

**ОТЗЫВ официального оппонента  
на (о) диссертацию(и) на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук Удалова Артема Сергеевича  
на тему: «Численные методы повышенного порядка точности в  
механике трещин»  
по специальности 1.1.8 – «механика деформируемого твердого тела»**

Диссертационная работа А. С. Удалова представляет собой важное с научной точки зрения исследование, связанное с теоретическим анализом трещиностойкости упругих материалов. Основной **новизной работы** является использование численного метода на основе граничных элементов. В проведенных исследованиях демонстрируется эффективность выбранного численного метода для задач механики разрушения. В работе рассмотрено большое количество задач с различными наборами и конфигурациями трещин. Такие задачи встречаются повсеместно при конструировании новых изделий, а также, в горнодобывающей индустрии, что безусловно говорит об **актуальности выбранной темы.**

Соискатель рассмотрел и проанализировал рассмотренные ранее решения подобных проблем что изложено во введении диссертации на самом высоком уровне. Обзор содержит как последние работы 2023-го года, так и отсылки к самым ранним работам механики разрушения.

В работе диссертант приводит и в целом хорошо объясняет суть используемого численного метода. Так первая глава посвящена общей постановке задачи, рассматриваются способы ее решения и разработке численных алгоритмов. Изложение сопровождается соответствующими понятными формулами и иллюстрациями. Точность и **достоверность полученных результатов** обеспечивается большим количеством решений, проверенных сравнением с аналитикой. Большая часть всей работы посвящена решению задач для которых имеются аналитические решения. Анализируется сходимость и порядок аппроксимации выбранных элементов.

Во всех приведенных задачах ошибка в результатах не превышала одного процента.

Одной из самых сильных сторон работы является демонстрация выигрышности выбранного метода. Судя по всему, это самый быстрый способ работы с трещинами. Такая легкость в решении задач с любым конечным числом трещин позволяет рассматривать различные конфигурации дефектов, сравнивать их возможность развития и последующего разрушения.

Используемый в работе метод позволяет анализировать рост трещин как последовательность состояний статического равновесия. Для этого необходим специальный критерий выбора направления роста дефекта. Так во второй главе рассматривается рост трещины сложной формы с изломом и полученное решение сравнивается с экспериментом.

В диссертации довольно наглядно показано что линия разрыва или трещины при прямолинейной геометрии требует меньшей энергии чем трещина с V – образным изломом. Вопрос о том, какую геометрию трещины выбрать, часто встречается на практике, когда необходимо сделать консервативные упрощения для анализа задач с дефектами. В работе, кроме того рассмотрен ряд новых задач связанных с системой трещин. Проведен анализ взаимного влияния их расположения. Продемонстрированы конфигурации, которые снижают коэффициенты интенсивности, при этом показаны варианты, которые повышают трещиностойкость системы.

Другая сильная сторона работы описывается в третьей главе, которая посвящена численному решению задач теплопроводности тел с трещинами. Схема изложения схожа с предыдущей главой – сначала описывается численный метод, после чего проводится верификация выбранного метода, далее рассматриваются различные задачи. Возможность решения задач теплопроводности интересна еще и тем, что позволяет решать задачи фильтрации, в силу схожести уравнений. Комбинируя его с методом, рассмотренным во второй главе, где анализируется рост трещин, можно моделировать задачи гидроразрыва. Раскрытие трещин, изменение граничных

условий на берегах трещин и сам рост трещин в нужном направлении довольно легко организовать пошагово при рассмотренным в работе эффективным численным методе. Такие расчеты, несомненно, были бы полезны в нефтедобывающей индустрии, а вся работа диссертанта в целом имеет существенный потенциал практического использования.

Тем не менее, есть некоторые замечания, которые не ставят под сомнение полученные результаты и не влияют на общую положительную оценку работы:

1. В работе имеются несколько опечаток. Так на странице 4 слово «значений» использовано в неверном падеже. На странице 16 есть опечатка – использовано слово «стоится» вместо «строится» и др.
2. Во введении обосновывается важность выбранного численного метода. При этом приводятся некоторые критические замечания по эффективности метода конечных элементов для решения рассмотренных в работе задач. Так на странице 15 утверждается, что в методе конечных элементов нет возможности рассмотрения безграничных сред. Это неверно, в практике давно известны и используются «бесконечные» или «полу-бесконечные» элементы. Детально проработано направление использования их в динамике, когда отсутствуют отраженные ударные возмущения.
3. При прочтении диссертации рассматриваемое твердое тело, как-то незаметно становится бесконечным, что усложняет понимание. Наверное, еще во введении следовало бы рассказать про такой класс задач.
4. В работе осталось непонятным почему нулевой порядок элементов оказался точнее элементов первого порядка аппроксимации.
5. В тексте, например, на странице 33, и много где еще используется термин «кончик трещины», в научной литературе, общепринят термин – «вершина трещины».

6. Во всех задачах рассматривается растяжение и раскрытие берегов трещины, но нет анализа случая закрытия трещины и возможно ли это?

Вместе с тем, указанные замечания не умаляют значимости диссертационного исследования. Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В.Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует специальности 1.1.8. **механика деформируемого твердого тела** (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова, а также оформлена согласно требованиям Положения о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова.

Таким образом, соискатель Удалов Артем Сергеевич заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.8 – «механика деформируемого твердого тела».

Официальный оппонент:

д. ф.-м. н, профессор кафедры  
Теории пластичности  
механико-математического факультета  
МГУ им. М.В. Ломоносова

Федулов Борис Юрьевич

К