

ОТЗЫВ

официального оппонента

о диссертационной работе **Чикина Владимира Максимовича**
«Деформации метрик, локальные и глобальные аспекты», представленной
на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук
по специальности **1.1.3 (01.01.04) — геометрия и топология**

Диссертация Владимира Максимовича Чикина посвящена актуальным вопросам метрической геометрии — исследованию деформаций метрик и деформаций функционалов длины, а также исследованию взаимосвязи между деформациями метрик и деформациями соответствующих функционалов длины.

Несмотря на то, что на сегодняшний день взаимосвязь внутренних метрик и функционалов длины хорошо изучена, существует много открытых вопросов, связанных с влиянием деформаций метрик на индуцированные ими функционалы длины, а также много открытых вопросов, связанных с влиянием деформаций функционалов длины на порождаемые ими внутренние метрики. Разработанная в диссертации теория деформаций метрик и функционалов длины позволяет ответить на некоторые из этих вопросов, а также имеет различные приложения в таких областях математики, как финслерова и риманова геометрии, теория минимальных деревьев Штейнера и геометрия Громова—Хаусдорфа.

Диссертация полным объемом в 89 страниц включает в себя введение, четыре главы, заключение и список литературы, состоящий из 53 наименований. Из них 3 наименования — статьи автора по теме диссертации в рецензируемых научных журналах, и 3 наименования — тезисы докладов автора по теме диссертации.

Во **введении** диссертации приводится актуальность темы исследования, перечислены используемые методы, а также основные результаты диссертации, выносимые на защиту. Также, во введении приводится исторический обзор областей, в которых находит свое приложение разработанная теория деформаций метрик и функционалов длины.

В **первой главе** диссертации вводятся обозначения и излагаются предварительные сведения.

Во **второй главе** приводятся достаточные условия непрерывности расстояний между точками в случае наличия непрерывности длин кривых при деформациях функционалов длины, а также приводятся примеры как компактных, так и не ограниченно компактных метрических пространств и заданных на них функционалов длины, таких, что длины допустимых кривых в них непрерывно зависят от параметра, в то время как расстояния между некоторыми точками не являются непрерывно зависящими от этого параметра, и тем самым демонстрируется нетривиальность предложенных достаточных условий. Далее, в главе показывается, что описанные достаточные условия выполнены в случаях непрерывных деформаций римановых и финслеровых метрик для компактных многообразий, из чего следует непрерывность изменения расстояний между точками в случаях непрерывных деформаций римановых и финслеровых метрик на полных многообразиях.

В **третьей главе**, в качестве приложения разработанной теории деформаций внутренних метрик, получен ряд нетривиальных результатов о минимальных деревьях Штейнера на римановых многообразиях, в частности, получен результат, описывающий типы минимальных сетей для произвольных малых границ на полных римановых многообразиях. Также, в этой главе полностью описаны кратчайшие сети, соединяющие вершины достаточно малых правильных многоугольников на полных двумерных римановых многообразиях.

В **четвертой главе** диссертации В.М. Чикина изучаются функции, сохраняющие метрики, и индуцируемые ими отображения пространства метрических компактов с метрикой Громова—Хаусдорфа в себя. Это пространство называется пространством Громова—Хаусдорфа. Показано, что непрерывные и только непрерывные функции, сохраняющие метрики, корректно определяют индуцированное отображение пространства Громова—Хаусдорфа в себя. Также, в этой главе показывается, что такое отображение пространства Громова—Хаусдорфа в себя является непрерывным, а также липшицевым тогда и только тогда, когда липшицевой является соответствующая функция, сохраняющая метрики, причем их константы Липшица совпадают. Более того, в этой главе описаны образы таких отображений пространства Громова—Хаусдорфа в себя, и показано, как изменяются длины кривых при применении отображений, индуцированных функциями, сохраняющими метрики, к метрическим компактам. Также изучаются однопараметрические деформации произвольных метрик, заданные функциями, сохраняющими метрики, и приводится критерий непрерывности длин кривых при таких однопараметрических деформациях.

В **заключении** кратко резюмировано содержание диссертации и предложены пути дальнейших исследований по ее теме.

Диссертация написана аккуратно и легко читается. Однако текст диссертации содержит несколько недостатков, о которых следует упомянуть. Во-первых, в работе имеется некоторое количество незначительных опечаток и стилистических ошибок. Во-вторых, в работе в существенной степени фигурируют понятия финслеровых и римановых многообразий, и доказываются теоремы, связанные с такими многообразиями, но нигде в диссертации не дается обзор этих понятий и связанных с ними предварительных сведений. Также, стоит отметить, что раздел диссертации об основных понятиях и предварительных сведениях излагается достаточно кратко, хотя и содержит все необходимые сведения об используемых понятиях, за исключением понятий финслеровых и римановых многообразий.

Однако отмеченные замечания носят редакционный характер, не снижают научную ценность и не оказывают влияние на высокую оценку диссертационной работы. Результаты диссертации строго доказаны, надлежащим образом опубликованы в трех статьях в ведущих научных журналах, и представляют интерес для специалистов по дифференциальной геометрии.

Диссертация В.М. Чикина представляет собой законченное научное исследование. Основные результаты диссертации являются новыми, получены автором самостоятельно, опубликованы в ведущих научных журналах и неоднократно представлялись автором на научных семинарах и конференциях всероссийского и международного уровней.

Автореферат верно и полно отражает основные результаты диссертационной работы. Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В. Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации полностью соответствует паспорту специальности 01.01.04 — геометрия и топология, а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова. Текст диссертации и автореферат оформлены согласно приложениям № 5, 6 Положения о диссертационном совете Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова. Таким образом, автор диссертации, Чикин Владимир Максимович, заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.04 — геометрия и топология.

Официальный оппонент:
кандидат физико-математических наук,
профессор кафедры геометрии
института математики и информатики
Московского педагогического государственного университета

Гусева Надежда Ивановна

29 августа 2022

