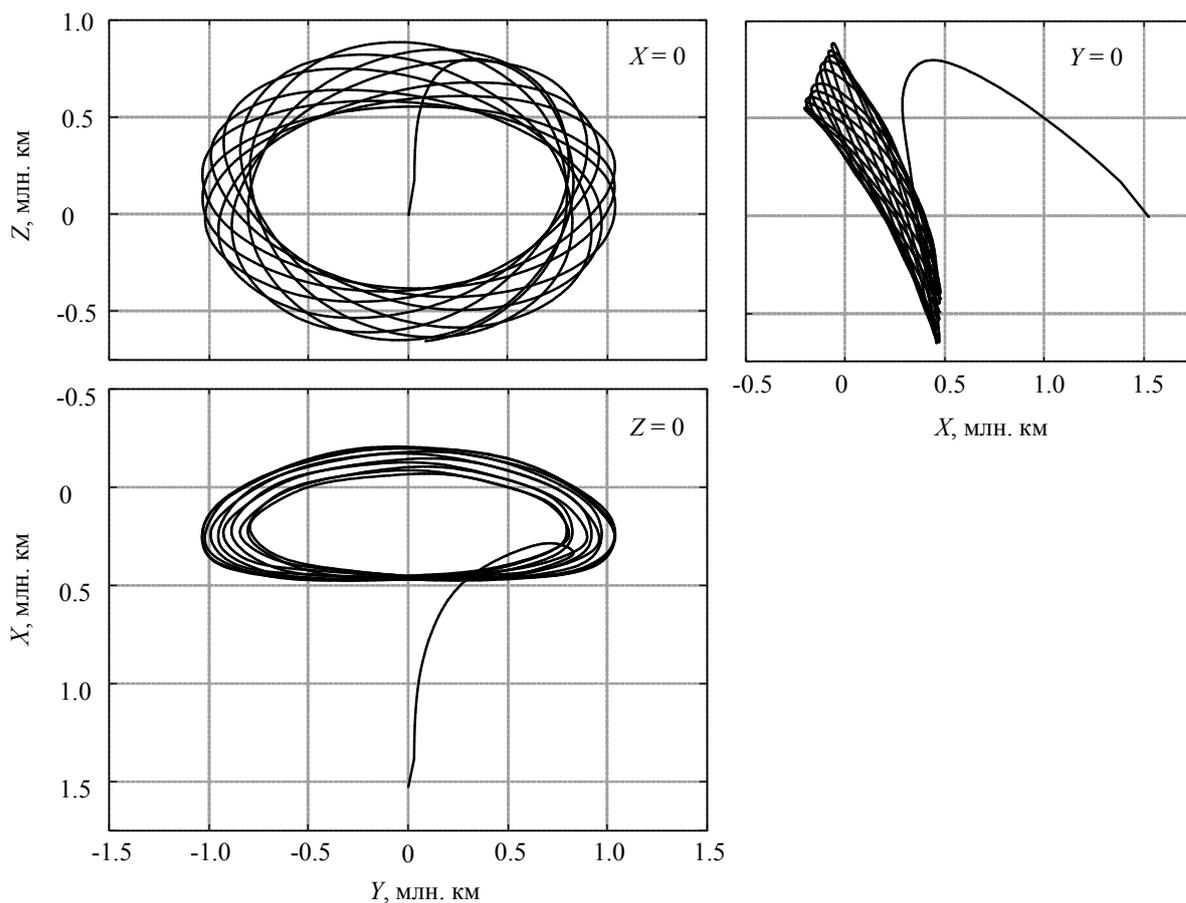


Рис. 2. Проекция гало-орбиты Спектр-М в системе координат, связанной с L2.

Раздел **2.2. Анализ орбиты Миллиметрона** посвящен анализу номинальной орбиты Миллиметрона (Рис. 2). Проведен анализ возможности наблюдений в окрестностях точки либрации L2 системы Солнце-(Земля+Луна).

Существуют две важные особенности наблюдений на гало-орбите.

Первая особенность определяется техническим ограничением со стороны СОТР КРТ: невозможно наблюдать полусферу, в вершине которой находится Солнце. Это значит, что Спектр М всегда смотрит «от Солнца». Вторая особенность связана с выходом КРТ из плоскости эклиптики и характерна для любых ограниченных орбит около L2. Например, если КРТ выходит из плоскости эклиптики не более, чем на 30° , то невозможно получить малые проекции базы до нескольких ЕД для всех источников, эклиптическая широта которых

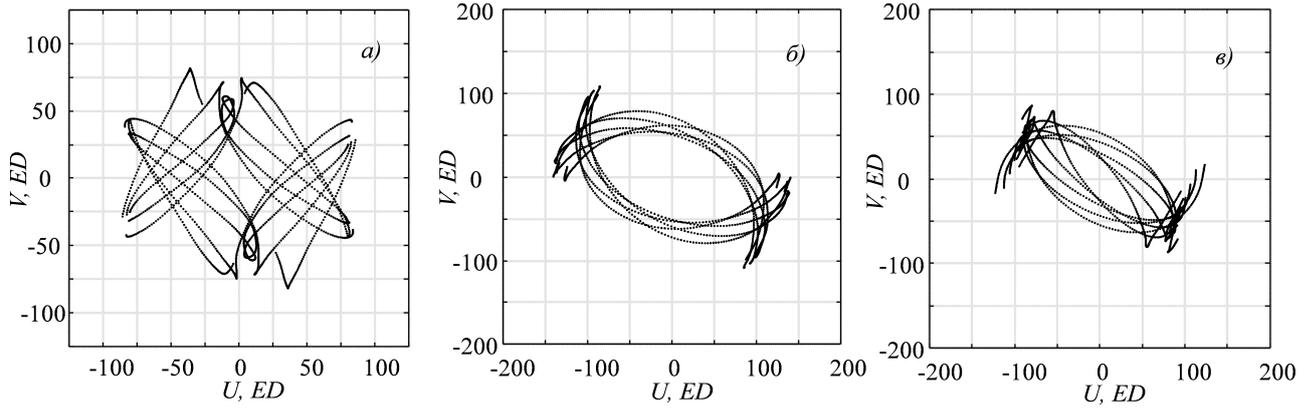


Рис. 3. Примеры UV-заполнений на гало-орбите, рассчитанных на интервале времени 5 лет. а) для Sgr A*, б) для M87, в) для OJ287.

больше 30° . При этом небольшая эклиптическая широта источника является необходимым, но не достаточным условием наличия малых проекций баз.

Для исследования возможностей Миллиметрона в режиме К-РСДБ были разработаны методы проекции Мольвейде и карты минимальных и максимальных проекций баз, также разработанные в рамках данной работы.

В результате показано, что текущая гало-орбита, несомненно, идеально подходит для режима одиночной антенны: она обеспечивает необходимый тепловой режим КРТ и отличную видимость всей небесной сферы. В режиме К-РСДБ для всех целевых источников существуют проекции баз больше 90 ED. Тем не менее, имеется ряд существенных недостатков с точки зрения проведения наблюдений в режиме К-РСДБ.

Во-первых, для всех источников наблюдается крайне медленная эволюция UV-заполнений, потому что КРТ находится в 1.5 млн. км от Земли, и его относительная скорость не превышает 1 км/с (Рис. 3).

Во-вторых, полугодовой период орбиты приводит к бедной статистике малых проекций баз: только 12% источников из предварительного каталога и 20% узлов равновеликой сетки небесной сферы имеют проекции баз меньше 5 ED.

В-третьих, существуют сложности с эффективным использованием наблю-

дательного времени. Между двумя последовательными наблюдениями, в течение которых реализуются хорошие UV-заполнения, может пройти несколько месяцев. 72% времени всей миссии ни для одного источника предварительного каталога нет малых проекций баз до 20 ED.

В-четвертых, возможны проблемы с передачей данных в режиме К-РСДБ, так как не всегда существуют условия для обеспечения необходимой радиовидимости КРТ с учетом доступных наземных станций слежений.

Эти же недостатки есть и у других ограниченных орбит около L2, в том числе и у часто используемых на практике орбит Лиссажу. Для этого был проведен анализ орбит некоторых известных проектов, таких как Herschel, Planck and GAIA [36].

В разделе **2.3. Оптимизация орбит К-РСДБ проектов** рассмотрен вариант комбинированной орбиты для Миллиметра, которая состоит из двух участков: околоземного и около L2. При это на каждом из этих участков реализуется один режим, а для перелета потенциально можно использовать гравитационный маневр у Луны.

В самом общем случае задачу оптимизации орбиты под задачи К-РСДБ можно поставить как поиск максимума функции F :

$$F(t_1, t_2, \vec{s}_0, \vec{p}) = \sum_{i=1}^N w_i K_i(t_1, t_2, \vec{s}_0, \vec{p}) \quad (1)$$

где

t_1, t_2 — время начала и окончания миссии соответственно,

w_i — весовой фактор источника / участка неба с координатами α, δ ,

\vec{p} — дополнительные параметры, например, координаты наземных телескопов,

$K_i(t_1, t_2, \vec{s}_0, \vec{p})$ — К-функция, зависит от координат источника / участка неба,

начального вектора-состояния КРТ, параметров \vec{p} и времен t_1, t_2 .

Природа K_i может быть абсолютно разной:

1. В случае VSOP [37] явного критерия для отбора орбиты не было, однако ключевыми факторами были наличие достаточной эволюции элементов, чтобы получать вариативные UV-заполнения, ограничения по наблюдению источников близких к Солнцу (менее 70°), так как 10-метровая антенная перекрывала солнечные панели и нарушала работу СЭП КА, и возможность передачи данных на Землю.
2. В случае РадиоАстроны [38] вся небесная сфера разбивалась на $N = 1000$ равновеликих и равнозначных $w_i = w_j, \forall i, j = \overline{1, N}$ участков в галактической системе координат. Вводилось $k = 7$ неравномерных интервалов баз от 0 до 450 тыс. км., каждый из которых имел свой вес q_k : максимальный вес $q_1 = 8$ присваивается первому интервалу от 0 до 15 тыс. км, и убывает до $q_7 = 1$ для седьмого интервала от 250 до 450 тыс. км. Тогда К-функция для i -го участка неба выражается как $K_i = \sum_{k=1}^7 q_k D_k$, где D_k - суммарное время наблюдения участка за все время миссии $[t_1, t_2]$, полагается равным 0, если меньше 10 минут.
3. В случае анализа орбиты Миллиметра [39], [40] уже использовался каталог целевых источников, а не просто разбиение небесной сферы на 1000 сегментов. Веса у всех источников одинаковы, а в качестве K_i используется минимальная проекция базы за время К-РСДБ части миссии.
4. В прототипе проекта ЕНІ [20], который послужил основой для THEZA [22], использовался достаточно простой критерий - наиболее полное UV-заполнение за меньший промежуток времени и постоянная видимость Sgr A* с КРТ. При этом критерий K_i был выбран довольно сложным и характеризовал качество восстановленного изображения источника.

Оптимизация F помогает в том числе подобрать лучшие условия для запуска с точки зрения К-РСДБ (трансляция по t_1, t_2), оптимальный наземный

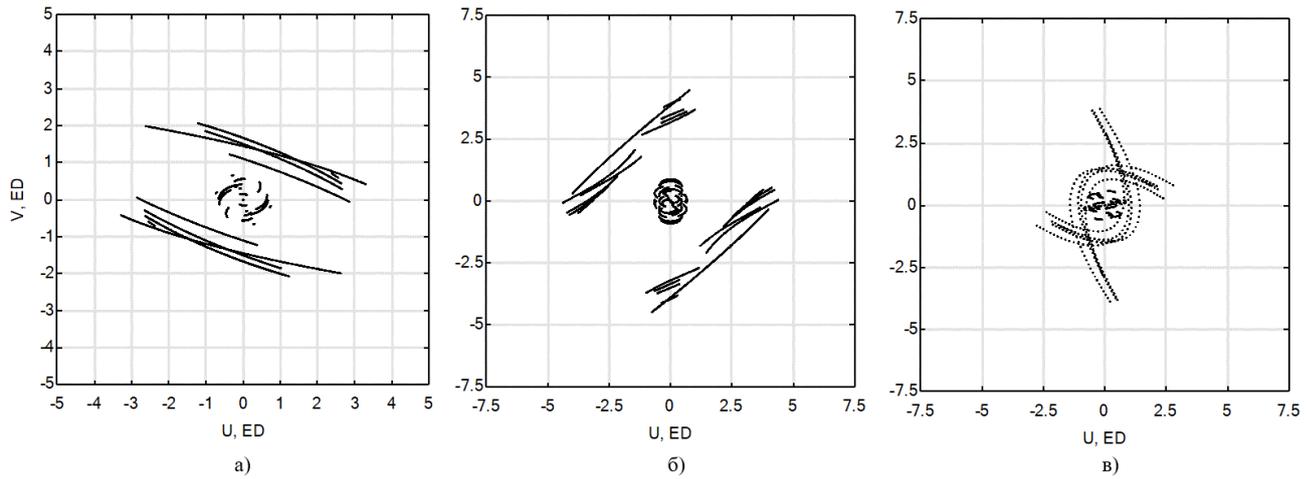


Рис. 4. Примеры UV-заполнения на оптимальной орбите, сеть ЕНТ, 1 сутки наблюдений. а) М31 за 2029-12-06. б) Sgr A* за 2029-09-11. в) М87 за 2029-01-27.

сегмент или подходящее конструктивное решение¹¹ КРТ, путем выбора параметров \vec{p} .

Зависимости K_i от времени помогают спланировать наблюдения – в конкретный момент времени наблюдать источник с наибольшим K_i при прочих равных условиях.

В результате применения обобщенного подхода была получена комбинированная орбита с элементами: $a(t_0) = 176670$, $e(t_0) = 0.96$, $i(t_0) = 51.7^\circ$, $\Omega_0(t_0) = 342^\circ$, $\omega_0(t_0) = 280^\circ$, $M(t_0) = 0^\circ$. При этом аргумент перицентра в эклиптической геоцентрической системе координат на конечную эпоху $|\omega_{ECL}(t_1)| = 9.98^\circ$. Заполнения получились значительно лучше (Рис. 4), чем для гало-орбиты (Рис. 3).

В третьей главе приведен пример использования разработанного ПМО в контексте оптимизации работы околоземной группировки ДЗЗ из 200 спутников. Используя стандартные модули `Uniorb` удалось определить режим работы группировки, позволяющий передавать на Землю более 800 ТБ данных за две недели.

В разделе **3.1. О спутниковой группировке** дается вводная информа-

¹¹ Этот подход использовался для анализа влияния асимметричной конструкции тепловых экранов Спектр-М на видимость источников.

	Киноспутник	Зоркий
Количество	50	150
Скорость записи	4 Гбит/с	4 Гбит/с
Объем бортовой памяти	1 ТБ	0.5 ТБ
Скорость передачи	1 Гбит/с	0.25 Гбит/с

Таблица 2. Характеристики спутников группировки ДЗЗ.

ция о спутниковой группировке, количественный состав и характеристики аппаратов (Таб. 2). Группировка состоит из 200 КА, находящихся на низких околоземных солнечно-синхронных орбитах следующим образом: 20 равномерно разнесенных друг относительно друга плоскостей орбит (плоскости равномерно разнесены по долготе восходящего узла), с высотой орбит 600 км, каждая из которых содержит по 10 равноудаленных друг от друга спутников, движущихся друг за другом синхронно.

Результатом работы ПМО является расписание оптимальной по времени передачи данных со спутниковой группировки на сеть наземных станций. Временной интервал на котором составляется расписание, определяется из входных данных.

В разделе **3.2. Оптимизация режима работы** описана постановка задачи и подход к решению, основанный на обработке упорядоченного ряда событий, который формируется на основе эфемерид видимостей спутников и пролетов над определенными территориями.

В результате исследования были получены следующие предельные параметры системы:

- Теоретический максимум собранных спутниками данных (пролетая над РФ в подходящее местное время, полагается, что спутник всегда ведет съемку): 2245640 ГБ

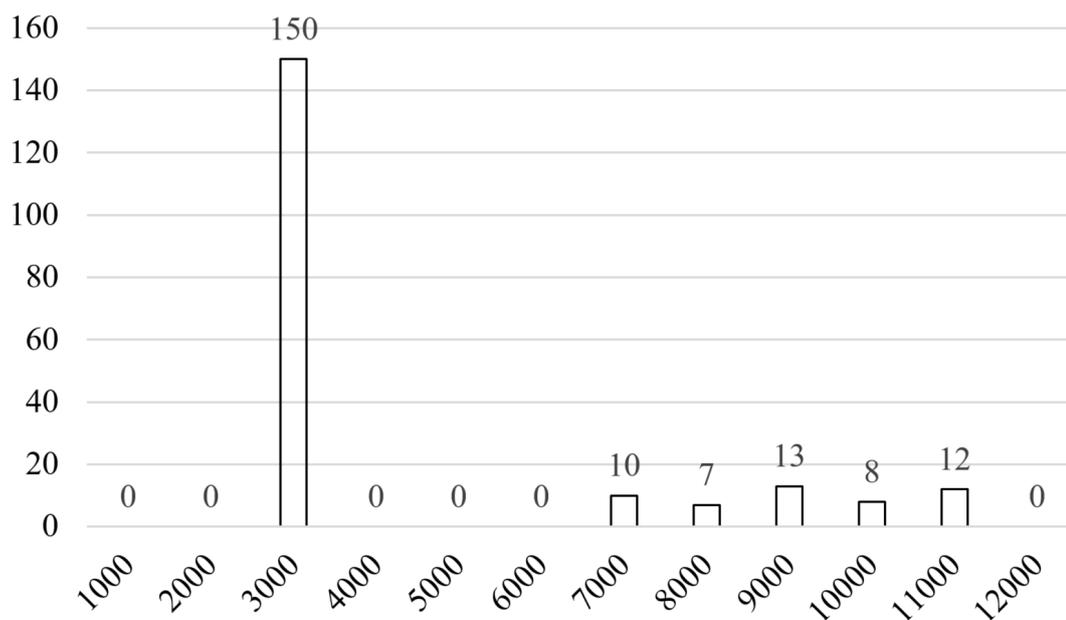


Рис. 5. Распределение спутников по объему переданных данных на Землю.

- Теоретический максимум полученных на Земле данных (все станции все время принимают данные со скоростью передачи КиноСпутника): 14 станций \times 13 полных суток \times 86400 секунд \times 0.125 ГБ/с = 1965.6 ТБ
- Практический максимум полученных на Земле данных, если считать среднюю скорость передачи данных по группировке: 14 станций \times 13 полных суток \times 86400 секунд \times (0.125 \times 1/4 + 0.03125 \times 3/4) = 859.95 ТБ

Расчитанный режим работы позволяет получить со спутников 808.8 ТБ данных (94% от практического максимума), при этом средний объем переданных данных одним спутником – 4043 ГБ, минимальный – 2270 ГБ, максимальный – 10761 ГБ. Система выходит на стабильный режим работы, при котором средний объем занятой бортовой памяти по всей группировке 70 ТБ (Рис. 6).

Для КиноСпутников коэффициент утилизация (отношение фактически переданных данных к теоретическому максимуму), в среднем 94% и абсолютно у всех он больше 91%. При этом нет ни одного переполнения бортовой памяти КиноСпутника. Для Зорких этот же коэффициент равен 21%, и у всех он боль-

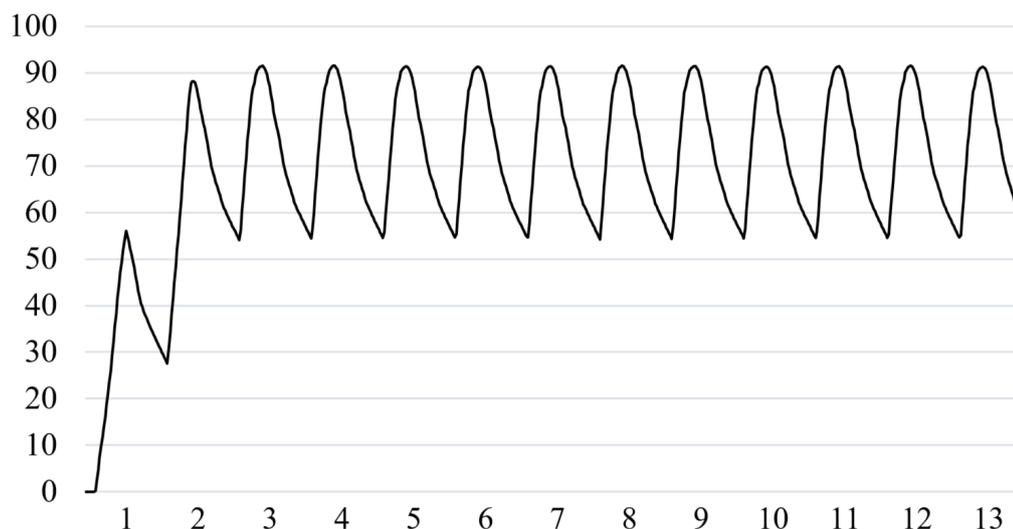


Рис. 6. График зависимости суммарного объема занятой бортовой памяти от времени на протяжении 13 суток. По оси X – номер суток, по оси Y – суммарный объем занятой бортовой памяти по всей группировке в ТБ.

ше 20%, при этом в среднем 1 спутник всегда переполнен (Рис. 5). Все станции практически всегда ведут прием данных, это значит, что исчерпан лимит по КиноСпутникам, и оставшийся ресурс наземного контура используется Зоркими, но этого ресурса недостаточно. Отсюда получается важное заключение, что текущего наземного контура недостаточно для полной утилизации группировки, и необходимо добавить наземные станции либо пересмотреть группировку по типовому составу. Высокая скорость работы алгоритма позволяет использовать его внутри градиентного спуска или аналогичных методов для отыскания оптимальных расположений станций и типового состава группировки. Рассматривая абсолютно все ответвления (то есть варианты выбора спутника при наступлении события), можно отыскать точное решение для любой конфигурации, но для этого потребуются существенные вычислительные мощности.

В Заключение делаются основные выводы по результатам диссертационного исследования и обозначается направление дальнейшей работы.

Цитированная литература

1. Емельянов Н.В. Динамика естественных спутников планет на основе наблюдений. — Фрязино, 2019.
2. Montenbruck O., Gill E. *Satellite Orbits - Models, Methods and Applications*. — 2002. — 04. — Vol. 55. — ISBN: 3-540-67280-X.
3. Бордовицына Т.В., Авдюшев В.А. Теория движения искусственных спутников Земли. — Издательство Томского Университета, 2007.
4. Ansys GI. STK. — Access mode: <https://www.agi.com/products> (online; accessed: 2023-05-19).
5. Richon K., Petersen J., Nicholso A. Flight Dynamics Planning and Operations Support for the JWST Mission // *Astrodynamics Specialist Conference*. — 2022.
6. AI Solutions. FreeFlyer – astrodynamics software. — Access mode: <https://ai-solutions.com/freelyer-astrodynamic-software/> (online; accessed: 2023-05-14).
7. Goddard Space Flight Center. General Mission Analysis Tool (GMAT). — 2016. — Access mode: <https://software.nasa.gov/software/GSC-17177-1>.
8. Bernese GNSS Software / R. Dach, D. Arnold, C. Baumann et al. — 2015. — 06. — P. 172–173. — ISBN: 978-3-908440-39-0.
9. NASA NAIF. SPICE toolkit. — 2022. — Access mode: <https://naif.jpl.nasa.gov/naif/index.html>.
10. Acton C. H. Ancillary data services of NASA’s navigation and ancillary information facility // *Planetary and Space Science*. — 1996. — Vol. 44, no. 1. — P. 65–70. — Planetary data system. Access mode: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0032063395001077>.
11. International Astronomical Union. Standards of fundamental astronomy. — 2021. — Access mode: <https://www.iausofa.org/>.

12. Maisonobe L., Pommier V., Parraud P. OREKIT: An open source library for operational flight dynamics applications. — 2010. — 04.
13. Millimetron—a large Russian-European submillimeter space observatory / Wolfgang Wild, Nikolay Kardashev, Sergey Likhachev et al. // [Experimental Astronomy](#). — 2009. — 03. — Vol. 23. — P. 221–244.
14. Space mission Millimetron for terahertz astronomy / Andrey Smirnov, Andrey Baryshev, Sergey Pilipenko et al. // [Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering](#). — 2012. — 09. — Vol. 8442.
15. Review of scientific topics for the Millimetron space observatory / N. S. Kardashev, I. D. Novikov, V. N. Lukash et al. // [Physics Uspekhi](#). — 2014. — Dec. — Vol. 57, no. 12. — P. 1199–1228. — 1502.06071.
16. Обзор научных задач для обсерватории Миллиметрон / Н.С. Кардашев, Игорь Д. Новиков, Владимир Н. Лукаш и др. // [Успехи физических наук](#). — 2014. — Т. 184, № 12. — С. 1319–1352.
17. iARISE: A Next-Generation Two-Spacecraft Space VLBI Mission Concept / D. Murphy, R. Preston, E. Fomalont et al. // [Future Directions in High Resolution Astronomy](#) / Ed. by J. Romney, M. Reid. — Vol. 340 of [Astronomical Society of the Pacific Conference Series](#). — 2005. — Dec. — P. 575.
18. The Chinese space millimeter-wavelength VLBI array - a step toward imaging the most compact astronomical objects / Xiaoyu Hong, Zhiqiang Shen, Tao An, Qinghui Liu // [Acta Astronautica](#). — 2014. — Vol. 102. — P. 217–225. — Access mode: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0094576514001970>.
19. Fish V., Shea M., Akiyama K. Imaging black holes and jets with a VLBI array including multiple space-based telescopes // [Advances in Space Research](#). — 2019. — 04. — Vol. 65.
20. Simulations of imaging the event horizon of Sagittarius A* from space / Freek Roelofs, Heino Falcke, Christiaan Brinkerink et al. // [Astronomy & Astrophysics](#). — 2019. — 05. — Vol. 625.

21. Gurvits L. Space VLBI: from first ideas to operational missions // *Advances in Space Research*. — 2020. — 01. — Vol. 65. — P. 868–876.
22. THEZA: TeraHertz exploration and zooming-in for astrophysics: An ESA voyage 2050 white paper / Leonid Gurvits, Zsolt Paragi, Viviana Casasola et al. // *Experimental Astronomy*. — 2021. — 06. — Vol. 51.
23. The science case and challenges of space-borne sub-millimeter interferometry / Leonid Gurvits, Zsolt Paragi, Ricardo Amils et al. // *Acta Astronautica*. — 2022. — 05. — Vol. 196.
24. Detecting functional field units from satellite images in smallholder farming systems using a deep learning based computer vision approach: A case study from bangladesh / Ruoyu Yang, Zia U. Ahmed, Urs C. Schulthess et al. // *Remote Sensing Applications: Society and Environment*. — 2020. — Vol. 20. — P. 100413. — Access mode: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2352938519301831>.
25. Deriving agricultural field boundaries for crop management from satellite images using semantic feature pyramid network / Yang Xu, Xinyu Xue, Zhu Sun et al. // *Remote Sensing*. — 2023. — Vol. 15, no. 11. — Access mode: <https://www.mdpi.com/2072-4292/15/11/2937>.
26. Heuristic-based mission planning for an agile earth observation satellite / Sung-Hoon Mok, Sujang Jo, Hyochoong Bang, Henzeh Leeghim // *International Journal of Aeronautical and Space Sciences*. — 2019. — 02.
27. Advances in planning and scheduling of remote sensing instruments for fleets of earth observing satellites / Jennifer Dungan, Jeremy Frank, Ari Jonsson et al. — 2002. — 01.
28. Wolfe W., Sorensen S. Three scheduling algorithms applied to the earth observing systems domain // *Management Science*. — 2000. — 01. — Vol. 46. — P. 148–166.
29. Planning and scheduling for fleets of earth observing satellites / Jeremy Frank, Ari Jonsson, Robert Morris, David Smith. — 2003. — 06.

30. A heuristic for the multi-satellite, multi-orbit and multi-user management of earth observation satellites / Nicola Bianchessi, Jean-Francois Cordeau, Jacques Desrosiers et al. // [European Journal of Operational Research](#). — 2007. — 02. — Vol. 177. — P. 750–762.
31. Holmes S. A., Featherstone W. E. A unified approach to the Clenshaw summation and the recursive computation of very high degree and order normalised associated legendre functions // [Journal of Geodesy](#). — 2002. — Vol. 76. — P. 279–299.
32. Lee C. Y. An algorithm for path connections and its applications // [IRE Transactions on Electronic Computers](#). — 1961. — Vol. EC-10, no. 3. — P. 346–365.
33. The development of the joint NASA GSFC and the National Imagery and Mapping Agency (NIMA) geopotential model EGM96 / Francois Lemoine, S.C. Kenyon, Jyzel Factor et al. — 1998. — 08.
34. Cunningham L. E. On the computation of the spherical harmonic terms needed during the numerical integration of the orbital motion of an artificial satellite // [Celestial mechanics](#). — 1970. — Vol. 2. — P. 207–216.
35. Synthesis Imaging in Radio Astronomy II. — Vol. 180 of Astronomical Society of the Pacific Conference Series, 1999.
36. Hechler M., Cobos J. Herschel, Planck and GAIA orbit design. — 2003. — 05.
37. Hirayashi H. Introduction to the VSOP mission and its scientific goals // [Advances in Space Research](#). — 1991. — Vol. 11, no. 2. — P. 373–379. — Access mode: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/027311779190520T>.
38. Orbit design for the Spektr-R spacecraft of the ground-space interferometer / N.S. Kardashev, B.B. Kreisman, A.V. Pogodin et al. // [Cosmic Research](#). — 2014. — 09. — Vol. 52. — P. 332–341.
39. Возможные конфигурации орбиты наземно-космического радиоинтерферометра Миллиметрон / А. Р. Шайхутдинов, А. Г. Рудницкий, С. Ф. Лихачев

и др. // Труды ИПА РАН. — 2018. — С. 72–78. — russian. Режим доступа:
<http://iaaras.ru/library/paper/1896/>.

40. Shaykhutdinov A., Kostenko V. Prospects for using the halo-orbit in the vicinity of the L2 libration point of the Sun–Earth system for the ground-space Millimetron radio interferometer // *Cosmic Research*. — 2020. — 09. — Vol. 58. — P. 393–401.