

ОТЗЫВ официального оппонента
о диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук
Сташа Айдамира Хазретовича
на тему «Показатели колеблемости решений линейных
дифференциальных уравнений и систем»
по специальности 1.1.2 — «Дифференциальные уравнения и
математическая физика»

Диссертационная работа А.Х. Сташа посвящена исследованию новых, введенных в рассмотрение лишь в 2006–2015 гг., характеристик колеблемости и вращаемости решений дифференциальных уравнений и систем. Тематика исследований данной работы находится на стыке двух разделов качественной теории дифференциальных уравнений и систем, а именно теории показателей Ляпунова и теории колеблемости.

Характеристические показатели были введены А.М. Ляпуновым как инструмент для исследования устойчивости движения (в частности, для исследования устойчивости по первому приближению). Теория этих и других, подобных им, показателей была значительно развита в работах его последователей: О. Перрона, Р.Э. Винограда, Б.Ф. Былова, В.М. Миллионщикова, Н.А. Изобова, М.И. Рахимбердиева, И.Н. Сергеева, Е.К. Макарова, Е.А. Барабанова, А.С. Фурсова, А.Н. Ветохина, В.В. Быкова и многих других.

Проблематика исследования колеблемости решений дифференциальных уравнений восходит к основополагающим работам Ж. Штурма и А. Кнезера. Впоследствии эти вопросы получили значительное продвижение в работах В.А. Кондратьева, И.Т. Кигурадзе, Н.А. Изобова, Т.А. Чантурии, Г.Г. Квиникадзе, А.Н. Левина, Дж.Д. Мирзова, И.В. Асташовой и многих других исследователей.

Оказалось, что (с определенной точки зрения) колебательные свойства решений дифференциальных уравнений также поддаются качественному описанию и исследованию с помощью функционалов ляпуновского типа. Этот новый подход к вопросам колеблемости, выросший к настоящему времени в целое направление исследований, своим возникновением обязан работам И.Н. Сергеева, который определил характеристики колеблемости и вращаемости и получил ряд содержательных результатов о свойствах этих характеристик для решений линейных однородных дифференциальных уравнений и систем.

Структурно диссертация состоит из введения, общей характеристики работы, перечня условных обозначений, четырех глав, заключения и библиографического списка.

Во введении описывается предмет исследования, обосновывается актуальность темы диссертации и обсуждается степень разработанности рассматриваемых проблем. Определяются цели и задачи работы, а также формулируются ее основные результаты.

В первой главе вводятся необходимые обозначения, понятия и приводятся известные факты об объектах исследования.

Во второй главе доказаны утверждения о возможных значениях характеристик колеблемости решений линейного однородного дифференциального уравнения с непрерывными коэффициентами. Изучено свойство остаточности у сильных показателей колеблемости на множестве решений дифференциальных уравнений порядка выше второго, а также возможность выполнения строгих неравенств между слабыми и сильными показателями в некоторой точке указанного множества. К основным результатам этой главы следует отнести построение линейного дифференциального уравнения порядка выше второго, спектры верхних сильных показателей колеблемости (строгих и нестрогих) знаков, нулей и корней которого совпадают с заданным суслинским множеством неотрицательной полуоси расширенной числовой прямой, содержащим нуль, а также доказательство неостаточности сильных показателей колеблемости нестрогих знаков, нулей, корней и гиперкорней на множестве решений линейных однородных дифференциальных уравнений порядка выше второго с непрерывными коэффициентами.

В третьей главе на множестве решений линейных однородных автономных дифференциальных систем полностью описаны показатели колеблемости и ориентированной вращаемости, а также найдены спектры этих показателей линейных однородных треугольных дифференциальных систем, и установлена взаимосвязь спектров показателей колеблемости и вращаемости взаимно сопряженных двумерных систем. Кроме того, доказаны утверждения о возможных спектрах показателей колеблемости смен знаков, нулей, корней и гиперкорней линейных однородных дифференциальных систем. Проведено исследование спектров показателей колеблемости по первому приближению. Соискателем установлено отсутствие непосредственной взаимосвязи между мощностями спектров показателей колеблемости нелинейной системы и системы ее первого приближения.

В четвертой главе изучены вопросы разрывности крайних показателей колеблемости на множестве линейных однородных дифференциальных систем с равномерной топологией. Для любого $n > 1$ доказано существование точек на множестве n -мерных дифференциальных систем, в которых все старшие и младшие показатели колеблемости нулей, корней и гиперкорней терпят скачки как вверх, так и вниз при равномерно малых и бесконечно малых возмущениях.

В заключении приводятся итоги выполненного исследования, рекомендации по использованию полученных результатов и перспективы дальнейшего развития темы.

Текст диссертации написан подробно и ясно. Работа является законченным систематическим научным исследованием, не только вносящим весомый вклад в теорию ляпуновских характеристик колеблемости и вращаемости, но и существенно обогащающим технику исследования указанных характеристик. Все полученные в работе результаты четко сформулированы и снабжены строгими математическими доказательствами. Применяемый диссертантом математический аппарат — аналитические методы общей и качественной теории дифференциальных уравнений, а также авторский метод варьирования системы.

Среди недостатков диссертации следует указать наличие незначительного количества опечаток, что никак не сказывается на научной ценности полученных диссертантом результатов и общей положительной оценке самой диссертации. Кроме того, желательно было бы усилить (уточнить формулировку) теоремы 3.5, не вынесенную в список основных результатов диссертации: для любого заданного конечного набора чисел можно предъявить двумерную систему, спектры показателей колеблемости которой совпадают с этим набором.

Результаты диссертации многократно докладывались на всероссийских и международных конференциях, а также на семинарах, в частности, на семинаре по качественной теории дифференциальных уравнений механико-математического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова.

Основные результаты диссертации опубликованы в 77 печатных работах автора, из них 18 — в научных изданиях, индексируемых Web of Science, Scopus, RSCI и рекомендованных для защиты в диссертационном совете МГУ. Автореферат правильно отражает содержание диссертации и содержит всю необходимую информацию о диссертационной работе.

Диссертация отвечает всем требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В. Ломоносова к докторским диссертациям. Содержание диссертации соответствует специальности 1.1.2— «Дифференциальные уравнения и математическая физика» (по физико-математическим наукам), и критериям, определенным пп. 2.1–2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова, а также оформлена согласно требованиям Положения о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени доктора наук Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова.

Основываясь на вышеизложенном, считаю, что соискатель Сташ Айдамир Хазретович заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.2— «Дифференциальные уравнения и математическая физика».

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук, доцент,
заведующий кафедрой дифференциальных уравнений
Института математики, информационных технологий и физики
ФГБОУ ВО «Удмуртский государственный университет»

Попова Светлана Николаевна

«05» декабря 2024 г.

Контактные данные:

тел.: [REDACTED]

Специальность, по которой официальным оппонентом защищена диссертация: 01.01.02 «Дифференциальные уравнения».

Адрес места работы:

426034, г. Ижевск, ул. Университетская, 1,
ФГБОУ ВО «Удмуртский государственный университет», Институт математики, информационных технологий и физики, кафедра дифференциальных уравнений.

Тел.: +7 (3412) 91-60-92; [REDACTED]@i.udm.ru

Подпись сотрудника ФГБОУ ВО «Удмуртский государственный университет» Поповой С.Н. удостоверяю [REDACTED]