

**ОТЗЫВ официального оппонента**  
**на диссертацию на соискание ученой степени**  
**кандидата физико-математических наук**  
**Ефимова Алексея Андреевича**  
**на тему: «Оценки энергопотребления объёмных схем»**  
**по специальности 1.1.5 «Математическая логика,**  
**алгебра, теория чисел и дискретная математика»**

Диссертация Алексея Андреевича Ефимова посвящена оценкам функции Шеннона потенциала для схем, реализующих булевы функции и операторы в трёхмерном пространстве.

Помимо стандартных операторов рассмотрены частичные булевы операторы и булевы операторы с близкими выходами.

Направление сложности реализации булевых функций активно развивалась с прошлого века, что объясняется непосредственными приложениями в кибернетике. Важной задачей является оптимизация объёма схемы, с учётом количества слоёв, заданной формы и имеющихся функциональных элементов, а также затрат энергопотребления.

Основные результаты по оценке сложности схем из функциональных элементов (СФЭ) были получены в 1950-60х годах Д.Маллером, О.Б.Лупановым. Позже начали рассматривать другие метрики, больше учитывающие практическую реализацию - мощность реализации, учитывающую активные элементы схемы и сложность с учётом геометрических ограничений реализации (разводки проводов и т.д.). Появляется метрика потенциал схемы, значение которой равно количеству единиц во внутренних узлах схемы при определённом входном наборе.

Значительное количество результатов было получено для плоских схем. В работах Г.В.Калачёва исследуется потенциал плоских схем. Им были получены верхние и нижние оценки для булевых функций, в том числе частичных и монотонных. В частности, для некоторых случаев было

показано существование схем с оптимальными значениями потенциала, площади и глубины.

Автор настоящего диссертационного исследования также исследует потенциал, но уже объёмных схем. Ранее в данной постановке к этой задаче не обращались.

Автор базируется на некоторых результатах Г.В.Калачёва, в частности, использует предложенный последним метод расслоения. Однако находит также и новые подходы, в том числе непрерывный аналог этого метода, позволяющий получить компактное изложение результатов.

В первой главе получена верхняя оценка для реализации булевых функций и её обобщение на случай булевых операторов. Оценка содержит такие параметры схемы как максимальный потенциал, параметры по длине, ширине и высоте и объём. Конструктивно приводится построение необходимой схемы. Стоит заметить, что хотя в построениях для верхних оценок используются лишь несколько стандартных булевых функций и их блоки, все утверждения относятся к схемам, где элементом может быть любая булева функция, число входов и выходов которой равно 6 – по количеству сторон кубов.

Во второй главе находятся нижние оценки. Для этого используется метод расслоения, где схема расслаивается на соединённые друг с другом подсхемы, и потенциал считается по этим слоям. Здесь вводится непрерывный аналог метода расслоения, где множество слоёв потенциально непрерывно, а суммирование заменяется на интегрирование.

Получена оценка, связывающая потенциал схемы с потенциалом подсхемы, с некоторыми условиями на введённую меру, далее строится конкретное расслоение, удовлетворяющее необходимым условиям. С помощью нескольких вспомогательных утверждений получается нижняя оценка для почти всех булевых операторов.



Нижняя оценка приводится для среднего потенциала. Как следствие оценивается максимальный потенциал. Асимптотически верхняя и нижняя оценки максимального потенциала совпадают.

Третья глава содержит верхние и нижние оценки для схем с близкими выходами. Схема считается с близкими выходами схемы, если его дерево выхода (остовное дерево соответствующего графа) имеет суммарную длину меньше, чем количество выходов. Приводится нижняя оценка и для более общего случая, когда остовное дерево выходов ограничено произвольной величиной  $h$ . В частности, показано, что любой булев оператор можно реализовать схемой с близкими выходами с заданными параметрами. В доказательстве используется уже дискретный метод расслоения.

Приведённые в работе результаты вносят вклад в существующую теорию. Ряд оценок получен впервые. При этом часть утверждений достигается с использованием новой техники – непрерывного метода расслоения. Доказательство нижних оценок во второй главе представляет собой довольно сложную хорошо продуманную конструкцию.

Автор демонстрирует владение как методами дискретной математики, так и методами математического анализа, а также использует геометрические и комбинаторные техники. Построение конкретных схем и геометрические подходы проиллюстрировано хорошо проработанными рисунками.

К сожалению, данная работа не лишена некоторых недостатков.

Практически не вводятся определения, связанные с измеримостью.

Само понятие «схемы с близкими выходами» не вводится, хотя фигурирует в названии главы. По сути, такая схема определяется как схема с остовным деревом выходов  $T_{\text{near}}$ .

При формулировке определения шара с заданным радиусом в третьей главе не вводится общее обозначение, что не очень удобно для чтения. Обозначение  $W_i(r)$  появляется в формулировке Леммы 34, а потом заново вводится в доказательстве Леммы 35, позже там же появляется  $W(r)$  без индекса.

В работе присутствуют немногочисленные опечатки, на странице 87 неверно приведена ссылка.

Вместе с тем, указанные замечания не умаляют значимости диссертационного исследования. Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В.Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует специальности 1.1.5 «Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика», а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова, а также оформлена согласно требованиям Положения о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова.

Таким образом, соискатель Ефимов Алексей Андреевич заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.5 «Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика».

Официальный оппонент:

кандидат физико-математических наук,

доцент ФГБОУ ВО

«Московский государственный технический университет имени Н.Э.

Баумана»,

МАСТИХИНА Анна Антоновна

Контактные данные:

тел.: +7 (917) 591-97-87, e-mail: anma

Подпись

15.12.2023 г.

Дата подписания





Специальность, по которой официальным оппонентом защищена  
диссертация: 01.01.09 — «Дискретная математика и математическая  
кибернетика»

Адрес места работы:

105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, с. 1

тел.: +7 (917) 591-97-87, e-mail: anmast@bmstu.ru

Подпись сотрудника ФГБОУ ВО «Московский государственный  
технический университет имени Н.Э. Баумана» А.А. Мастихиной  
удостоверяю: