ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

на диссертацию Оноприенко Анастасии Александровны
«Совместная логика задач и высказываний»,
представленную на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук
по специальности
1.1.5 — «Математическая логика, алгебра,
теория чисел и дискретная математика»
(01.01.06 — «Математическая логика, алгебра и теория чисел»)

Диссертация «Совместная логика задач и высказываний» А. А. Оноприенко посвящена исследованию логики, которая является комбинацией классической и интуиционистской логик.

Актуальность темы исследования не вызывает сомнений. Классическая логика является инструментом, который используется мыслителями с античных времён. Интуиционистская логика более молода, её принципы были разработаны в первой половине прошлого столетия, толчком послужили проблемы в фундаментальных вопросах оснований математики. Эта логика находит своё применение, например, в вопросах познания или при поиске решения тех или иных задач.

Но и в теории, и на практике часто приходится иметь дело с обоими принципами сразу. Типичным примером является форсинг (вынуждение) в теории моделей: с одной стороны наличествует некоторая классическая теория, модели которой изучаются, а с другой стороны само отношение форсирования (вынуждения) определяется в соответствии с интуиционистским пониманием. Таким образом, тема исследования имеет большое теоретическое и практическое значение.

Работа состоит из титульного листа, оглавления, введения, четырёх глав основной части, заключения и списка литературы.

Во введении обосновывается актуальность работы, описываются результаты предыдущих исследований, очерчиваются цели исследования, указываются основные методы и полученные результаты.

Первая глава посвящена определениям изучаемых логик. Основными объектами изучения в работе являются логики HC и QHC (ранее введённые С. А. Мелиховым), но также упоминаются логики H4 и S4, про которые тоже получены некоторые результаты.

Вторая глава посвящена описанию и изучению базовых свойств интерпретаций логики HC. Предложено несколько вариантов: как комбинация булевой (для классической части) и гейтинговой (для интуиционистской) алгебр, как шкала Крипке с двумя типами миров (для классической и интуиционистской частей). Позднее, в главе 3, добавляются интерпретация типа шкал Крипке с отмеченными мирами и топологическая интерпретация. Для первых двух интерпретаций в главе 2 доказываются теоремы о полноте и непротиворечивости (корректности) логики HC, причём даже для класса конечных шкал. Последнее влечёт алгоритмическую разрешимость. В качестве следствия получаются некоторые утверждения о невыводимости в логике HC принципов Гильберта, Колмогорова, PC-принципа. Также получен ответ на открытый вопрос из ранней работы С. А. Мелихова о невыводимости ED-принципа из PC-принципа.

Как уже отмечено, в третей главе добавляются новые интерпретации для логики HC: шкалы Крипке с отмеченными мирами и топологическая интерпретация. Для каждой из этих интерпретаций тоже доказываются теоремы и полноте и непротиворечивости. Параллельно получены результаты о том, что логика HC является консервативным расширением логик H4 и S4, а логика H4 является полной и непротиворечивой для топологической семантики.

Наконец, в четвёртой главе рассмотрена логика предикатов QHC. В качестве основной интерпретации берутся шкалы Крипке с отмеченными мирами. Для такой интерпретации доказаны теоремы о полноте и непротиворечивости логики QHC. Также доказаны дизъюнктивный и экзистенциальный принцип для логики QHC. По аналогии с пропозициональным случаем доказана консервативность логики QHC как расширения логики QH4 и полнота и непротиворечивость последней.

В заключении ещё раз перечисляются основные полученные результаты и формулируются новые задачи, которые могут составлять содержание будущих исследований по тематике диссертации.

Общий объём работы составляет 94 страницы, список литературы содержит 100 наименований.

По результатам работы у автора имеются 8 публикаций, в том числе 3 — в ведущих рецензируемых изданиях, рекомендованных ВАК для публикации результатов диссертаций.

Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

Работа носит теоретический характер.

Все результаты строго математически доказаны. Изложение достаточно последовательное.

Полученные результаты могут быть интересны специалистам в области математической логики, формальных языков. Эти результаты могут найти и практическое применение, например, в вопросах представления знаний в системах искусственного интеллекта.

Вместе с тем, работа не свободна от некоторых недостатков:

1) Свойство называется то экзистенциальным, то экзистенциональным, что несколько запутывает читателя.

2) Возможно, опечатка, но Л. Э. Я. Брауэром было предложено ограничение на закон исключённого третьего, а не сам закон (стр. 4).

3) Предпоследнее предложение на стр. 7 не очень аккуратно сформулировано, фраза про квантор непонятна.

4) Для строгости определений нужно в п. 3–4 на стр. 24 поставить скобки и уточнить, что x — предметная переменная. То же самое относится к ряду мест в дальнейшем.

5) Возможно, что это уже устоявшаяся традиция для совместных логик, но термин «сорт высказывание» не совсем удобен. В классической логике традиционно высказыванием называется формула, не имеющая свободных переменных, а в работе это не так.

6) Поскольку словосочетание «удовлетворять принципам» слишком расплывчато и может означать как синтаксические, так и семантические свойства, то на стр. 25 было бы уместнее написать «допустимы аксиомы и правила вывода».

7) Автор местами злоупотребляет использованием математической символики вместо отдельных слов русского текста. В результате, например, во второй группе формул на стр. 67 в определении и слева, и справа стоят кванторы, в результате получается, что смысл кванторов определяется через себя же. Формулы, включающие знак следования $\Rightarrow$ или

равносильности $\iff$ традиционно записывают в выключном виде. Если записывать их внутри текста (строка 10 снизу на стр. 26, определение 2.8, стр. 38, стр. 49 и в других местах), это сильно затрудняет чтение и может интерпретироваться неоднозначно.

8) Определение свойства конечных моделей дано (стр. 35) позже его использования (стр. 34).

9) Термины «совместная» и «противоречивая» для пары формул (стр. 36) представляются не очень удачными, так как не соответствуют традиционным значениям этих слов. Например, для первого свойства было бы логичнее использовать название «независимая».

10) Поскольку множество F, определённое в начале стр. 37, затем многократно используется, то лучше было бы дать ему какое-то «говорящее» название. Тем более, что, представляется, такая техника может быть использована и при решении других задач.

11) В определении 2.8 не указано, что приведённые импликации должны выполняться для всех α и p. А это, очевидно, подразумевается.

12) В доказательстве леммы 2.5 следовало бы более подробно объяснить, почему отношение $\preceq$ антисимметрично.

13) Использование агрегирующих индексов сбоку выглядит несколько необычно. Лучше их было бы писать традиционно — снизу от знака операции (стр. 38–39).

14) Доказательство леммы 2.6, второй абзац строка 1. Должно быть «истинна в (R, S)».

15) Случай с использованием модальностей логично было бы начать с нового абзаца, а не продолжать рассуждения о классических связках (в начале стр. 40).

16) Иногда доказательства слишком кратки и читателю приходится внимательно просматривать предыдущий материал, чтобы понять, как сделан очередной шаг. Например, это касается раздела 2.4.

17) Напоминание шкал Крипке с отмеченными мирами лучше дать до их использования в разделе 3.1, а не в разделе 3.2.

18) В разделе 3.3.1 обозначения инвертированы по сравнению с предыдущим текстом: A теперь применяется для классической, а X — для интуиционистской частей. Ранее было наоборот, и это несколько запутывает читателя.

19) В начале доказательства теоремы 3.5 идёт речь о модели Крипке с отмеченными мирами, что не сказано.

20) В определении базы топологии (стр. 57–58) нужно уточнить,что берутся пополненные (замкнутые) конусы, что явно дальше используется.

21) Не дано определения обозначениям $?\Gamma$ и $!\Gamma$ (стр. 63 и далее), очевидно, означающим применение соответствующей модальности ко всем элементам множества Γ.

22) Доказательство леммы 4.1 можно существенно сократить, опустив переход к конъюнкции и непосредственно применив правило modus ponens к формуле $?\beta_1 \to (?\beta_2 \to \cdots \to (?\beta_n \to ?\alpha)\ldots)$.

23) Пример, приведённый в конце стр. 68, относится к пропозициональной логике, поэтому его следовало бы перенести в раздел 3.2.

24) Термин «M-насыщенное множество» (стр. 69) представляется неудачным, так как к классическому понятию насыщенности не имеет отношения. Фактически речь идёт о некотором слабом варианте множеств Хинтикки. Это определение, кстати, почти дословно повторено (только для интуиционистских формул) в начале раздела 4.5.

25) На стр. 70 речь идёт не об экзистенциальных формулах, а о формулах, начинающихся с квантора существования. Экзистенциальной называется формула, которая, кроме кванторов существования в начале, не содержит других кванторов, а в данном случае это возможно.

26) Во втором снизу абзаце на стр. 75 условие $\Delta \models \alpha$ выполнено не по определению отношения $\models$, а из-за рефлексивности Δ.

27) В последнем предложении на стр. 82 следует вставить условие, что A — формула исходного языка L_M, без констант, означающих элементы миров. В предпоследнем предложении это не так.

Также имеется небольшое число грамматических неточностей: «лежаю-щую» на стр. 57, «ипользованием» на стр. 59, «применением» на стр. 80. Стоит лишняя запятая (6 снизу строка на стр. 52). Нет нужды в скобках после п. 6 на стр. 24, после п. 4^{∇} на стр. 25, в конце стр. 49 и в некоторых других местах. Номера рисунков оканчиваются двоеточием вместо точки. Тире иногда оказывается в начале строки (стр. 62, 71 и далее).

Указанные замечания не снижают значимости и корректности полученных в работе новых результатов.

Исходя из вышесказанного, следует сделать вывод, что диссертация Оноприенко Анастасии Александровны «Совместная логика задач и высказываний» представляет собой законченное научное исследование на актуальную тему, отвечает критериям, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а её автор заслуживает присуждения ему учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.5 — «Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика» (01.01.06 — «Математическая логика, алгебра и теория чисел»).

Официальный оппонент
доктор физико-математических наук
декан факультета
прикладной математики и кибернетики
ФГБОУ ВО «Тверской
государственный университет»
доцент

Дудаков Сергей Михайлович

А.В. Зиновьев