

ОТЗЫВ официального оппонента
о диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
Майорова Петра Александровича
на тему: «Математическое моделирование стратифицированных течений
жидкости со свободной границей в негидростатическом приближении»
по специальности 1.2.2 Математическое моделирование, численные
методы и комплексы программ

Диссертация Майорова Петра Александровича посвящена построению явных и явно-неявных балансно-характеристических численных алгоритмов расчета динамики стратифицированной жидкости со свободной поверхностью и учетом сил Кориолиса в негидростатическом приближении на подвижных сетках в смешанных эйлерово-лагранжевых переменных и математическому моделированию течений стратифицированной жидкости с помощью построенных численных алгоритмов.

Диссертация включает в себя введение, четыре главы, заключение и список литературы.

Во введении автор обосновывает актуальность темы работы, проводит обзор научной литературы в области своих исследований, формулирует цель работы, ставит задачи, которые необходимо решить. Также им охарактеризованы научная новизна и практическая значимость представляемой работы.

В первой главе рассмотрена математическая модель, описывающая динамику жидкости со свободной поверхностью. Формулируются следующие математические модели: система уравнений динамики жидкости в океане, баротропно-бароклинная декомпозиция системы, свободная поверхность в приближении мягкой крышки, приближение слабой сжимаемости, система уравнений в смешанно эйлерово-лагранжевых координатах. Система

уравнений динамики жидкости в океане является трехмерной. Баротропно-бароклинная декомпозиция системы позволяет выделить в отдельную подсистему меньшей размерности наиболее быстрые процессы - гравитационные волны. В модели главы I существует две поверхности. Одна из них определяется из решения баротропной системы уравнений. Другая свободная поверхность колеблется относительно первой поверхности и определяется бароклинной системой уравнений. Приближение слабой сжимаемости рассматривается как один из возможных вариантов гиперболизации системы уравнений. Итоговая система дифференциальных уравнений записывается в смешанных эйлерово-лагранжевых переменных, оставляя свободу выбора скорости перемещения основной системы координат, что предоставляет возможность выбора способа перемещения узлов сетки при построении численных схем.

Вторая глава посвящена построению явной схемы CABARET-NH для решения уравнений двумерной модели динамики неоднородной жидкости. Применяется приближение слабой сжимаемости, с помощью которого осуществляется гиперболизация системы уравнений. Система приводится к характеристической форме. Разностная схема использует фиксированную по переменной x и подвижную по переменной z пространственную сетку. В центрах ячеек пространственной сетки задается полный набор консервативных переменных. Согласно методике схемы КАБАРЕ один шаг по времени включает выполнение трех фаз. Две из них (первая и третья) называются балансными и предназначены для вычисления консервативных переменных в промежуточный и конечный (соответствующий завершению текущего шага) моменты времени. Вторая характеристическая фаза предназначена для вычисления потоковых переменных в конечный момент времени текущего шага. Отдельно описан алгоритм расчета подвижной сетки, который связан с алгоритмом вычисления подвижной свободной поверхности. Граничное условие для свободной поверхности

рассматривается как неоднородное уравнение переноса, которое решается с помощью схемы КАБАРЕ. Далее рассматривается алгоритм решения разностной системы уравнений и свойство сбалансированности схемы. Результаты расчетов показывают хорошее соответствие численного решения по модели CABARET-NH и аналитического решения. Автор отмечает, что исследование природных гравитационных течений затруднено по ряду причин. Поэтому он провел валидацию модели на лабораторных экспериментах и аналитических решениях. Автор делает вывод о том, что результаты численного моделирования с использованием численной схемы CABARET-NH подтверждают применимость построенной математической модели и соответствующей численной схемы для адекватного моделирования течений стратифицированной по плотности жидкости в лабораторных условиях. Он также отмечает, что расхождения в некоторых экспериментах между количественными результатами моделирования и эксперимента могут быть связаны с упрощениями в модели и различиями в физических условиях открытия перегородки, что требует дополнительного изучения и анализа для более полного понимания этих процессов.

В главе 3 изучается явно-неявная схема CABARET-INH. Неявность по вертикальному направлению вместе с компактностью шаблона схемы позволяет независимо разрешать неявность в каждом отдельном столбце ячеек по оси OZ вертикального направления и предоставляет возможность эффективного распараллеливания вдоль явного направления, а также снять ограничения на шаг по времени по вертикальному направлению. Введенная неявность вдоль вертикального направления делает шаг по времени в явно-неявной схеме ограниченным условиями устойчивости явной схемы по горизонтальному направлению. Автор показывает, что применение явно-неявной схемы CABARET-INH существенно ускоряет расчеты на вычислительных сетках с высоким аспектным отношением ячеек. В главе рассматриваются следующие вопросы: балансные фазы явно-неявной схемы,

характеристическая фаза явно- неявной схемы, алгоритм решения явно- неявной схемы CABARET-INH, валидация схемы CABARET-INH на лабораторных экспериментах. Кроме этого проведено сравнение результатов расчетов по явной и явно- неявной схемам. Явно- неявная схема обладает большей схемной вязкостью, что выражается в меньшем турбулентном следе за передней частью фронта течения. Автор отмечает, что динамика распространения фронтов по двум схемам практически совпадает. Он полагает, что применение явно- неявной схемы CABARET-INH существенно ускоряет расчеты на вычислительных сетках с высоким аспектным отношением ячеек, что способствует эффективному проведению расчетов динамики стратифицированных течений в больших областях, требующих существенных вычислительных затрат.

Глава 4 посвящена численному моделированию трехмерных течений. Она включает описание трехмерной негидростатической модели динамики слабо сжимаемой жидкости, явно- неявной численной схемы CABARET-INH для системы трехмерных уравнений динамики неоднородной жидкости, численного моделирования существенно трехмерных течений неоднородной жидкости в лабораторных экспериментах, неявной схемы расчета вязкости, диффузии и сил Кориолиса, моделирования динамики Черного и Азовского морей. Перед переходом к моделированию течений в масштабах реальных морских акваторий автор дополнительно рассматривает вопрос аппроксимации дифференциальных операторов, отвечающих за физические процессы, которые необходимо учитывать в данном случае: вязкость, диффузия и сила Кориолиса. Соответствующие операторы явно аппроксимируются вдоль горизонтальных направлений и неявно - по вертикальному направлению.

Оценивая диссертационную работу в целом, считаю необходимым отметить следующие ее положительные стороны. Работа опирается на экспериментальные результаты и нацелена на выявление механизмов

наблюдаемых явлений с помощью математического моделирования. Обзор предшествующих работ и методов исследования в главе I дает достаточное представление о характере рассматриваемых задач и месте исследований автора. Диссертант решил поставленные задачи. Полученные результаты сформулированы четко и не вызывают сомнений. Работа написана понятно. По результатам работы диссертантом опубликовано четыре статьи в научных журналах (Scopus, WoS, RSCI). Результаты диссертации доложены на восьми российских и международных конференциях. Соискатель показал владение необходимыми для успешной научной работы основами математического моделирования, численных методов и программирования. Он является высококвалифицированным специалистом в заявленной им области исследований. Автор не ограничился только теоретическими исследованиями, но и выполнил качественное и количественное сравнение своих результатов с экспериментальными данными. Результаты исследований автора могут найти прикладное применение в расчетах трехмерных течений. В работе получены новые результаты, которые могут быть использованы на факультете ВМиК МГУ им. М.В. Ломоносова, ИПИМ им. М.В. Келдыша РАН, ИВМ им. Г.И. Марчука РАН, ФУПИМ МФТИ и в других научных учреждениях аналогичного профиля.

Вместе с высокой оценкой работы считаю целесообразным сделать следующие замечания:

1. Обзор научной литературы, представленный во введении, следовало, на мой взгляд, сделать более полным, так как исследования, проведенные соискателем, находятся на переднем крае науки и сопровождаются многочисленными публикациями. Список цитированной литературы и соответствующий ее обзор было бы желательно расширить, включив туда последние работы отечественных и зарубежных ученых. Многие из последних зарубежных работ находятся в открытом доступе. В качестве примера привожу следующие работы:

1) Castro-Orgaz O., Hager W.H. Non-Hydrostatic Free Surface Flows. Part of the book series: Advances in Geophysical and Environmental Mechanics and Mathematics (AGEM). Springer 2017

2) Lo, D.-C.; Tsai, Y.-S. A 3D Fully Non-Hydrostatic Model for Free-Surface Flows with Complex Immersed Boundaries. *Water* 2022, 14, 3803. <https://doi.org/10.3390/w14233803>

3) Escalante C., Fernández-Nieto E.D., Garres-Díaz J., Morales T., Penel Y. Y. Non-hydrostatic layer-averaged approximation of Euler system with enhanced dispersion properties. *Computational and Applied Mathematics*, 2023, 42:177. <https://doi.org/10.1007/s40314-023-02309-72>

2. Валидация схем CABARET-NH и CABARET-INH для двумерных моделей проводилась на основе экспериментальных данных работы [66] (см. "Список литературы", стр. 131 диссертации). Поскольку эта работа опубликована более 20 лет назад, то естественным образом возникает вопрос, была ли проведена валидация другими исследователями своих численных методов на основе этих данных. Если да, то как соотносятся результаты других исследований с результатами автора? Этот момент не нашел отражения в диссертационной работе.

3. Для валидации численного алгоритма в существенно трехмерной постановке был выбран эксперимент, описанный в работе [69] (см. стр. 131). Данная работа содержит результаты как экспериментального, так и численного моделирования на основе метода конечных элементов. На мой взгляд, было бы интересно сопоставить результаты численных расчетов в работе [69] с соответствующими результатами расчетов соискателя на основе разработанных им схем, однако, это не было сделано.

Сделанные замечания ни в коей мере не умаляют высокой оценки диссертационной работы П.А. Майорова и не влияют на главные теоретические результаты.

Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В.Ломоносова к работам подобного рода.

Содержание диссертации соответствует специальности 1.2.2 Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ (по физико-математическим наукам): а именно, следующим ее направлениям:

- разработка новых математических методов моделирования объектов и явлений;

- разработка, обоснование и тестирование эффективных вычислительных методов с применением современных компьютерных технологий;

- реализация эффективных вычислительных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента;

- разработка новых математических методов и алгоритмов валидации математических моделей объектов на основе данных натурального эксперимента или на основе анализа математических моделей.

Диссертация П.А. Майорова удовлетворяет критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова, а также оформлена согласно Положения о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова. Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

Таким образом, соискатель Майоров Петр Александрович заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2 Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук,
ведущий научный сотрудник отдела № 15

Федерального государственного учреждения "Федеральный
исследовательский центр Институт прикладной математики им. М.В.
Келдыша Российской академии наук" (ИПМ им. М.В. Келдыша РАН)

КРИКСИН Юрий Анатольевич



20.03.2025

Контактные данные:

тел.: +7(499)2207222, e-mail: kriksin@imamod.ru

Специальность, по которой официальным оппонентом
защищена диссертация:

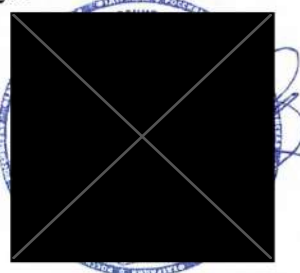
05.13.18 Теоретические основы математического моделирования, численные
методы и комплексы программ

Адрес места работы:

125047, г. Москва, Миусская площадь, д. 4,
Федеральное государственное учреждение "Федеральный исследовательский
центр Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской
академии наук", отдел № 15
Тел.: +7(499)2207222; e-mail: kriksin@imamod.ru

Подпись сотрудника Федерального государственного учреждения "Федеральный
исследовательский центр Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша
Российской академии наук" Ю.А. Криксина удостоверяю:

Ученый секретарь ИПМ им. М.В. Келдыша РАН,
кандидат физико-математических наук



А.А. Давыдов
20.03.2025