

Отзыв

официального оппонента о диссертации Чикина Владимира Максимовича «Деформации метрик, локальные и глобальные аспекты», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.3 (01.01.04) — геометрия и топология

В диссертационной работе В.М. Чикина исследуется непрерывность изменения расстояний при непрерывном однопараметрическом изменении функционалов длины в метрических пространствах, и разрабатывается специальная теория деформаций функционалов длины, имеющая разнообразные приложения в геометрии финслеровых и римановых многообразий, геометрии пространства Громова—Хаусдорфа и теории минимальных сетей.

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. Во **введении** описывается история проблемы, а также дается обзор областей геометрии, затрагиваемых в диссертации. Также, во введении приводятся цели и задачи диссертации и формулируются основные результаты.

В **первой главе** формулируются необходимые определения, предварительные сведения и некоторые технические вспомогательные результаты из теории функционалов длины и внутренних метрик, теории минимальных сетей, теории функций, сохраняющих метрики, которые используются в следующих главах.

Во **второй главе** диссертации изучаются однопараметрические деформации функционалов длины и соответствующих внутренних метрик, а именно предполагается наличие функционалов длины, непрерывно зависящих от параметра, и рассматриваются внутренние метрики, порожденные этими функционалами длины. В этой главе приводятся примеры однопараметрических семейств как не локально компактных, так и компактных метрических пространств, в которых длины кривых непрерывно зависят от параметра, а функции расстояния — нет. Помимо этого, в главе приводится ряд специальных условий, достаточных для непрерывности расстояний в совокупности с ограниченной компактностью пространства, и ряд

специальных условий, достаточных для непрерывности расстояний в случае произвольного метрического пространства с внутренней метрикой. Далее, в качестве приложения, в диссертации рассматриваются финслеровы многообразия, метрики которых непрерывно зависят от параметра. Показывается, что на таких компактных финслеровых многообразиях выполнены достаточные условия непрерывности расстояния, из чего следует, что функция расстояния на таких многообразиях также непрерывно зависит от параметра. Последний результат обобщается на полные финслеровы многообразия. Поскольку финслеровы многообразия являются обобщением римановых многообразий, в качестве следствия выводится, что на компактных римановых многообразиях, метрики которых непрерывно зависят от параметра, выполнены достаточные условия непрерывности расстояния, а также выводится, что на полных римановых многообразиях, метрики которых непрерывно зависят от параметра, расстояния между точками непрерывно зависят от этого параметра.

В **третьей главе** настоящей диссертации изучается приложение разработанной теории деформаций внутренних метрик к решению задач из теории минимальных сетей. С помощью разработанных техник получен результат, описывающий типы минимальных сетей для произвольных малых границ на полном римановом многообразии. В качестве следствия из этого результата, в диссертации полностью описаны кратчайшие сети, соединяющие вершины достаточно малых правильных n -угольников на полных римановых многообразиях для $n > 6$. Еще одна серия новых результатов, приводимых в диссертации, касается обобщения известной теоремы о минимальных деревьях Штейнера на евклидовой плоскости, утверждающей, что такие деревья всегда лежат в выпуклой оболочке своей границы. В работе показывается, что аналогичный результат имеет место для достаточно малых окрестностей двумерных римановых многообразий, а также для открытых двумерных полусфер и для плоскости Лобачевского.

В **четвертой главе** изучаются преобразования метрических пространств, индуцированные функциями, сохраняющими метрики. Показывается, что непрерывные функции (и только непрерывные), сохраняющие метрики,

корректно определяют отображения пространства Громова—Хаусдорфа в себя, причем эти отображения обладают рядом нетривиальных свойств, в частности они непрерывны и являются липшицевыми отображениями метрических пространств тогда и только тогда, когда липшицевыми являются соответствующие функции, сохраняющие метрики. Далее, в главе описываются образы этих отображений. Также в этой главе изучаются однопараметрические деформации произвольных метрик, заданные функциями, сохраняющими метрики, приводится формула изменения длин кривых при таких деформациях метрик, а также критерий непрерывности длин кривых при таких деформациях метрик.

В заключении, как обычно, резюмируются полученные результаты и обсуждаются возможные продолжения проведенных автором исследований.

В диссертации В.М. Чикина применяются методы математического анализа, метрической и дифференциальной геометрии, топологии, теории графов и теории минимальных сетей. Материалы диссертации были опубликованы в трех печатных работах и докладывались на семинарах и конференциях разного уровня. Содержание автореферата полностью соответствует содержанию диссертации.

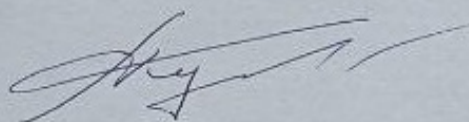
Результаты диссертации могут быть использованы при теоретических исследованиях в дифференциальной геометрии, а также в практических задачах, возникающих при рассмотрении различных деформаций метрик и функционалов длины.

В данной диссертации получен ряд разнообразных и глубоких результатов, допускающих развитие. Степень обоснованности научных положений и выводов, сформулированных в диссертации, подтверждается прежде всего публикациями в высокорейтинговых журналах, и выступлениями на различных конференциях и семинарах. Все основные результаты диссертации являются новыми, четко сформулированы и снабжены строгими математическими доказательствами. Можно оценить диссертационную работу «Деформации метрик, локальные и глобальные аспекты» как актуальное, законченное научное исследование, удовлетворяющее критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней

в Московском Государственном Университете имени М.В. Ломоносова, и оформленное согласно приложениям № 5, 6 Положения о диссертационном совете Московского Государственного Университета имени М.В. Ломоносова. Таким образом, работа удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор Чикин Владимир Максимович несомненно заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.04 — геометрия и топология.

Официальный оппонент,
доктор физико-математических наук,
профессор кафедры физико-математических
методов управления физического факультета
Московского государственного университета
имени М. В. Ломоносова

29 августа 2022



Алексей Гурьевич Кушнер

Подпись профессора Кушнера А.Г.
заверяю

Ведущий специалист
по кадрам

Хорошева К.М.
