

ОТЗЫВ

официального оппонента
на диссертационную работу Куценко Владимира
Александровича “Эффекты случайных сред в процессах с
генерацией и блужданием частиц по решеткам”,
представленную на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук по специальности 1.1.4 – теория
вероятностей и математическая статистика.

Диссертационная работа лежит в русле одного из современных направлений теории вероятностей и стохастических процессов – ветвящихся случайных блужданий.

Диссертационная работа состоит из введения, 3-х глав и заключения. Объем работы составляет 89 страниц, включая 10 рисунков и 3 таблицы. Список литературы содержит 30 наименований.

В работе исследован ряд моделей ветвящихся случайных блужданий (ВСБ) с непрерывным временем на многомерных решетках в случайной среде (со случайными интенсивностями деления и гибели). Стандартное ВСБ на решетке является случайным процессом перемещения, гибели и размножения частиц с независимыми экспоненциальными распределениями до момента превращения в каждой точке решетки. Параметры распределений могут быть зависимыми от точки решетки, что порождает множество разнообразных моделей и требует развития новых методов исследования.

Модель ВСБ в случайной среде, впервые рассмотренная в работе Ю. Гертнера и С.А. Молчанова (1990 г.), предполагает, что исходные характеристики стандартного ВСБ выбираются случайно. Потребность исследования моделей ВСБ различного типа порождена прикладными задачами статистической физики и восходит к работам Я.Б. Зельдовича 1980-ых годов. В последние десятилетия исследования ВСБ превратились в актуальное фундаментальное научное направление теории вероятностей, базирующееся на симбиозе теории стохастических дифференциальных уравнений и операторных методов. В упомянутой работе Ю. Гертнера и С.А. Молчанова были введены основные понятия для описания модели в случайной среде и разработан ряд инструментов ее анализа.

Во введении диссертационной работы приведена подробная историческая справка по исследуемой теме со ссылками на работы ученых, внесших вклад в развитие данной области.

В первой главе диссертационной работы описана асимптотика усредненных по среде численностей частиц в узлах для однородных по про-

странству случайных блужданий на решетке. Случайная среда индивидуальна для каждого из узлов и определяется вероятностями деления частицы на две и ее гибели. Автор уходит от канонических моделей статистической физики, переходя к более общим с точки зрения приложений ветвящимся процессам. Суть исследований состоит в том, что сначала замораживается (фиксируется) случайная среда и описываются замороженные математические ожидания численностей частиц в узлах, а потом производится их усреднение по среде.

Основой для классификации процесса является потенциал V , определенный как разность между интенсивностью деления и интенсивностью смерти частиц в каждой точке решетки. Если потенциал не случаен, то для средних численности частиц в каждой из точек верно представление Фейнмана–Каца. Потенциал V однороден по пространству и при переходе к случайной среде принципиальную для асимптотических представлений роль играет усреднение e^{Vt} . Усредненные по среде моменты по устоявшейся терминологии называются «отожженными» (annealed moments). Содержательные результаты ранее были получены в случае, когда функция распределения $F(z)$ случайного потенциала V обладает «вейбулловским» хвостом, т.е. $\ln(1 - F(z)) \sim cz\alpha$, $c > 0$, $\alpha > 1$, при $z \rightarrow \infty$. Автор проводит исследования в случае «гумбелевских» хвостов, т.е. $\ln(1 - F(z)) \sim c \exp\{z\alpha\}$, $c > 0$, $\alpha > 1$, при $z \rightarrow \infty$. При этом методы исследования, в отличие от предшественников, основаны на классических теоретико-вероятностных подходах.

Во второй главе рассмотрена модель на одномерной решетке \mathbb{Z} , с единственным центром размножения и ограниченной случайной интенсивностью убивающей среды. Случайное поле реализуется до старта ВСБ. При размножении могут появиться лишь два потомка, а блуждание симметрично и переход возможен только в соседние точки. Эти характеристики не случайны, а гибель индивидуальна для всех точек, отличных от точки ветвления, и случайна. Эти интенсивности одинаково распределены, независимы для различных точек и обладают плотностями с ограниченным носителем. ВСБ в момент времени t полностью описывается набором численностей частиц во всех точках \mathbb{Z} при фиксированной точке ветвления и случайной среды. Их средние являются решениями задачи Коши, и результаты получаются при асимптотическом анализе свойств решений этих уравнений на основе тонкого анализа спектра эволюционного оператора.

Основным объектом исследования является вероятность реализации среды, при которой наблюдается экспоненциальный рост средних значений численностей частиц при заданных параметрах. Доказано, что экспоненциальный рост средних численностей частиц одновременно во всех точках решетки эквивалентен экспоненциальному росту хотя бы в одной

точке. Приведен критерий экспоненциальности роста этих средних с вероятностью 1. Получены верхние и нижние оценки для вероятности реализации среды, на которой наблюдается экспоненциальный рост средних численности частиц. Автором разработаны нетривиальные методы исследования, которые можно будет применить для обобщений данной модели.

В третьей главе описаны алгоритмы и результаты численного моделирования для исследуемых моделей на конечных временных интервалах и сравнение их с асимптотическими результатами при больших временах. В работе применяются различные методы и подходы. Результаты, безусловно, интересны, но отсутствует техническая сторона дела: какая вычислительная техника использовалась, ее характеристики и каково время расчетов?

Автор продемонстрировал владение широким спектром тонких теоретико-вероятностных методов в очень трудных задачах аналитического исследования ветвящихся случайных блужданий в случайной среде. Им решен ряд задач, имеющих важное значение для развития аналитических асимптотических подходов в данном направлении теории вероятностей.

В заключении тезисно перечислены результаты работы.

Все результаты, выносимые на защиту, получены лично автором, обладают внутренним единством, снабжены подробными доказательствами, доложены на 15 международных и всероссийских конференциях высокого уровня. Результаты работы содержатся в 15 публикациях. В научных журналах Web of Science, SCOPUS, RSCI представлено 6 работ, из которых одна — без соавторов. В материалах международных конференций представлено 9 публикации, из которых 2 — статьи. Все положения, выносимые на защиту, обоснованы, подтверждены строго сформулированными и доказанными теоремами и согласуются с результатами, полученными другими авторами. Автореферат соответствует содержанию диссертационной работы.

У рецензента нет существенных замечаний по изложению и оформлению диссертационного исследования. При этом иногда есть некоторая небрежность в определениях:

Оператор $H(\omega)$ в аргументах не содержит точки решетки x , хотя она присутствует в явном выражении определения в виде потенциала $V(x, \omega)$. В уравнении (2.3) из диссертационной работе этот аргумент отсутствует, а в его копии в автореферате этот элемент присутствует.

Диссертационная работа “Эффекты случайных сред в процессах с генерацией и блужданием частиц по решеткам” отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В. Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует специальности 1.1.4 – “Теория вероятностей и математическая статисти-

