

ОТЗЫВ

**научного руководителя на диссертацию Тихонова Юрия Андреевича
«Исследование операторных моделей Кельвина-Фойгхта, возникающих в теории
вязкоупругости», представленную на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук по специальности
1.1.1 – «Вещественный, комплексный и функциональный анализ»**

Диссертационная работа Тихонова Юрия Андреевича посвящена исследованию интегро-дифференциальных уравнений с неограниченными операторными коэффициентами в гильбертовом пространстве. Исследование указанных уравнений автором сводится к изучению вопросов спектрального анализа оператор-функций, которые являются символами исходных уравнений. Спектральный анализ таких оператор-функций, основывается на идеях, восходящих к работам М.В. Келдыша. Эти идеи получили развитие в работах многих известных математиков, в частности, работы Дж. Э. Аллахвердиева, Г.В. Радзиевского и А.И. Милославского посвящены изучению дробно-рациональных оператор-функций, обобщением которых являются изучаемые в диссертации символы интегро-дифференциальных уравнений. Отметим, что изучаемые абстрактные интегро-дифференциальные уравнения могут быть реализованы как интегро-дифференциальные уравнения в частных производных, возникающие в задачах теории вязкоупругости. С помощью таких уравнений моделируются движения вязкоупругих сред с внутренним трением, или трением Кельвина-Фойгхта. К числу таких моделей вязкоупругих тел относится модель вязкоупругого тела Ильюшина.

Остановлюсь на основном содержании диссертационной работы. Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения и списка литературы. Во введении даётся общая характеристика работы, а также проводится обзор исследований, проводившихся ранее по теме диссертации.

Первая глава диссертации носит вводный характер. В ней поставлена задача Коши для абстрактного интегро-дифференциального уравнения второго порядка, исследованию которой посвящено содержание диссертации, вводятся необходимые для дальнейшего изложения определения и обозначения, а также приводятся используемые в дальнейшем результаты из теории полугрупп.

Вторая глава диссертации посвящена спектральному анализу символов изучаемых интегро-дифференциальных уравнений. Автором установлена локализация спектра этих оператор-функций в левой полуплоскости, а также оценка норм их резольвент. Отдельное внимание уделено вопросу о структуре невещественной части спектра, а именно: рассмотрены случаи, когда эта часть конечна и когда спектр содержит счётное число невещественных собственных значений. В этом автору удалось найти ответ на поставленный в работе А.Э. Ерёмченко и С.А. Иванова () вопрос о конечности невещественной части спектра. Результаты автора являются существенным развитием результатов, установленных А.Э. Ерёмченко и С.А. Иванова.

В третьей главе автор рассматривает исходную задачу Коши в случае, когда ядро вольтерровой свёртки представлено в виде ряда из убывающих экспонент, а симметрические операторные коэффициенты, подчинённые самосопряжённому оператору, полагаются нулевыми. Автор приводит указанную задачу к эволюционной задаче Коши, которая исследуется с помощью теории полугрупп операторов. Близкие идеи применяются в работах Н.Д. Копачевского и Д.А. Закоры. Ю.А. Тихонов доказывает,

что ассоциированная с эволюционной задачей полугруппа является сильно непрерывной, аналитической в некотором угле. На основании этого выводится результат о корректной разрешимости в классическом смысле задачи Коши для изучаемого интегро-дифференциального уравнения. В заключительной части главы автором получено представление решения этой задачи в виде ряда из экспонент.

Четвёртая глава посвящена изучению задачи Коши для интегро-дифференциального уравнения в существенно более общем случае, содержащем некоммутирующие операторами и ядром свёртки в виде интеграла Лебега-Стилтьеса. В этом случае задача Коши сводится к эволюционной задаче, устанавливается сильная непрерывность и аналитичность полугруппы, ассоциированной с эволюционной задачей. На основании этого делается вывод о корректной разрешимости исходной задачи Коши в классическом смысле.

Результаты, полученные в диссертации Ю.А. Тихонова являются новыми и представляют несомненный научный интерес. Они изложены в 5 научных статьях, опубликованных в рецензируемых журналах, входящих в базы данных Web of Science и Scopus. Из этих работ 2 написаны в соавторстве с А.В. Давыдовым, при этом Ю.А. Тихонову принадлежат результаты о локализации спектра оператор-функции, а А.В. Давыдову принадлежит идея примеров символов изучаемых интегро-дифференциальных уравнений, содержащих бесконечное число собственных чисел в спектре. Этот факт отмечен в тексте диссертации. Результаты диссертации обсуждались на ряде научно-исследовательских семинаров, а также излагались на международных конференциях.

На основании изложенного считаю, что при работе над диссертацией автор продемонстрировал уверенное владение методами функционального анализа, спектральной теории, теории полугрупп и методами комплексного анализа. Достоинством работы Ю.А. Тихонова является то, что тематика диссертации является весьма актуальной и тесно связана с приложениями. Считаю, что диссертация Тихонова Ю.А. «Исследование операторных моделей Кельвина-Фойгхта, возникающих в теории вязкоупругости», представленная на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.1 - «Вещественный, комплексный и функциональный анализ» удовлетворяет требованиям «Положения о присуждении учёных степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова» и рекомендуется к защите в диссертационном совете МГУ 011.3(01.07).

Научный руководитель
профессор кафедры математического анализа
механико-математического факультета МГУ М.В. Ломоносова
119991, ГСП-1, Москва, Ленинские горы, МГУ, д.1, Главное здание,
механико-математический факультет, тел. +7 (495) 939-12-63,
e-mail: mmmf@mech.math.msu.su, сайт: <https://www.math.msu.su/>)
доктор физико-математических наук, профессор
(тел.: +7 (495) 939-18-01, e-mail: victor.vlasov@math.msu.ru)
01 сентября 2022 г.

В.В. Власов

Подпись профессора В.В. Власова удостоверяю
Декан механико-математического факультета
МГУ имени М.В. Ломоносова, член-корр. РАН,
доктор физико-математических наук, профессор
01 сентября 2022 г.

А.И. Шафаревич