ОТЗЫВ официального оппонента
на диссертацию на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
Александрова Ильи Игоревича
на тему: «Дисперсионная цепочка уравнений Власова»,
по специальности 1.3.3. – теоретическая физика.

Опираясь на работы Э. Картана по дифференциальной геометрии многомерных пространств, А.А. Власов рассмотрел построение бесконечномерного фазового пространства кинематических величин высших порядков. Кинематические величины являются независимыми случайными величинами, характеризующиеся функциями распределения. На поведение функций распределения в обобщенном фазовом пространстве А.А. Власов наложил условие в виде закона сохранения вероятностей – аналог уравнения непрерывности. В результате была получена бесконечная самозацепляющаяся цепочка уравнений для функций распределения кинематических величин высших порядков. Полученная цепочка уравнений Власова имеет иерархическую структуру, то есть записана для функций распределения вида $f\left(\vec{r},t\right), f\left(\vec{r},\vec{v},t\right), f\left(\vec{r},\vec{v},\dot{\vec{v}},t\right),...$

Универсальность использования функции распределения для описания физической системы, состоит в том, что с одной стороны возможно построение вероятностной модели, а с другой, при наличии микроскопического решения, переход к точечным частицам, имеющим определенную траекторию в обобщенном фазовом пространстве. Вероятностное описание позволяет переходить к рассмотрению статистических и квантовых систем, а микроскопическое представление функции распределения к классическим системам.

С теоретической и прикладной точки зрения интересным видится построение цепочки уравнений и соответствующих им законов сохранения для функций распределения с произвольным набором кинематических величин (смешанных функций распределения). Уравнения для смешанных функций распределения могут быть использованы при расширенном анализе статистических или квантовых систем, например, для построения функции Вигнера кинематических величин высших и смешанных порядков. Здесь необходимо отметить, что при построении цепочки уравнений нигде не накладываются ограничения на положительность функции распределения, что является важным при работе с математическим аппаратом функции Вигнера.

Такое разложение цепочки Власова в виде так называемой дисперсионной цепочки выполнено в диссертационной работе И.И. Александрова

Диссертационная работа Александрова И.И. состоит из введения, трёх глав, заключения и списка литературы. Материал изложен на 188 страницах, включает 15 рисунков, содержит 87 библиографических ссылок.

Во введении приведен обзор литературы по теме диссертационной работы, обосновывается ее актуальность, изложены методы исследования, формулируются основные положения, выносимые на защиту, и показана новизна полученных результатов.

В главе 1 описывается формализм функций распределения в обобщенном фазовом пространстве, обосновывается процедура построения цепочки уравнений Власова на основе закона сохранения вероятностей. Излагается метод эволюционного (по времени) продолжения функции распределения по начальным распределениям высших кинематических величин.

Во главе 2 для описания смешанных функций распределения, средних кинематических величин и дифференциальных операторов используется понятие экстенсива (§2.1), изначально введенное в работах М. Гроссмана. В терминах экстенсива строится дисперсионная цепочка уравнений Власова (§2.2), описывающая эволюцию смешанных функций распределения вдоль обобщенных фазовых траекторий в зависимости от наличия источников диссипаций средних кинематических потоков. Для каждого уравнения дисперсионной цепочки в §2.3 получены три уравнения, формально соответствующие законам сохранения «массы/вероятностей», «количества движения» и «энергии». В §2.4 показывается, что полученные законы сохранения количества движения фактически определяют разность между полной производной по времени от среднего кинематического потока порядка «n» и средним кинематическим потоком порядка «$n+1$» как некий аналог силы гидродинамического давления. Параграф 2.5 посвящен введению аналога H-функции Больцмана для смешанных функций распределения (H_n-функции Больцмана), удовлетворяющих дисперсионной цепочке уравнений Власова. Эволюция H_n-функций Больцмана в конечномерных подпространствах обобщенного фазового пространства определяется средними источниками кинематической диссипации. В бесконечномерном обобщенном фазовом пространстве источники кинематической диссипации отсутствуют и $H_\infty = \text{const}$. Для возможного аналога функции Вигнера в обобщенном фазовом пространстве исследуется вопрос сохранения вероятностей нахождения в области отрицательных значений функции распределения.

Глава 3 содержит описание применения результатов главы 2 к классическим (§3.1-§3.3) и квантовым системам (§3.4-§3.6). В §3.1-§3.3 в рамках дисперсионной цепочки уравнений Власова рассматривается описание физических систем, характеризующихся кинематическими величинами третьего порядка, например, системы с электромагнитным излучением. В §3.1-§3.2 описываются различные варианты построения аппроксимации для среднего потока кинематической величины $\langle \ddot{\vec{v}} \rangle$. В §3.1 аппроксимация $\langle \ddot{\vec{v}} \rangle$ строится на основе уравнения Лоренца-Абрахама-Дирака, а в §3.2 используется кинематический аналог уравнений Максвелла. В §3.3 приведен пример обрыва цепочки Власова на третьем уравнении с учетом аппроксимации $\langle \ddot{\vec{v}} \rangle$ и описаны возможные численные алгоритмы его решения. В §3.4-§3.6 рассматривается уравнение первого ранга дисперсионной цепочки Власова, которому в частном случае удовлетворяет функция плотности распределения вероятностей координаты или импульса. Таким образом, решение уравнения Шрёдингера в координатном или импульсном представлении будет давать решения соответствующего уравнения первого ранга дисперсионной цепочки. В качестве простейшего примера в §3.4-§3.6 рассмотрено построение точного решения нестационарного уравнения Шрёдингера с потенциалом в виде бесконечно глубокой ямы. Полученное в §3.4 нестационарное решение представимо через θ- функции Якоби и содержит свободный параметр $\beta = 1/\tau$, который может иметь трактовку обратной «температуры» τ квантовой системы. В главе 3 доказывается ряд теорем о свойствах нестационарной плотности распределения. В §3.5 строится функция Вигнера и исследуется динамика волн вероятностей в потенциальной яме. Наличие ненулевой «температуры» квантовой системы приводит к нестационарному перераспределению потоков вероятностей и квантового давления. Функция средней энергии (усреднение по функции Вигнера) имеет полюса в области отрицательности функции Вигнера. Полюса фактически разбивают потенциальную яму на «независимые» аналогичные потенциалы, в каждом из которых происходит схожий процесс перераспределения вероятностей. В §3.6 квантовая система рассматривается в терминах статистической физики, строятся распределение Гиббса и функция энтропии, соответствующие данной системе. Используя распределение Гиббса, находятся средние значения функции энергии системы для различных квантовых состояний. Полученный энергетический спектр зависит от «температуры» квантовой системы τ. При «заморозке» квантовой системы ($\tau \to 0$) спектр энергий асимптотически сходится к известному спектру энергий для стационарной задачи уравнения Шрёдингера в бесконечно глубокой потенциальной яме. Полученная в явном виде функция энтропии имеет строго монотонной асимптотический спад к нулевому значению при «заморозке» квантовой системы.

Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций представляется высокой, поскольку обеспечивается использованием строгих математических методов, подкрепляемых численной проверкой полученных в работе формул.

Основные научные результаты диссертации были опубликованы в рецензируемых научных изданиях, индексируемых в базах данных Web of Science, Scopus, RSCI и в изданиях из перечня ВАК, рекомендованного Минобрнауки России для защиты по специальности в соответствии с требованиями диссертационного совета МГУ.

По работе имеются замечания:

- В главе 2 доказывается ряд теорем (номера 1-4) по дисперсионной цепочке уравнений Власова только для первых трех рангов. С теоретической точки зрения, полезно построить расширенные доказательства для общего случая произвольного ранга.
- Текст работы достаточно велик для кандидатской диссертации – почти 190 страниц. Можно сократить, например, главу 1.
- В кратком содержании работы автореферата изложение основных результатов не всегда сопровождается поясняющими их аналитическими формулами и рисунками.

Вместе с тем, указанные замечания не умаляют значимости диссертационного исследования. Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В.Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует паспорту специальности 1.3.3 — «теоретическая физика» (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1–2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова, а также оформлена, согласно приложениям № 5, 6 Положения о диссертационном совете Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова.

Таким образом, соискатель Александров Илья Игоревич заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.3.3 — «теоретическая физика».

Официальный оппонент:

Доктор физико-математических наук, доцент,
Международная межправительственная организация «Объединенный институт ядерных исследований»,
заместитель директора по научной работе Лаборатории радиационной биологии

Чижов Алексей Владимирович

Контактные данные:

тел.: +7 (49621) 67374, e-mail: chizhov@theor.jinr.ru
Специальность, по которой официальным оппонентом защищена диссертация:
01.04.02 – теоретическая физика

Адрес места работы:

141980, г. Дубна Московской обл., ул. Жолио-Кюри, д. 6,
Международная межправительственная организация «Объединенный институт ядерных исследований»
Тел.: +7 (496) 216-50-59; e-mail: post@jinr.ru