**ОТЗЫВ официального оппонента
о диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
Бузикова Максима Эмонайевича
на тему: «Построение траектории наискорейшего перехвата движущейся цели»
по специальности 1.2.2. – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»**

Актуальность. Диссертация М.Э. Бузикова посвящена разработке алгоритмов перехвата движущейся цели объектом, называемом в математической литературе "машиной Дубинса". Кинематика машины Дубинса является широко распространённой и используется для описания движения самолёта в горизонтальной плоскости, а также различных наземных, надводных и подводных аппаратов. Движение цели в основных главах 2, 3 диссертации предполагается произвольным, но заранее известным. Разработанные в диссертации алгоритмы минимизируют время перехвата цели. Их обоснование опирается на тщательно подобранные автором факты, связанные с развитием во времени множества достижимости машины Дубинса. Алгоритмы являются быстродействующими и могут найти применение при решении различных прикладных задач перехвата.

Краткое содержание. Во введении даётся весьма полный обзор работ по применению кинематики машины Дубинса в различных задачах.

В первой главе для управляемой системы общего вида вводится понятие множества достижимости $\mathcal{R}(t)$ в момент t и предложен алгоритм вычисления наименьшего момента времени T^*, когда множество достижимости захватывает положение цели. При этом оговорены лишь скоростные характеристики движения цели. Положение цели измеряется в дискретные назначаемые моменты времени. Очень важной является полученная автором оценка снизу следующего за моментом t_{n-1} момента t_n наблюдения положения цели, позволяющая не пропустить момент T^* захвата цели множеством достижимости. Конечно, для использования алгоритма выбора очередного момента наблюдения t_n нужно уметь рассчитывать в момент t_{n-1} расстояние от положения цели в этот момент до границы множества достижимости $\mathcal{R}(t_{n-1})$.

Во второй главе имеющиеся в литературе сведения о границе двумерного множества достижимости $\mathcal{R}(t)$ машины Дубинса в геометрических координатах применяются для разработки алгоритма перехвата за наименьшее время заранее заданного движения цели. Известные факты о границе двумерного множества достижимости уточняются для выделения участков (линий границы), важных именно для задачи перехвата по критерию быстродействия. В результате выводятся эффективные формулы расчёта программного движения машины Дубинса, обеспечивающего минимальное время перехвата. Приводятся результаты моделирования задачи перехвата при различных движениях цели. В разд. 2.5 метод вычисления оптимального перехвата из главы 1 применяется к конкретной кинематике машины Дубинса и к конкретным формулам описания его множества достижимости по геометрическим координатам.

В главе 3 по сравнению с главой 2 дополнительно учитывается требуемый угол $\varphi_T(t)$ направления вектора скорости машины Дубинса в момент перехвата. Функция $t \to \varphi_T(t)$, как и изменение двумерных геометрических координат движения цели, задаётся заранее. Здесь используется результат из работы Дубинса о шести вариантах построения программного управления, которые только и надо использовать, чтобы минимизировать время достижения машиной Дубинса заданного геометрического положения при заданном угле наклона вектора скорости. В итоге для каждого из шести способов автор выводит явные формулы расчёта требуемых моментов переключения оптимального управления (их не более двух). Такие формулы закладываются в алгоритм оптимального по времени перехвата заранее заданной движущейся цели при заданном угле направления вектора скорости в момент перехвата.

Четвёртую главу можно рассматривать как независимую от трёх первых глав. В ней детально исследуется двумерная барьерная поверхность в трёхмерном фазовом пространстве игры быстродействия для двух идентичных машин Дубинса. Такая поверхность была описана в статье американского математика Э. Мерца (1972). Барьерная поверхность отделяет часть пространства игры, где время поимки бесконечно, от той части, где оно конечно. Дополнительно к фактам, описанным в статье Э. Мерца, автор диссертации приводит структуру управлений игроков, обеспечивающих удержание фазового состояния на барьерной поверхности.

По теме диссертации автором опубликованы 3 статьи в ведущих математических журналах. В списке работ автора есть также большое количество статей и тезисов выступлений на конференциях, которые очень близки или дополняют основные публикации.

Считаю, что в работе М.Э. Бузикова получены новые результаты, связанные с проблемой перехвата движущейся цели. Соответствующие утверждения хорошо обоснованы и доведены до быстродействующих алгоритмов.

В процессе дистанционного обсуждения диссертации с автором мной были заданы многочисленные вопросы по содержанию и оформлению работы. На все вопросы автором даны чёткие разъяснения. Следующие замечания связаны с некоторыми недостатками текста и не умаляют значимость диссертационной работы в целом.

Вопросы к диссертации

1. Стр. 59–63, разд. 2.5. В лемме 2.6 указывается формула для момента $T(t, \mathbf{y})$, используемая при выборе очередного момента наблюдения за движением цели. Однако в формулировке леммы 2.6 не рассматривается случай $\mathbf{y} \in \mathcal{D}_I$. Наверное, автор не смог получить формулу для $T(t, \mathbf{y})$ при $\mathbf{y} \in \mathcal{D}_I$. Желательно пояснить, почему это не является принципиальным.

2. Стр. 64, текст алгоритма 2. В исходных данных предполагается, что $\ell > 0$. Однако в тексте алгоритма данный параметр отсутствует.

3. Стр. 72–73, доказательство леммы 3.1. Здесь говорится о переносе цикла на конечный участок движения. Но перед формулировкой леммы нет определения термина "перенос" (или "сдвиг") цикла. Соответствующее определение не является очевидным.

4. Стр. 76–77, утверждение 3.1. В формулировке утверждения используется символ θ для обозначения изменяемого момента времени. Однако в доказательстве символ θ отсутствует. Вместо него многократно применяется символ t. Это просто описка?

5. Стр. 78–79, доказательство леммы 3.6. Лемма 3.6, как об этом сказано в первом предложении доказательства, говорит о том, что начальная точка принадлежит внутренности множества достижимости $\mathcal{R}(4\pi - \delta)$. Такой факт легко доказывается построением движения, приходящего в момент $4\pi - \delta$ в начальную точку, но не удовлетворяющего принципу максимума Понтрягина. Автор не использует принцип максимума Понтрягина. Приведённое на стр. 78–79 доказательство является громоздким. Более того, оно требует для своей справедливости дополнительных ссылок на литературу.

6. Стр. 80–81, доказательство утверждения 3.2. Не совсем понятно, в каком месте доказательства используется факт, сформулированный в первом абзаце. В третьем абзаце доказательства на стр. 81 строится некоторое дополнительное движение, ведущее в рассматриваемую точку $\mathbf{y}_0$. Такой факт не является очевидным. Желательно объяснить его более подробно.

7. Стр. 83–86. В рассматриваемой задаче могут быть вырожденные случаи, когда пропадает один или два (из трёх) участка постоянства управления. Надо чётко указать, вкладываются ли вырожденные случаи в общие формулы оптимального движения, полученные автором, или же в

некоторых ситуациях для них должны быть указаны самостоятельные формулы.

8. В четвёртой главе исследуются движения, которые идут по барьерной поверхности в дифференциальной игре двух идентичных автомобилей. Соотношения, описывающие барьерную поверхность, приведены в работе американского математика Э. Мерца. В диссертации на основе свойства полупроницаемости получены "защитные" управления преследователя и убегающего, связанные с барьерной поверхностью. В результате барьерная поверхность разбита на части с различным типом управлений. Пожалуй, такое разбиение сделано для барьерной поверхности размерности 2 в трёхмерном фазовом пространстве впервые. Однако выкладки в 4-ой главе очень длинные и трудные. По моей просьбе автор прислал рисунок с синтезом полученных движений. У меня нет претензий к полученному синтезу. Но возникает главный вопрос: как движения на барьерной поверхности связаны с общим решением игровой задачи быстродействия в области конечности цены игры? Такая область ограничена барьерной поверхностью и заполняется множествами уровня функции цены при выстраивании их от допустимой зоны на границе терминального множества.

Следует отметить, что статья Э. Мерца, результаты которой использует автор диссертации, опубликована в 1972 г., т.е. в начальный период теоретического исследования дифференциальных игр. С точки зрения строгих определений, сложившихся в теории в настоящее время, к статье Э. Мерца можно высказать много претензий. Было бы очень хорошо, если бы кто-то продолжил, но только на современном уровне, исследование задачи двух идентичных автомобилей и сопроводил такое исследование численным моделированием, отметив при этом роль полупроницаемых управлений игроков на барьерной поверхности. Выполнение такой работы внесло бы существенный вклад в теорию дифференциальных игр.

9. Текст диссертации не очень хорошо вычитан. Имеется большое количество опечаток, ошибок в пунктуации, стилистических небрежностей.

Считаю, что диссертация М.Э. Бузикова отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В. Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует специальности 1.2.2. – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1–2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова. Диссертация оформлена согласно требованиям Положения о совете по защите кандидатских и докторских диссертаций Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова.

Таким образом, соискатель Бузиков Максим Эмонайевич заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2. – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Официальный оппонент:

кандидат физико-математических наук,
ведущий научный сотрудник отдела динамических систем
ФГБУН «Институт математики и механики им. Н.Н. Красовского Уральского отделения Российской академии наук»

ПАЦКО Валерий Семенович

12 февр. 2024

Контактные данные:

тел.: +7(343) 375-34-44, e-mail: patsko@imm.uran.ru
Специальность, по которой официальным оппонентом защищена диссертация:
01.01.02 – «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление».

Адрес места работы:

620990, Российская Федерация, Свердловская область, г. Екатеринбург, ул. Софьи Ковалевской, д. 16.
ФГБУН «Институт математики и механики им. Н.Н. Красовского Уральского отделения Российской академии наук», отдел динамических систем
Тел.: +7 (343) 374-83-32; e-mail: dir-info@imm.uran.ru

Подпись сотрудника Федерального государственного бюджетного учреждения науки Институт математики и механики им. Н.Н. Красовского Уральского отделения Российской академии наук В.С. Пацко удостоверяю:

Ученый секретарь
ИММ УрО РАН

Ульянов О.Н.