

**ОТЗЫВ официального оппонента**  
**на (о) диссертацию(и) на соискание ученой степени**  
**кандидата физико-математических наук Денисова Константина**  
**Юрьевича**  
**на тему: «Большие нижние локальные отклонения ветвящихся процессов**  
**в случайной среде»**  
**по специальности 1.1.4. Теория вероятностей и математическая**  
**статистика**

Диссертация К.Ю. Денисова посвящена большим нижним локальным отклонениям ветвящихся процессов в случайной среде. В ней рассматриваются ветвящиеся процессы в случайной среде с геометрическим распределением числа потомков одной частицы, для таких процессов получена точная асимптотика локальных вероятностей в случае экспоненциального роста числа частиц.

Тематика работы актуальна. История ветвящихся процессов в случайной среде насчитывает более 50 лет, первые результаты были получены в конце 60-х, начале 70-х годов прошлого столетия. Большое число результатов посвящено асимптотическим оценкам вероятностей числа потомков. Хорошо изученной является задача о больших верхних отклонениях размера популяции. Задача о больших нижних отклонениях исследована значительно хуже, для этого случая известна только асимптотическая оценка. Для оценок локальных вероятностей были получены только логарифмические оценки. В диссертации обобщаются вышесказанные результаты и приводится точная асимптотика вероятностей больших отклонений в локальной форме. Стоит отметить, что данной тематикой занимались и занимаются до сих пор большой число ученых, в частности В. Смит, В. Вилкинсон, К. Атрейн, С. Карлин, В.А. Ватутин, и многие другие.

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы.

Во Введении обоснована актуальность диссертационной работы, сформулированы цели и аргументирована научная новизна исследований.

В первой главе вводятся вспомогательные утверждения о случайных блужданиях и об экспоненциальных функционалах от них, а также большим уклонениям случайных блужданий.

Вторая глава посвящена большим нижним уклонениям в случае надкритического процесса. Для логарифмических асимптотик вероятностей известно, что существует две зоны асимптотического поведения. Автором получены точные локальные оценки вероятностей для обеих зон и, что не мало важно, автором получены точные локальные оценки в случае переходной зоны.

Третья глава посвящена большим верхним уклонениям. Автор получил результаты асимптотики локальных вероятностей Больших верхних уклонений для надкритического, критического и слабо и умеренно докритического случаев.

Наиболее важный результат представлен в главе 2, где получены точные локальные асимптотики вероятностей экспоненциального числа частиц в системе. Во-первых, локальные асимптотики были исследованы сильно меньше, были получены лишь логарифмические оценки, во-вторых, получены асимптотики для переходного случая между двумя зонами. Полученные результаты являются математически нетривиальными и требовали от автора применения различных методик из теории предельных теорем, преобразования мер и математического анализа. Стоит еще отметить, что Лемма об экспоненциальном функционале доказана в очень общем случае, что позволит ее применять не только в теории ветвящихся случайных блужданий, но и в других областях предельных теорем теории вероятностей.

Результаты диссертации являются новыми, получены автором самостоятельно и снабжены строгими математическими доказательствами.

Основное содержание диссертации опубликовано в 4 работах в журналах из списка ВАК. Апробация результатов проводилась на многочисленных семинарах и международных конференциях.

Текст диссертации написан четко и аккуратно, но все же есть небольшие замечания: на стр. 8 на второй строчке сверху дважды написано «же»; функции  $\phi$  и  $\Phi$  хоть и являются общепринятыми обозначениями не были введены отдельно; обозначение через  $\rho_n$  является немного трудным для восприятия, так как используется довольно часто; в Лемме 2 не указано, может ли  $q$  зависеть от  $c_1$  и  $c_2$ ; на странице 20 не указано, что  $l$  может быть из множества натуральных чисел и нуля, также не выписан отдельно тривиальный случай, когда  $\alpha_1 = \alpha_2$ ; в некоторых интегралах отсутствует знак дифференциала. Также отмечу, что некоторые переходы в диссертации являются трудными для понимания и не объяснены до конца, однако при обсуждении с автором все такие случаи были разобраны.

Результаты диссертации имеют теоретический характер и найдут применения в исследованиях, ведущихся в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова, Санкт-Петербургском государственном университете, Математическом институте им. В.А. Стеклова РАН, Институте математики им. С.Л. Соболева Сибирского отделения РАН.

Вместе с тем, указанные замечания не умаляют значимости диссертационного исследования. Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В.Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует специальности 1.1.4. — Теория вероятностей и математическая статистика (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова, а также оформлена согласно требованиям Положения о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова.

Таким образом, соискатель Денисов Константин Юрьевич заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.4. Теория вероятностей и математическая статистика.

Официальный оппонент:

Кандидат физико-математических наук,  
Научный сотрудник лаборатории прикладных  
вероятностных и алгоритмических методов  
Санкт-Петербургского отделения Математического  
Института им. В.А. Стеклова РАН

АЛЕКСЕЕВ Иван Алексеевич



28 января 2025

Контактные данные:

тел.: 7(965)0162004, e-mail: alexeev@pdmi.ras.ru  
Специальность, по которой официальным оппонентом  
защищена диссертация:  
01.01.05 – теория вероятностей и ее применения

Адрес места работы: 191023, Санкт-Петербург, г. Санкт-Петербург, наб. Р.  
Фонтанки, д. 27, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Санкт-Петербургское отделение Математического института  
им.В.А.Стеклова Российской академии наук  
Тел.: 7(812)3124058; e-mail: admin@pdmi.ras.ru

Подпись сотрудника Санкт-Петербургского отделения Математического Института им.  
В.А. Стеклова РАН И.А. Алексева удостоверяю:

*Помощник директора по кадрам*



*28.01.2025*