

## ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию Скутина Александра Андреевича "Некоторые вопросы теории алгебр Ли и  $p$ -групп" по специальности 1.1.5 — математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика, представленную в диссертационный совет МГУ.011.4 ФГБУ ВО "Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова" на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук.

Диссертация Скутина Александра Андреевича на тему "Некоторые вопросы теории алгебр Ли и  $p$ -групп" относится к обширной и продолжающейся активно развиваться области теории групп, а так же затрагивает смежные вопросы, связанные с алгебрами Ли. Центральным результатом диссертации является доказательство Дж. Уайголда ("Коуровская тетрадь", 1973 год), которая утверждает, что, любая  $p$ -группа  $G$  порождается элементами, класс сопряжённости которых содержит не менее  $f(|G'|)$  элементов, где  $G'$  — коммутант  $G$ , а  $f(\cdot)$  — это некоторая явно заданная функция. Отмечу, что эта гипотеза связана с несколькими другими важными и интересными структурными результатами теории  $p$ -групп, и, более общо, конечных групп.

Целью данной диссертации являются

- доказательство гипотезы Уайголда для  $p$ -групп;
- доказательство аналога гипотезы Уайголда для нильпотентных алгебр Ли (число элементов в классе сопряжённости заменяется на размерность его орбиты);
- формулировка и доказательство усиленной версии гипотезы Уайголда для конечномерных нильпотентных алгебр Ли;
- доказательство первой части гипотезы П.7, поставленной Дж.Фройденбургом (гипотеза описывает все максимальные локально нильпотентные подалгебры в алгебре Ли векторных полей аффинного пространства произвольной размерности);
- опровержение второй части гипотезы П.7, поставленной Дж.Фройденбургом;
- доказательство уточнённой версии гипотезы П.7, поставленной Дж.Фройденбургом.

Структура диссертации выглядит так:

**Введение.** Посвящено актуальности рассматриваемой темы, краткой истории вопроса, изложению цели работы и основных результатов.

**Глава 1.** В этой главе доказываются несколько разных гипотез Уайголда для конечных  $p$ -групп.

**Глава 2.** Посвящена формулировке и доказательству аналога гипотезы Уайголда для нильпотентных алгебр Ли.

**Глава 3.** В этой главе формулируется и доказывается усиленная версия гипотезы Уайголда, в предположении, что алгебра Ли конечномерна и нильпотентна, а поле — бесконечно.

**Глава 4.** Посвящена решению вопроса П.7, поставленного Дж.Фройденбургом в его монографии.

**Заключение.** Ещё раз перечисляются основные результаты диссертации и указываются возможные направления для дальнейших исследований.

Имею следующие замечания:

1. В тексте диссертации есть сколько-то опечаток: "...объём диссертации составляет 64 страниц", "пространстве", "элементов", ссылка 24 (я уверен, что орфография французского языка работает не так).

2. В тексте диссертации нигде не сказано явно, что  $|G : C_G(x)|$  совпадает с числом элементов в классе сопряжённости  $x$ . Как кажется, это и было мотивировкой названия “ширина” и лучше бы было это написать, чем не написать. Та же самая история с  $\dim \mathcal{A} - \dim C_{\mathcal{A}}(x)$ . А ещё можно было более явно расписать связь этих понятий...

3. Страница 15, текст “максимальной по включению алгебре Ли среди локально нильпотентных дифференцирований” плохо отражает ситуацию. Эти дифференцирования не образуют алгебру Ли, алгебры Ли, вообще говоря, не являются дифференцированиями (они состоят из дифференцирований). Понятно о чём идёт речь, но можно бы было эту мысль сказать и аккуратней.

4. Не понятно почему гипотезы пишутся в работе при цитировании с заглавной буквы, а леммы и теоремы — с прописной.

5. Было бы неплохо указать явно хотя бы один элемент из  $\text{Ker} D$  в теореме 4.3.1. Это бы объяснило почему теорема 4.4.1 сюда не применима.

6. Страница 55. Обозначение  $(\text{Ker} S \setminus \{0\})^{-1} \mathbb{K}$  для поля частных кольца  $\text{Ker} S$  выглядит странно. Похожее замечание относится к  $(\text{Ker} A \setminus \{0\})^{-1} A$ .

7. Страница 55. Используется обозначение  $\text{tr. deg}_{\mathbb{K}} B$ , но раньше его не было (а было  $\text{tr. deg.}_{\mathbb{K}} B$ ).

Вместе с тем указанные замечания не влияют на общую положительную характеристику диссертационной работы. Диссертация А.А. Скутина представляет собой законченное самостоятельное научное исследование по актуальной научной тематике. Основные результаты являются новыми и актуальными, они получены лично автором. Доказательства теорем и других утверждений изложены корректно и подробно. Исторический обзор исследований в полной мере отражён в списке литературы. Основные результаты работы опубликованы в 3 статьях в научных журналах из списка, рекомендованного ВАК. Публикации удовлетворяют п. 2.3 “Положения о присуждении учёных степеней в Московском Государственном университете имени М.В. Ломоносова”, утверждённого ректором МГУ 27 октября 2016 года. Полученные в диссертационной работе результаты могут быть использованы в новых исследованиях по автоморфизмам алгебраических многообразий.

Автореферат верно и полно отражает основные результаты диссертационной работы.

Считаю, что диссертация Скутина Александра Андреевича “Некоторые вопросы теории алгебр Ли и  $r$ -групп” соответствует критериям, определённым пп. 2.1-2.5 “Положения о присуждении учёных степеней в Московском Государственном университете имени М.В. Ломоносова”, а также оформлена согласно приложениям №5, 6 “Положения о диссертационном совете Московском Государственном университете имени М.В. Ломоносова”. По моему мнению, автор диссертации заслуживает присуждения ему учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.5 — математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика.

Кандидат физико-математических наук  
и.о. старшего научного сотрудника  
Алексей Владимирович Петухов

Институт проблем передачи информации имени А.А. Харкевича  
Лаборатория 13

