

**ОТЗЫВ официального оппонента**  
**на диссертацию на соискание ученой степени**  
**доктора физико-математических наук Соляева Юрия Олеговича**  
**на тему: «Неклассические масштабные эффекты в прикладных моделях**  
**градиентной теории упругости и электроупругости»**  
**по специальности 1.1.8 – «Механика деформируемого твердого тела»**

Диссертационная работа Ю. О. Соляева посвящена теоретическому исследованию новых неклассических масштабных эффектов, которые проявляются при анализе различных моделей деформационного поведения материалов в рамках градиентных теорий упругости (ГТУ) и электроупругости (ГТЭ). В частности, автором развиты аналитические подходы к построению решений задач ГТУ и ГТЭ (полуобратный метод, метод представления решения в форме Папковича-Нейбера в ГТУ, метод преобразования переменных для связанных задач ГТЭ). В рамках ГТУ и ГТЭ построены решения трехмерных и плоских задач изгиба балки и полосы, и с помощью этих решений изучена корректность формулировки градиентных масштабозависимых балочных теорий; найдены аналитические и численные решения задач о включениях и сопоставлены различные методы расчета эффективных характеристик композитных материалов. В том числе доказана эквивалентность энергетических и прямых методов осреднения, изучены особенности концентрации напряжений вблизи включений различного размера и влияние масштабных эффектов на эффективные свойства композитов с упругими и пьезоактивными фазами. Развиты методы численного моделирования на основе смешанного метода конечных элементов и метода Треффца, проведена верификация реализованных численных решателей. Развиты методы идентификации масштабных параметров ГТУ и ГТЭ на основе изучения масштабных эффектов в композитах и методы оценки прочности тел с трещинами и концентраторами в процессе их численного моделирования в ГТУ. Изучены возможности получения регулярных решений

и анализа размерных эффектов в упрощенных моделях ГТУ для задач об упругих телах с сосредоточенными нагрузками на острых кромках. Исследованы возможности корректного описания эффектов пространственной дисперсии высокочастотных электроакустических волн в пьезоэлектрических средах на основе моделей ГТЭ.

**Актуальность темы диссертации** и полученных автором результатов не вызывает никаких сомнений. Разработка различных версий ГТУ и ГТЭ и их применение для выявления и анализа размерных эффектов, для устранения расходимостей в угловых точках границ раздела, на линиях дефектов и в вершинах трещин, а также для изучения пространственной дисперсии упругих и электроакустических волн составляют одно из основных направлений развития современной механики деформируемого твердого тела. Полученные здесь результаты имеют большое значение для понимания деформационного поведения новых перспективных микро- и наноразмерных материалов и твердотельных структур, разработка и применение которых составляют основу самых передовых промышленных и информационных технологий.

**Научные положения, выводы и рекомендации**, сформулированные в диссертации, представляются совершенно обоснованными, поскольку естественно следуют из обширного комплекса исследований автора, выполненных на высоком научном уровне, и не противоречат уже известным результатам. **О достоверности результатов** диссертации свидетельствует то, что они были получены с использованием строгих методов механики деформируемого твердого тела, с привлечением вариационных принципов, с применением хорошо апробированных методов и подходов микромеханики композитных материалов, методов теории дифференциальных уравнений и тензорного анализа. Решения, найденные аналитически, сопоставлялись с результатами численных расчетов и компьютерного моделирования, и в тех случаях, где уже имеются экспериментальные данные, с этими данными.

**Новизна и оригинальность** полученных Ю. О. Соляевым результатов вполне очевидны. В работе предложены новые аналитические и численные методы построения решений в ГТУ и ГТЭ. Построены новые масштабозависимые решения для задач о сферических и цилиндрических включениях. Впервые получено доказательство эквивалентности прямых и энергетических методов осреднения в рассматриваемых теориях. Продемонстрирована возможность описания масштабного эффекта прочности хрупких и квазихрупких материалов на основе численного моделирования и концепции концентрации напряжений в ГТУ. Предложен модифицированный критерий прочности для оценки разрушающих нагрузок на основе ГТУ в условиях смешанной I/II моды в зонах с концентраторами напряжений. Проведена идентификация масштабных параметров градиентных теорий на основе экспериментальных данных для широкого класса материалов. Впервые в рамках ГТУ решена обобщенная задача Фламана, на основе которой определен класс градиентных теорий, в которых возможна регуляризация решений вблизи нагруженных острых кромок. Предложена новая формулировка динамической ГТЭ, позволяющей корректно описывать эффекты пространственной дисперсии. Новизна этих исследований дополнительно подтверждается тем, что основные материалы работы опубликованы в таких престижных международных научных журналах первого ряда как Acta Mechanica, Composite Structures, Continuum Mechanics and Thermodynamics, Engineering Fracture Mechanics, European Journal of Mechanics – A/Solids, International Journal for Numerical Methods in Engineering, International Journal of Engineering Science, International Journal of Solids and Structures, Journal of Applied Physics, Mathematics and Mechanics of Solids, Mechanics of Materials и др.

Полученные Ю. О. Соляевым результаты имеют **высокую научную и практическую ценность**. Автору удалось привести в систему разрозненные работы разных авторов и выделить те из них, которые имеют наибольшие

перспективы дальнейшего развития и практического использования. Им предложено новое упрощенное представление общего решения уравнений равновесия ГТУ, удобное для построения аналитических решений широкого класса задач, и получены новые аналитические решения, которые могут использоваться как для тестирования прикладных моделей, так и для упрощенной и быстрой обработки экспериментальных данных. С точки зрения практического применения полезно развитие методов численного моделирования в рамках градиентных теорий, которыми можно пользоваться для построения сходящихся решений, не зависящих от размера сетки, в задачах с линейно упругими телами с негладкой геометрией или с разрывными граничными условиями.

В целом, диссертация Ю. О. Соляева представляет собой законченное теоретическое исследование, объединенное единым замыслом и построенное логично и естественно. Ее отличает стройная композиция и хорошее оформление. Она состоит из небольшого, но содержательного введения, отличного и очень информативного литературного обзора, краткого рассмотрения основных соотношений для различных вариантов ГТУ и ГТЭ, описания привлекаемых методов построения аналитических и численных решений ГТУ и ГТЭ, двух больших глав с описанием результатов исследования масштабных эффектов в ГТУ и ГТЭ, краткого заключения и списка литературы. Диссертация написана простым и понятным языком, с небольшим количеством опечаток и синтаксических ошибок. Материал диссертации достаточно полно отражен в опубликованных автором работах. Автореферат соответствует содержанию диссертации.

В то же время, по работе можно сделать ряд **критических замечаний**, первое из которых является существенным, а остальные носят технический характер и относятся к стилистике представления полученных результатов:

1. Для оценки значимости полученных решений и, в целом, целесообразности применения градиентных теорий в том или другом случае, первостепенное значение имеет правильный и обоснованный выбор численных значений масштабных (градиентных) коэффициентов. Это непростой вопрос, который в каждом случае требует специального изучения. В данной работе он решается относительно просто и поверхностно – либо берется «для примера» некоторый диапазон приемлемых на взгляд автора значений, исходя из характерного периода структуры изучаемого материала, либо, в лучшем случае, из сопоставления полученных численно зависимостей с известными экспериментальными данными в рамках конкретной задачи. Однако в первом случае используемый подход оправдан только для модельных периодических структур, поскольку в реальных телах обычно имеется сразу несколько масштабных уровней периодичности, да и сама периодичность часто бывает только внешней. Например, в реальном однородном по составу поликристаллическом металле таких масштабных уровней как минимум три – атомный, уровень внутризеренной дислокационной структуры и уровень зеренной структуры, причем для последнего типичен разброс в размерах зерен на один-два порядка, а само распределение зерен по размерам может быть бимодальным. Как в таких реальных условиях выбрать значение (или хотя бы приемлемый диапазон значений) масштабного коэффициента? Во втором случае, когда сопоставляются расчетные и экспериментальные зависимости, вряд ли достаточно решения одной тестовой задачи для определения масштабного коэффициента для конкретного материала. В других задачах для этого же материала можно получить совершенно другие значения. Представляется, что этот вопрос требует дальнейшего углубленного изучения.

2. На некоторых рисунках, на которых приведены карты деформаций и напряжений (рис. 21-23), или их трехмерные распределения (рис. 33, 34, 78-80), не обозначены ни координатные оси, ни их шкалы, ни единицы измерения по осям, ни значения деформаций и напряжений. Это делает практически

невозможным сравнение карт на рис. 21, полученных с помощью аналитических и численных решений, и затрудняет восприятие и дальнейшее использование этих и отмеченных выше карт и распределений.

3. Некоторые рисунки оформлены небрежно. Так, на рис. 30 отсутствует расшифровка разноцветных кривых; на рис. 39(б) неверно обозначена ось абсцисс; в подписи к рис. 47 ошибочно упомянуто изображение трещины, которое присутствует на соседнем рис. 46; в подписях к картам напряжений на рис. 49 (б) и (в) не указано, чему равно напряжение, приложенное вдали от трещины, хотя значения напряжений на цветовой шкале даны в мегапаскалях; на рис. 78 и в подписи к нему перепутаны обозначения карт напряжений для градиентного и классического решений, классические очевидно даны на полях (в) и (е); на рис. 80 и в подписи к нему также путаница с распределениями напряжений и электрической индукции для градиентного и классического решений; на рис. 82 использованы обозначения SGT и DGT, которые нигде не расшифрованы.

4. Из сравнения кривых на рис. 84 получена ошибочная оценка для масштабного параметра ГТЭ – 90 нм. Правильный результат – 20 нм.

5. В списке литературы встречаются неполные ссылки (181, 320, 322, 325-328, 336-338, 353, 369).

Конечно, указанные замечания нисколько не умаляют значимости первоклассного диссертационного исследования Ю. О. Соляева. Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В.Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует паспорту специальности 1.1.8 – «Механика деформируемого твердого тела» (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова, а также оформлена, согласно приложениям № 5, 6

Положения о диссертационном совете Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова.

Таким образом, соискатель Соляев Юрий Олегович заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.8 – «Механика деформируемого твердого тела».

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук,  
главный научный сотрудник, зав. лабораторией  
механики наноматериалов и теории дефектов  
Федерального государственного бюджетного учреждения науки  
Института проблем машиноведения Российской академии наук

ГУТКИН Михаил Юрьевич



26.11.2022 г.

Контактные данные:

тел.: 7(812)3214764, e-mail: [m.y.gutkin@gmail.com](mailto:m.y.gutkin@gmail.com)

Специальность, по которой официальным оппонентом  
защищена диссертация:

01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела

01.04.07 – Физика твердого тела

Адрес места работы:

199178, г. Санкт-Петербург, В.О., Большой пр., д. 61,  
Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Институт проблем машиноведения Российской академии наук,  
Лаборатория механики наноматериалов и теории дефектов  
Тел.: 8 (812) 3214764; e-mail: [m.y.gutkin@gmail.com](mailto:m.y.gutkin@gmail.com)

Подпись сотрудника .....  
ИПМаш РАН М.Ю. Гуткина удостоверяю

