

ОТЗЫВ
официального оппонента
о диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
Алмохамеда Муатаза
на тему: «Обратные задачи для эволюционных дифференциальных
уравнений второго и высших порядков» по специальности 1.1.2. –
«Дифференциальные уравнения и математическая физика»

Диссертационная работа Алмохамеда Муатаза посвящена поиску необходимых и достаточных условий единственности решения линейных обратных задач для разрешенных относительно старшей производной дифференциальных уравнений второго и высших порядков в банаховых пространствах. При этом используются финальные условия переопределения различного вида.

Актуальность темы. Вопрос единственности решения, т. е. вопрос о том, гарантируют ли условия задачи однозначность ее разрешимости, является одним из первичных вопросов в математике. Получение критерия единственности решения, который более или менее легко проверяется в конкретных задачах, является по сути исчерпывающим ответом на этот вопрос.

Дифференциальные уравнения в банаховых пространствах являются удобной абстрактной схемой для качественного исследования уравнений и систем уравнений, обыкновенных или в частных производных. Целые классы обратных задач могут быть исследованы путем их редукции к обратным задачам для дифференциальных уравнений рассмотренного в диссертации вида и применения полученных абстрактных результатов об обратных задачах.

Отметим также тот факт, что полученный критерий часто дает автору диссертации конструктивную возможность построения нетривиальных решений однородных обратных задач для конкретных уравнений в случаях, когда известен точечный спектр и соответствующие собственные функции рассматриваемой краевой задачи.

Все перечисленное свидетельствует об актуальности темы исследования.

Краткая характеристика основного содержания работы.

Диссертационная работа объемом 127 страниц состоит из введения, трех глав и заключения, содержит список литературы из 115 наименований.

Введение содержит обоснование актуальности темы исследования, описание краткой истории вопроса, целей и задач диссертации, ее научной новизны, теоретической и практической значимости, методологии и методов исследования, применявшихся в данной работе, выносимые на защиту положения, описание степени достоверности результатов, публикаций, апробации результатов, личного вклада авторов, изложение основного содержания диссертации.

В первой главе рассмотрена линейная обратная задача о нахождении неизвестной правой части разрешенного относительно второй производной неполного уравнения второго порядка в банаховом пространстве. В качестве условия переопределения используется финальное переопределение второго рода, т. е. значение первой производной от решения в финальный момент времени. Получены необходимые и достаточные условия единственности решения, которые представляют собой условие непересечения последовательности, представляющей собой множество нулей характеристической функции обратной задачи, с точечным спектром оператора из дифференциального уравнения. Приведены примеры обратных задач для уравнений в частных производных, иллюстрирующие полученный результат.

Во второй главе рассмотрена аналогичная задача с финальным переопределением третьего рода, когда в финальный момент времени задана комбинация значений решения и его производной. Полученный критерий единственности решения в данном случае также имеет вид условия непересечения нулей характеристической функции обратной задачи с точечным спектром оператора из уравнения. Сама характеристическая функция имеет непростое представление – она выражается через гиперболические синус и

косинус, и потому множество ее нулей требует отдельного описания. Соответственно доказательство критерия здесь довольно сложное, использующее аналитический аппарат теории функций. Автором изучено распределение нулей характеристической функции, что позволило получить ряд простых достаточных признаков единственности и неединственности решения обратной задачи. При этом показано, что характеристическая функция обратной задачи может иметь кратные нули и в этом случае у однородной обратной задачи возможно появление присоединенных решений. Приведены соответствующие примеры.

В третьей главе рассмотрена линейная обратная задача для разрешенного относительно производной натурального порядка n неполного дифференциального уравнения в банаховом пространстве с замкнутым оператором при искомой функции в правой части. В качестве условия переопределения взято значение производной решения порядка q в финальный момент времени $T > 0$. Получены необходимые и достаточные условия единственности решения задачи, справедливые для любых допустимых значений n, q, T . В данном случае это условия непересечения множества нулей соответствующей функции Миттаг-Леффлера, деленных на T в степени n , с точечным спектром оператора из уравнения. Используя результаты о распределении нулей функций Миттаг-Леффлера, автор получил легко проверяемые достаточные условия единственности решения обратной задачи. В одной обратной задаче для уравнения четвертого порядка нули соответствующей функции Миттаг-Леффлера вычисляются явно, поэтому критерий единственности решения приобретает простой вид, как для аналогичной обратной задачи для уравнения второго порядка из первой главы. Полученные результаты проиллюстрированы примерами для уравнений в частных производных.

В заключении перечислены основные результаты диссертационной работы и обрисованы некоторые перспективы их развития. Список литературы достаточно полон и содержит все источники, использованные в диссертационной работе.

Обоснованность и достоверность положений, выносимых на защиту, научных выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации, обусловлена строгостью применения математических методов исследования, корректностью использования математического аппарата.

Научная новизна работы. Все выносимые на защиту положения представляют собой новые результаты.

Диссертационная работа соответствует специальности 1.1.2 «Дифференциальные уравнения и математическая физика», а именно следующим ее направлениям:

- теория дифференциально-операторных уравнений;
- теория обратных задач для дифференциальных уравнений;
- начальные, краевые и смешанные задачи для дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений;
- спектральные задачи для дифференциальных операторов.

По результатам диссертации опубликовано 20 работ, в том числе 3 статьи в научных изданиях, рекомендованных Ученым Советом МГУ и входящих в системы цитирования Scopus, Web of Science и RSCI.

Автореферат соответствует предъявляемым к нему требованиям и верно отражает содержание диссертации.

Замечания и недостатки:

1. В параграфе 7 второй главы в теореме 7.2 на стр. 55 дается полное описание возможных кратных нулей нормированной характеристической функции. Вопрос решается в терминах корней некоторого трансцендентного уравнения. Все величины в этой теореме могут быть вычислены с высокой точностью при помощи современных компьютерных систем и смоделированы на комплексной плоскости. Для лучшего восприятия теоремы 7.2 стоило привести результаты такого моделирования вместе с соответствующими рисунками.

2. В параграфе 15 третьей главы рассматриваются специальные примеры обратных задач для уравнений в частных производных четвертого

порядка. Примеры носят иллюстративный характер. Поскольку в современной математической физике дифференциальные уравнения четвертого порядка встречаются применительно к конкретным моделям из механики сплошной среды, было бы полезно связать полученный общий критерий единственности решения (теорему 14.7) не только с формальными примерами, но и с обратными задачами, имеющими прикладное физическое содержание.

Вместе с тем, указанные замечания не умаляют значимости диссертационного исследования и не влияют на ее положительную оценку.

Диссертация Алмохамеда Муатаза отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М. В. Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует специальности 1.1.2. – «Дифференциальные уравнения и математическая физика» (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1–2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М. В. Ломоносова. Диссертационная работа оформлена согласно требованиям Положения о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова.

Таким образом, соискатель Алмохамед Муатаз безусловно заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2 – «Дифференциальные уравнения и математическая физика».

Официальный оппонент:
доктор физико-математических наук,
профессор кафедры математического анализа
математического факультета,
проректор по учебной работе
Федерального государственного бюджетного

образовательного учреждения высшего образования
«Челябинский государственный университет»

ФЕДОРОВ Владимир Евгеньевич _____

12.12.2023 г.

Контактные данные:

тел.: +79525141719, e-mail: kar@csu.ru

Специальность, по которой официальным оппонентом
защищена диссертация:

01.01.02 – «Дифференциальные уравнения».

Адрес места работы:

454001, Челябинск, ул. Братьев Кашириных, 129,

кафедра математического анализа, математический факультет, Челябинский
государственный университет.

Тел.: +7(351) 799-71-06, e-mail: math_faculty@csu.ru

Подпись профессора кафедры математического анализа математического
факультета, проректора по учебной работе Челябинского государственного
университета Федорова В.Е. удостоверяю: