

Отзыв научного консультанта на диссертационную работу
Резниченко Евгения Александровича
"Группы с топологией и однородные
пространства",
представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических
наук по специальности

1.1.3 — «Геометрия и топология»

Резниченко Евгений Александрович работает на кафедре «Общей топологии и геометрии» механико-математического факультета МГУ с 2002 года. Последние три десятилетия Е.А.Резниченко вел активные исследования в топологической алгебре, теории пространств функций, функционального анализа и общей топологии, в которых получил результаты, признанные мировым научным сообществом.

Один из важнейших объектов современной математики — топологические группы. Они используются во многих областях математики и подробно изучаются в рамках топологической алгебры. В топологической алгебре изучаются алгебраические объекты с топологией, тем или иным образом согласованной с алгебраическими операциями, как правило, рассматриваются непрерывные операции. Важную роль играют алгебраические системы, в которых не все операции непрерывны и/или для операций выполняются слабые формы непрерывности, такие как раздельная непрерывность, квазинепрерывность и другие виды непрерывности. Один из наиболее важных вопросов о таких группах — когда происходит усиление непрерывности операций, особенно, когда такие группы являются топологическими группами? Однородные топологические пространства в последнее время тоже стали особенно популярным объектом исследований, и в этом направлении стоит целый ряд интереснейших задач.

Одним из основных результатов автора, ставшим уже классическим, является теорема: паратопологическая (т.е. с непрерывным умножением) псевдокомпактная группа является топологической группой. Для доказательства используется продолжение операции умножения на стоун-чеховское расширение. При этом продолжение непрерывной операции оказывается раздельно непрерывным отображением. Созданная автором техника продолжения раздельно непрерывных отображений заняла промежуточное место между классическими теоремами Гликсберга и Гротендика. Автором во второй главе диссертации строится полная и завершенная теория продолжения раздельно непрерывных отображений на произведение стоун-чеховских расширений сомножителей. Одним из применений теорем о продолжении является исследование псевдокомпактных пространств с раздельно непрерывной операцией Мальцева. Доказана общая теорема: компактная универсальная алгебра (т.е. пространство с набором операций) вкладывается в произведение метризуемых универсальных алгебр, если у нее калибр ω_1 .

Одним из наиболее продуктивных методов исследования непрерывности операций стал метод топологических игр. Автор выделил ряд топологических свойств, описываемых с помощью расположения диагонали в квадрате, которые влекут непрерывность операций. Данный подход позволяет перейти от алгебро-топологических рассуждений к чисто топологическим, что является новым полезным моментом в технике исследований. Используется так же новый метод: представление паратопологической группы как гомоморфного образа топологической группы, которая замкнуто вложена в квадрат группы. Следующие предложения относятся к числу основных в диссертации. Хотя они схожи по формулировке, их доказательства проводятся разными новыми методами, разработанными автором диссертации.

Если G есть группа с топологией и выполняется одно из перечисленных ниже условий, то G является топологической группой:

- G есть тихоновская счетно прacomпактная (в частности, счетно компактная) группа с раздельно непрерывным умножением;
- G есть регулярная псевдокомпактная паратопологическая группа;
- G есть T_1 счетно компактная в квадрате паратопологическая группа.

Отметим, что один из основных вопросов в данной области: верно ли, что если G есть хаусдорфова счетно компактная паратопологическая группа, то G — топологическая группа?

Одна из больших тем общей топологии, в которую вносит вклад Е.А. Резниченко в своей диссертации, — это классическая тема ретрактов. В частности, им доказана теорема 5.50: каждое псевдокомпактное мальцевское пространство является ретрактом топологической группы. В диссертации Е.А. Резниченко показано также, что прямые Зонгенфрея и Майкла являются ретрактами топологических групп, что позволяет получить отрицательный ответ на вопрос М.Г. Ткаченко, верно ли, что каждая сепарабельная топологическая группа R -факторизуема, и ответ на вопрос, существует ли линделёфова группа с числом Суслина континуум. Применяя доказанные в его диссертации теоремы о ретрактах однородных пространств, Е.А. Резниченко отрицательно ответил на вопрос ван Милла и Комфорта, верно ли, что произведение однородных счетно компактных пространств псевдокомпактно.

Диссертация содержит большое количество примеров, которые как очерчивают рамки доказанных теорем, так и отвечают на вопросы, ранее поставленные другими математиками.

В диссертации получены сильные и интересные результаты, находящиеся в русле самых передовых исследований в рассматриваемой области общей топологии и топологической алгебры. Считаю, что Е.А. Резниченко проделана большая, очень важная и актуальная работа. Полученные результаты хорошо оформлены, изложение сопровождается большим числом примеров.

Работа написана аккуратно, подробно, доказательства выполнены на высоком научном уровне. В целом работа Е.А. Резниченко имеет большое значение, как теоретическое, так и практическое, и является серьезным и очень весомым вкладом в современную общую топологию, топологическую алгебру,

Рассматриваемая диссертация представляет собой законченное научное исследование. Основные результаты диссертации Е.А. Резниченко должным образом опубликованы. Е.А. Резниченко неоднократно принимал участие в международных математических конференциях и выступал на научных семинарах с докладами об основных результатах диссертации.

Научный консультант:
доктор физико-математических наук
профессор МПГУ

Министерство просвещения Российской Федерации
Федеральный научный центр образовательных исследований
Институт проблем образования
Ученый секретарь

Кузнецова А.В.
ДОСТОВЕРЯЮ
подписания развития
материала

Н.А. Кузнецова