

ОТЗЫВ официального оппонента
о диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук
Быкова Владимира Владиславовича
на тему: «Верхнепредельные ляпуновские
характеристики линейных дифференциальных систем»
по специальности 01.01.02 – «Дифференциальные уравнения, динамиче-
ские системы и оптимальное управление»

Важным направлением качественной теории дифференциальных уравнений является изучение характеристических показателей, введённых А.М. Ляпуновым в связи с исследованием устойчивости решений дифференциальных уравнений и систем. Поскольку на практике коэффициенты системы первого приближения могут быть определены только с некоторой погрешностью, большое теоретическое и практическое значение имеет изучение характера зависимости показателей Ляпунова и других родственных им величин от правой части системы и, в частности, от входящего в неё параметра. Этим вопросам и посвящена диссертация В.В. Быкова. Таким образом, тема диссертации В.В. Быкова, безусловно, актуальна.

Диссертация В.В. Быкова состоит из введения, семи глав, заключения и библиографического списка.

Первая глава является вводной и содержит известные факты об объектах исследования. Для тех из них, которые трудно найти в литературе, приведены полные доказательства.

Во второй главе изучаются функции, определяемые показателями Ляпунова непрерывного в топологии равномерной сходимости коэффициентов на полупрямой семейства линейных дифференциальных систем. Получено полное описание таких функций (отдельно для семейств систем с ограниченными и неограниченными коэффициентами). Результаты этой главы углубляют и обобщают результаты, полученные ранее в этом направлении

В.М. Миллионщиковым, М.И. Рахимбердиевым, А.Н. Ветохиным, М.В. Карпуком и другими исследователями.

Третья глава посвящена изучению мажорант и минорант показателей Ляпунова и других верхнепределных функционалов с точки зрения бэровской классификации функций. В диссертации получены достаточные условия принадлежности указанных мажорант и минорант второму классу Бэра в компактно-открытой топологии на пространстве линейных дифференциальных систем. Автор использует оригинальный подход, не требующий ограниченности коэффициентов рассматриваемых систем. Теоремы, установленные в этой главе, применяются в последующих главах при исследовании показателей Изобова и условных показателей Боля.

В четвёртой главе изучаются сигма-показатели и экспоненциальные показатели Изобова. Для сигма-показателей и нижних экспоненциальных показателей Изобова получено полное описание лебеговских множеств. Результаты этой главы усиливают результаты о бэровской классификации этих показателей, полученные В.М. Миллионщиковым, В.Г. Агафоновым, А.Н. Ветохиным и Е.Е. Саловым.

В пятой главе рассматриваются показатели Боля линейных систем и локальных диффеоморфизмов риманова многообразия. Показано, что условные показатели Боля принадлежат второму классу Бэра (и более того, являются верхнепределными), а относительные показатели Боля — четвёртому. Изложение ведётся на языке метризованных векторных расслоений Миллионщикова. Кроме того, в этой главе получено усиление результата В.М. Миллионщикова о бэровском классе центральных показателей диффеоморфизмов риманова многообразия.

В шестой главе построены ляпуновские инварианты, имеющие заданные классы Бэра в равномерной и компактно-открытой топологиях на пространстве линейных дифференциальных систем (в тех случаях, когда это возможно). Фактически автором установлено отсутствие какой-либо связи (кроме естественной) между номерами бэровских классов ляпуновского ин-

варианта в компактно-открытой и равномерной топологиях. Отметим, что даже существование в каждом точном бэровском классе в компактно-открытой топологии ляпуновского инварианта было ранее неизвестно.

Основным результатом седьмой главы является теорема о том, что всякая функция первого класса Бэра, определённая на подмножестве счётного произведения метрических пространств, представляется в виде поточечного предела от последовательности непрерывных функций, каждая из которых зависит только от конечного числа координат. Поскольку пространство линейных дифференциальных систем с компактно-открытой топологией естественно отождествляется с подмножеством счётного произведения метрических пространств, указанное утверждение имеет важное значение для теории линейных систем.

Большая часть результатов диссертации касается верхнепредельных функционалов, играющих важную роль в теории линейных дифференциальных систем. К функционалам указанного типа относятся, в частности, показатели Ляпунова и условные показатели Боля, используемые при исследовании устойчивости решений дифференциальных систем. Верхнепредельные функции ранее изучались в работах В.В. Степанова, М.О. Никодима, Г. Голдовского, Л.В. Канторовича, М.В. Карпука и других. В диссертации найдены новые интересные свойства таких функций, связанные с инвариантностью относительно группы ляпуновских преобразований.

В диссертации В.В. Быкова даны ответы на многие трудные вопросы асимптотической теории дифференциальных уравнений. В частности, в работе получены полные решения нескольких задач, поставленных В.М. Миллионщиковым в 90-х годах прошлого века (об описании показателей Ляпунова непрерывного семейства линейных дифференциальных систем как функций параметра, о наименьшем классе Бэра максимальных показателей и их одновременной достижимости и другие). Таким образом, диссертацию В.В. Быкова можно квалифицировать как существенное научное достижение в области дифференциальных уравнений.

Все приведённые в диссертации утверждения обоснованы строгими математическими доказательствами. Основные результаты диссертации обобщают ряд известных фактов о бэровской классификации ляпуновских характеристик линейных дифференциальных систем и согласуются с классическими результатами дескриптивной теории функций.

Результаты диссертации могут быть использованы специалистами, работающими в МГУ, МИРАН, МПГУ, Петрозаводском госуниверситете, Томском госуниверситете и других университетах, в том числе при чтении спецкурсов по дифференциальным уравнениям.

Научные результаты диссертации, выносимые на защиту, являются новыми, получены лично автором и строго доказаны. Результаты других авторов, упомянутые в тексте диссертации, отмечены соответствующими ссылками. Основные результаты диссертации опубликованы в рецензируемых научных изданиях, рекомендованных ВАК России. Автореферат правильно и достаточно полно отражает содержание диссертации.

По диссертации имеются следующие замечания.

1. Во введении к диссертации сказано, что Теорема III вместе с результатами М.В. Карпука даёт полное описание каждого из максимальных показателей как функции параметра, однако это описание нигде в тексте диссертации не приводится.

2. Доказательство теоремы 4.4 можно существенно сократить, если воспользоваться установленной в работе леммой 3.4.

Указанные замечания не умаляют значимости диссертационного исследования. Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В.Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует паспорту специальности 01.01.02 — «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление» (по физико-математическим наукам) и критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова, а также

оформлена согласно приложениям № 5, 6 Положения о диссертационном совете Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова.

Таким образом, соискатель Быков Владимир Владиславович заслуживает присуждения учёной степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.02 — «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление».

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук, член-корр. РАН
главный научный сотрудник отдела геометрии и топологии
ФГБУН «Математический институт им. В.А. Стеклова Российской академии наук»

Щепин Евгений Витальевич

03.06.2022

Контактные данные:

тел.: +7 (495) 984-81-41 * 37-87, e-mail: scepin@mi-ras.ru

Специальность, по которой официальным оппонентом
защищена диссертация:

01.01.04 — «Геометрия и топология»

Адрес места работы:

119991, г. Москва, ул. Губкина, д. 8,

отдел геометрии и топологии

Тел.: +7 (495) 984-81-41; e-mail: steklov@mi-ras.ru

Подпись сотрудника Математического института им. В.А. Стеклова РАН
Е.В. Щепина удостоверяю:

Ученый секретарь

