

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА

На правах рукописи

Николаева Ирина Алексеевна

Частотно-угловое распределение  
терагерцового излучения при филаментации  
фемтосекундного лазерного импульса в газах

Специальность:

1.3.19. Лазерная физика

Автореферат

диссертации на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук

Москва — 2024

Работа выполнена на кафедре общей физики и волновых процессов физического факультета Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова.

Научный руководитель: **Косарева Ольга Григорьевна**, доктор физико-математических наук, доцент

Официальные оппоненты: **Федоров Михаил Владимирович**, доктор физико-математических наук, профессор, Институт общей физики им. А.М. Прохорова Российской академии наук, отдел ТИАМ ЦЕНИ, главный научный сотрудник

**Карташов Ярослав Вячеславович**, доктор физико-математических наук, профессор РАН, Институт спектроскопии Российской академии наук», теоретический отдел, главный научный сотрудник

**Цыпкин Антон Николаевич**, доктор физико-математических наук, доцент, Национальный исследовательский университет ИТМО, Научно-образовательного центр фотоники и оптоинформатики, директор

Защита состоится 26 февраля 2025 г. в 16 ч. 30 мин. на заседании диссертационного совета МГУ.013.4 Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова по адресу: 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 62, корпус нелинейной оптики, ауд. имени С. А. Ахманова.

E-mail: [diss.sov.31@physics.msu.ru](mailto:diss.sov.31@physics.msu.ru)

С диссертацией можно ознакомиться в отделе диссертаций Научной библиотеки Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова (119192, г. Москва, Ломоносовский пр-т, д. 27) и в сети Интернет: <https://dissovet.msu.ru/dissertation/3308>

Автореферат разослан «                » 2025 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета МГУ.013.4,  
кандидат физ.-мат. наук

Коновко Андрей Андреевич

## ***Общая характеристика работы***

Диссертационная работа посвящена исследованию частотно-углового спектра терагерцового (ТГц) излучения, источником которого является плазменный канал (филамент), созданный фемтосекундным лазерным импульсом субтераваттной пиковой мощности при фокусировке в газовые среды. В работе теоретически и методом численного моделирования рассмотрены три основные схемы генерации ТГц излучения филаментом: терагерцовое излучение плазменного канала филамента, усиление ТГц излучения с помощью приложенного к области филаментации внешнего электростатического поля и вырожденное четырехволновое смешение в плазме двухцветного импульса. Полученные результаты расширяют и систематизируют экспериментальные данные об объекте исследования, разработанные методы численного моделирования являются важными для планирования и обработки результатов экспериментов по терагерцовой спектроскопии, использующих плазменный канал филамента в качестве источника излучения.

### **Актуальность**

Фемтосекундный филамент обеспечивает наиболее широкий (до 50–100 ТГц) когерентный спектр терагерцового излучения, который используется для высокочастотной ТГц спектроскопии различных веществ, в том числе, органических [1–3] и графена [4]. Широкополосность источника обеспечивается тем, что физическим механизмом генерации является нелинейный процесс высокого порядка — рост плотности свободных электронов под действием фемтосекундного лазерного импульса высокой интенсивности. Генерация ТГц излучения в кристаллах, в том числе органических, происходит при меньшей интенсивности и, в основном, на квадратичной нелинейности среды, а фононные линии кристаллов ограничивают ширину ТГц спектра.

Эффективность преобразования оптического излучения в терагерцовое при филаментации в газах достигает 0.35% при использовании Ti:Sa лазера [5], а при использовании источников в среднем инфракрасном диапазоне достигает 2.7% [6].

С прикладной точки зрения недостатком генерации ТГц в плазме оптического пробоя воздуха является чрезвычайно сложный частотно-угловой спектр такого источника. Достаточно хорошо изучена его структура в виде полого конуса на относительно высоких терагерцовых частотах ( $\geq 5$  ТГц), которая делает нетривиальным даже эффективный сбор излучения на образец, а потом на приемник излучения. Регистрируемый “спектр” терагерцового излучения филамента существенно зависит не только от характеристик лазерного излучения (мощности и длительности импульса, условий фокусировки и т.д.), но и от всей геометрии системы регистрации [3,7].

Таким образом, несмотря на значительное число исследований, посвященных изучению ТГц излучения фемтосекундных филаментов в газах и характеризующих высокую **степень разработанности** выбранной темы, для оптимального использования ТГц излучения фемтосекундного филамента необходима детальная характеристика его частотно-углового спектра. Настоящая работа посвящена теоретическому исследованию и численному моделированию частотно-угловых распределений излучения ТГц диапазона из плазмы филамента в условиях, соответствующих эксперименту.

### **Цель и задачи**

**Цель** диссертационной работы состоит в теоретическом анализе и численном моделировании генерации терагерцового излучения при филаментации фемтосекундного лазерного импульса в газах. Поставлены и решены следующие конкретные **задачи**:

1. Определить физический механизм, обуславливающий нарушение осевой симметрии двумерных угловых распределений терагерцового излучения одноцветного филамента на определенных частотах.

2. Провести самосогласованное численное моделирование генерации терагерцового излучения в одноцветном филаменте, помещенном во внешнее электростатическое поле, на основе трехмерной в пространстве модели распространения фемтосекундного импульса в воздухе с учетом оптической несущей поля в условиях эксперимента.
3. Установить физический механизм, определяющий зависимость эффективности преобразования оптического излучения в терагерцовое от соотношения частот накачки и затравки двухцветного импульса.
4. Провести численное моделирование трансформации частотно-углового спектра терагерцового излучения в зависимости от начальной фазы между гармониками двухцветного (744+372 нм) фемтосекундного импульса накачки в условиях эксперимента.

### **Объект и предмет исследования**

**Объектом** исследования в диссертационной работе является фемтосекундный филамент и генерируемое им импульсное широкополосное терагерцовое излучение. **Предметом** исследования являются физические механизмы генерации терагерцового излучения в филаменте и частотно-угловые спектры терагерцового излучения, генерируемого фемтосекундным филаментом в газах.

### **Методология диссертационного исследования**

Диссертационная работа выполнена в основном методом численного моделирования уравнения распространения для напряженности электромагнитного поля с учетом быстроосциллирующей несущей оптического поля. Использовались скалярные непараксиальные уравнения распространения. Нелинейный отклик среды описывался керровской нелинейностью нейтральных молекул среды, фототоком вследствие ионизации газа высокоинтенсивным лазерным импульсом, поглощением при ионизации. Для анализа частотно-угловых распределений терагерцового излучения, полученных методом численного моделирования, использовалось

их сопоставление с данными лабораторного эксперимента и диаграммами направленности, рассчитанными на основе интерференционных интегралов. С помощью интерференционных моделей также получен ряд самостоятельных теоретических результатов.

### **Научная новизна**

1. Впервые на основе уравнений гидродинамики плазмы и векторной интерференционной модели Стрэттона-Чу показано, что азимутальная модуляция кольцевого распределения генерируемого одноцветным филаментом электромагнитного излучения на частоте 0.3–10 ТГц в дальней зоне возникает вследствие интерференции волн, обусловленных пондеромоторной силой и световым давлением.
2. Впервые методом численного моделирования с учетом быстроосциллирующей несущей оптического поля в условиях эксперимента (ФИАН им. П.Н. Лебедева) по генерации терагерцового излучения в одноцветном филаменте, помещенном во внешнее электрическое поле, показана трансформация углового распределения от унимодального с плоской вершиной на частоте  $\sim 0.3$  ТГц к кольцевому на частотах более 8 ТГц.
3. Впервые установлено, что эффективность преобразования оптического излучения в терагерцовое при филаментации импульса ближнего инфракрасного диапазона и его второй гармоники на порядок превышает эффективность преобразования в терагерцовое излучение при филаментации основной и половинной гармоник вследствие дифракции излучения половинной гармоники на плазме, наведенной основной гармоникой, и уменьшения области пространственно-временного перекрытия оптических импульсов.
4. Впервые методом численного моделирования в условиях эксперимента (ФИАН им. П.Н. Лебедева) по генерации терагерцового излучения в протяжённом (большем длины дефазировки основной и второй гармоник накачки) двухцветном филаменте показано, что энергия

распространяющегося в кольцо электромагнитного излучения с частотой 0.3–1 ТГц не зависит от начальной фазы между гармониками оптической двухцветной накачки.

### **Теоретическая и практическая значимость**

В ходе выполнения работы была разработана методика самосогласованного моделирования генерации терагерцового излучения в филаменте, помещенном во внешнее электрическое поле, и было предсказано преобразование диаграммы направленности такого излучения из унимодального на низких частотах в коническое на высоких, позднее подтвержденное в эксперименте.

При анализе зависимости частотно-углового спектра терагерцового излучения двухцветного филамента от начальной фазы между гармониками оптической двухцветной накачки было получено, что энергия электромагнитного излучения с частотой 0.3–1 ТГц, распространяющегося в конус, практически не зависит от фазы и составляет большую часть энергии генерируемого терагерцового излучения. Использование независимого от фазы конического терагерцового излучения, генерируемого в длинном двухцветном филаменте, в спектроскопии позволит применять двухпучковую схему, обеспечивающую большую по сравнению с однопучковой эффективность преобразования оптического излучения в терагерцовое.

### **Основные положения, выносимые на защиту**

1. Развита векторная модель локального источника терагерцового поля в одноцветном филаменте, представленного в виде суперпозиции радиально поляризованного вклада продольного диполя и параллельного поляризации оптической накачки квадрупольного вклада, и установлено, что азимутальная модуляция кольцевого распределения электромагнитного излучения на частоте 0.3–10 ТГц в дальней зоне является следствием интерференции волн, излучаемых при смещении

- свободных зарядов под действием силы светового давления и пондеромоторной силы.
2. Угловое распределение терагерцового излучения, генерируемого в воздухе плазменным каналом, находящимся в однородном внешнем электростатическом поле, меняется от унимодального с плоской вершиной на частоте  $\sim 0.3$  ТГц к кольцевому на частотах более 8 ТГц. Образование кольца на высоких частотах обусловлено деструктивной интерференцией терагерцовых волн, излучаемых фронтом ионизации, распространяющимся со сверхсветовой скоростью.
  3. Энергия распространяющегося в кольцо низкочастотного (0.3–1 ТГц) излучения не зависит от начальной фазы между гармониками оптической двухцветной накачки и существенно превышает энергию терагерцового излучения на оси филамента, протяженность которого больше длины дефазировки основной и второй гармоник накачки.
  4. Для различных соотношений частот оптической затравки и накачки в двухцветном филаменте максимальная эффективность преобразования оптического излучения в терагерцовое достигается при половинной или удвоенной частоте затравки по сравнению с частотой накачки. В случае половинной частоты затравки энергия терагерцового излучения оказывается на порядок ниже, чем в случае удвоенной частоты, вследствие расходимости длинноволнового излучения затравки на самонаведенной плазме и уменьшения области перекрытия оптических импульсов.

### **Достоверность результатов**

Степень достоверности полученных результатов обеспечивается использованием современных теоретических моделей распространения лазерного излучения, сопоставлением результатов расчетов, полученных с помощью различных моделей, соответствием теоретических и численных результатов экспериментальным данным.



## **Апробация работы**

Основные результаты, отраженные в диссертации, были представлены в докладах на международных конференциях: UltrafastLight-2021 (Москва, Россия); International Conference Laser Optics (ICLO-2022, Санкт-Петербург, Россия); UltrafastLight-2022 (Москва, Россия); 30th International Conference on Advanced Laser Technologies (ALT'23, Самара, Россия).

## **Публикации**

Основные результаты диссертации опубликованы в 8 печатных работах, в том числе в 8 статьях в рецензируемых научных журналах, удовлетворяющих «Положению о присуждении учёных степеней в МГУ имени М.В. Ломоносова». Список работ автора приведен в конце автореферата перед списком литературы.

## **Личный вклад**

Изложенные в диссертации результаты получены автором лично или при ее определяющем участии. Автором разработаны программные коды, проведено моделирование, предложены эксперименты и обработаны результаты расчетов и лабораторных измерений. Эксперименты, которые были предложены или обработаны автором, выполнялись в Физическом институте имени П. Н. Лебедева РАН в отделении квантовой радиофизики (заведующий отделением проф. А. А. Ионин): д.ф.-м.н. Л.В. Селезневым (руководитель группы), к.ф.-м.н. Д.В. Мокроусовой, к.ф.-м.н. Я.В. Грудцыным, А.В. Корибутом, Г.Е. Ризаевым, Д.В. Пушкарёвым. Эксперименты, описанные в параграфе 4.5, выполнены в МГУ имени М.В. Ломоносова группой проф. А.Б. Савельева-Трофимова: к.ф.-м.н. Д.С. Урюпиной, к.ф.-м.н. Р.В. Волковым, к.ф.-м.н. А.А. Ушаковым, к.ф.-м.н. Е.В. Митиной. Обсуждение результатов и подготовка публикаций проводилась совместно с соавторами.

## **Структура и объём диссертации**

Диссертация состоит из введения, пяти глав текста, результатов и выводов диссертационной работы, списка цитируемой литературы. Работа содержит 138 страниц, включает 34 рисунка, 1 таблицу и 146 библиографических ссылок.

### ***Содержание работы***

#### **Введение**

Во введении к диссертационной работе обосновывается актуальность, новизна, теоретическая и практическая значимость исследуемой проблемы, формулируется цель, основные задачи и положения, выносимые на защиту, описывается степень достоверности и апробация результатов работы, а также описывается ее краткое содержание по главам.

#### **Глава 1. Современное состояние исследований по генерации терагерцового излучения при фемтосекундной филаментации**

Фемтосекундный филамент в воздухе исследуется как источник терагерцового (ТГц) излучения с начала 1990-х годов. Существуют три основные схемы генерации ТГц излучения: в одноцветном филаменте, в филаменте, помещённом во внешнее электростатическое поле, и в двухцветном филаменте (формируемом импульсом, содержащим основную и вторую гармонику). Эти схемы различаются эффективностью генерации, спектральным составом и пространственным распределением ТГц излучения.

В первой главе выполнен обзор современных работ по генерации ТГц излучения в этих трёх схемах. Особое внимание уделено экспериментальным работам по измерению спектральных, пространственных и энергетических характеристик ТГц излучения, а также теоретическим подходам, используемым для описания этих характеристик.

## Глава 2. Математическая модель филаментации и генерации терагерцового излучения

Во второй главе сформулирован основной теоретический аппарат и методы моделирования генерации ТГц излучения в филаменте. Получено выражение для фототока, квадратичного по полю лазерного импульса, обеспечивающего генерацию терагерцового излучения при филаментации одноцветных импульсов в газах. Разработана численная модель генерации ТГц излучения в филаменте, помещенном во внешнее электростатическое поле. Сформулированы методики оптимизации вычислений, применяемые в работе.

Однонаправленное уравнение распространения (*Unidirectional pulse propagation equation*, UPPE [8]) широко используется для моделирования генерации ТГц излучения при двухцветной филаментации [9]. Уравнение позволяет рассматривать непараксиальную расходимость излучения под углом к оси вплоть до 60–80°, ионизацию газовой среды сильным лазерным полем, нелинейность связанных и свободных электронов, материальную дисперсию в диапазоне от нулевой (терагерцовой) частоты до ультрафиолетового излучения. При умеренной фокусировке (числовая апертура  $NA < 0.1$ ) фемтосекундного лазерного излучения с пиковой мощностью, превышающей критическую мощность самофокусировки (для воздуха около 10 ГВт [10]) в небольшое число раз, т.е. в режиме одиночного филамента, для описания нелинейного распространения лазерного излучения достаточно осесимметричного скалярного приближения.

Основные результаты диссертации получены с помощью однонаправленного уравнения распространения в осесимметричном скалярном приближении

$$\frac{\partial \hat{E}(\omega, k_r, z)}{\partial z} = -ik_z \hat{E}(\omega, k_r, z) - \frac{2\pi\omega}{c^2 k_z} \hat{J}(\omega, k_r, z), \quad (1)$$

где  $\hat{E}(\omega, k_r, z)$  и  $\hat{J}(\omega, k_r, z)$  — пространственно-временные гармоники электрического поля  $E(\tau, r, z)$  и нелинейного материального тока  $J(\tau, r, z)$ ,  $k_z = \sqrt{\omega^2 n^2(\omega)/c^2 - k_r^2}$  — продольная компонента волнового вектора,  $\omega =$

$2\pi\nu$  — угловая частота,  $c$  — скорость света в вакууме,  $n(\omega)$  — показатель преломления воздуха.

Материальный ток  $J = \partial P / \partial \tau + J_e + J_a$  может быть представлен в виде суммы производной по времени нелинейной поляризации

$$P(\tau, r, z) = \chi^{(3)} E^3(\tau, r, z), \quad (2)$$

описывающей нелинейный отклик связанных электронов 3-го порядка, где нелинейная восприимчивость газа  $\chi^{(3)}$  соответствует коэффициенту керровской нелинейности  $n_2 = 10^{-19}$  см<sup>2</sup>/Вт [10], тока поглощения  $J_a$ , отвечающего за потери энергии на ионизацию, и тока свободных электронов  $J_e$ .

Фототок свободных электронов в векторном виде выведен из уравнений плазменной гидродинамики [11], следуя разложению [12] по степеням пропорциональности падающим электрическому  $\mathbf{E}$  и магнитному  $\mathbf{B}$  полям  $\mathbf{J}_e = \mathbf{J}_1 + \mathbf{J}_2 + \dots$ :

$$\frac{\partial N_0}{\partial \tau} = w(|\mathbf{E}|) N_n, \quad (3)$$

$$\left( \frac{\partial}{\partial \tau} + \nu_c \right) \mathbf{J}_1 = \frac{e^2}{m_e} N_0 \mathbf{E}, \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial}{\partial \tau} + \nu_c \right) \mathbf{J}_2 = & \frac{e}{m_e c} \mathbf{J}_1 \times \mathbf{B} - \frac{1}{e} \left[ (\mathbf{J}_1 \cdot \nabla) \frac{\mathbf{J}_1}{N_0} + \frac{\mathbf{J}_1}{N_0} (\nabla \cdot \mathbf{J}_1) \right] \\ & - \frac{e}{m_e} \mathbf{E} \int_{-\infty}^{\tau} (\nabla \cdot \mathbf{J}_1) d\tau, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $w(|\mathbf{E}|)$  — вероятность нелинейной ионизации,  $N_n$  — концентрация нейтральных частиц,  $e$  и  $m_e$  — заряд и масса электрона соответственно,  $c$  — скорость света,  $\nu_c$  — частота столкновений электронов с нейтральными и ионизированными молекулами. Компонента фототока  $\mathbf{J}_1$  [13] определяет взаимодействие лазерного излучения с плазмой и генерацию терагерцового излучения при двухцветной филаментации и филаментации во внешнем электростатическом поле. Фототок второго порядка по полю  $\mathbf{J}_2$  описывает

световое давление и пондеромоторную силу, которые являются источниками терагерцового излучения при одноцветной филаментации.

Оригинальным результатом диссертации является обобщение модели нелинейного отклика среды для описания генерации терагерцового излучения при филаментации во внешнем электростатическом поле. Внешнее электростатическое поле  $E_{DC}$ , т. е. нулевая гармоника, не распространяется и, следовательно, не может быть учтено в каждом члене однонаправленного уравнения распространения (1) как суперпозиция с переменным (оптическим и ТГц) полем  $\mathcal{E}(\tau)$ . При этом электростатическое поле порядка 10–15 кВ/см (порог пробоя сухого воздуха составляет около 30 кВ/см) не оказывает существенного влияния ни на ионизацию среды, ни на рекомбинацию плазмы. Поэтому для задач моделирования терагерцовой генерации допустимо учесть поле  $E_{DC}$  только в нелинейной поляризации  $P$  и токе свободных электронов  $J_e$ . Уравнения, описывающие соответствующие величины, были преобразованы к виду, при котором подстановка  $E \rightarrow \mathcal{E}(\tau) + E_{DC}$  сохраняет периодичность граничных условий, что позволяет использовать преобразование Фурье на расчетных сетках и проводить моделирование с помощью UPPE.

Для моделирования уравнений распространения применялась схема с частично перекрывающимися расчетными сетками для оптического и терагерцового полей (XDOT, [A2]), позволяющая использовать сетки с разным разрешением и областью по пространству и времени для оптического и терагерцового импульсов. Так, для оптического импульса обычно требуется временная сетка с разрешением  $\sim 0.3$  фс и областью 1–2 пс, в то время как для ТГц импульса — сетка с разрешением около 10 фс и областью около 100 пс, обеспечивающей отличное спектральное разрешение 0.01 ТГц. Разрешение по поперечной координате составляло порядка 1 мкм, но для оптического импульса область составляла менее 1 мм, а для терагерцового — 1–2 см.

Характерной особенностью генерации ТГц излучения при филаментации двухцветных импульсов

$$E(z = 0) = E_1(\tau, r) \cos(\omega_0 \tau) + E_2(\tau, r) \cos(2\omega_0 \tau + \varphi), \quad (6)$$

наблюдаемой как в эксперименте, так и в  $0D + t$  моделировании [13], является синусоидальная зависимость его энергии от относительной фазы  $\varphi$  между импульсами основной и второй гармоник:

$$W_{\text{THz}}(\varphi) = A \sin(2\varphi - \varphi_0) + B, \quad (7)$$

где  $\varphi_0$ ,  $A$ ,  $B$  — константы, зависящие от условий эксперимента или моделирования, причем  $B \geq A > 0$ . В эксперименте фаза  $\varphi$  варьируется путем смещения кристалла, удваивающего частоту (обычно  $\beta$ -ВВО), чтобы обеспечить максимальную энергию ТГц излучения. В моделировании для получения полной зависимости  $W_{\text{THz}}(\varphi)$  достаточно найти константы  $A$ ,  $B$  и  $\varphi_0$ , которые могут быть получены аналитически по трём расчетам с произвольными начальными фазами  $\varphi$ , сдвинутыми на  $60^\circ$  [14].

### **Глава 3. Терагерцовое излучение одноцветного плазменного канала фемтосекундного филамента**

Одноцветный филамент (без примеси второй гармоники или внешнего поля) является источником низкоэнергетичного ТГц излучения, спектр которого простирается до нескольких терагерц, а одномерные (1D) угловые распределения ТГц излучения имеют два максимума с нулевым сигналом на оси лазерного пучка [15]. Для их описания обычно используются интерференционные модели, рассматривающие квадрупольное излучение [16], обеспечиваемое действием пондеромоторной силы на освободившиеся вследствие ионизации лазерным импульсом электроны, или излучение продольного диполя, обеспечиваемое действием на свободные электроны светового давления, в качестве локальных источников ТГц излучения. В работе [17] было показано, что в случае умеренной фокусировки эти источники обеспечивают одинаковые 1D распределения ТГц излучения в дальней зоне. Однако ни одна из этих моделей не описывает двумерные (2D) распределения ТГц излучения, наблюдаемые в эксперименте [18; A4].

В третьей главе проведён анализ частотного-углового состава ТГц излучения одноцветного филамента на примере измеренных группой проф. А.А. Ионина и д.ф.-м.н. Л.В. Селезнёва (ФИАН) двухмерных угловых распределений на различных частотах. На частотах менее 0.5 ТГц диаграмма направленности ТГц излучения является конической. Поляризация таких низкочастотных ТГц компонент радиальная. Однако на частоте 0.5 ТГц кольцевое угловое распределение модулировано: наблюдаются два ярких максимума на оси  $y$ , перпендикулярной направленной вдоль оси  $x$  поляризации оптической накачки. С ростом частоты до 1 ТГц модуляция кольцевой диаграммы направленности возрастает настолько, что она становится двухлепестковой с максимумами вдоль оси  $y$ , см. рис. 1а, при этом плотность энергии на оси  $x$  падает до уровня шумов. В этом случае поляризация ТГц излучения перпендикулярна поляризации фемтосекундного импульса. При повороте плоскости поляризации лазерного пучка на  $90^\circ$  распределение терагерцового излучения с частотой 1 ТГц поворачивалось вслед за ним. С ростом частоты до 3 ТГц происходит восстановление сильно модулированной кольцевой диаграммы направленности ТГц излучения, поляризация которого возвращается к радиальной. Более высокочастотные измерения также демонстрируют коническую расходимость.

Для моделирования 2D распределений ТГц излучения одноцветного филамента в воздухе в дальней зоне, в предположении горизонтальной поляризации и осесимметричности лазерного поля, нелинейный ток второго порядка  $\mathbf{J}_2(\tau, r, \chi, z)$ , см. уравнение (5), был записан в спектральном пространстве как сумма продольно дипольного и квадрупольного членов  $\hat{\mathbf{J}}_2(\omega, r, \chi, z) = \mathbf{e}_z \mathbb{D}(\omega, r, z) + \mathbf{e}_x \cos \chi \mathbb{Q}(\omega, r, z)$ , где  $\chi$  — азимутальный угол, и подставлен в дифракционный интеграл Стрэттона-Чу [19]. Такой ток обеспечивает излучение с электрическим полем, которое в сферических координатах  $(R, \theta, \phi)$  для малых  $\theta$  может быть записано следующим образом:

$$\mathbf{E}(\omega, \theta, \varphi) \propto i(\mathbf{e}_x \cos \varphi + \mathbf{e}_y \sin \varphi) \theta D(\omega, \theta) - \mathbf{e}_x \cos \varphi Q(\omega, \theta), \quad (10)$$

где  $D(\omega, \theta)$  и  $Q(\omega, \theta)$  получены как преобразование Фурье-Бесселя по координатам  $z$  и  $r$  от  $\mathbb{D}(\omega, r, z)$  и  $\mathbb{Q}(\omega, r, z)$ , соответственно.

Первое слагаемое в правой части формулы (10) соответствует излучению продольного диполя и описывает радиально поляризованное ТГц излучение. Второе слагаемое в правой части формулы (10) является квадрупольным излучением и обеспечивает распределение поля подобно моде ТЕМ<sub>10</sub> с поляризацией, направленной вдоль оси  $x$ . Из выражения (10) следует, что фаза двух вкладов сдвинута на  $\pi/2$ , поэтому в простых приближениях их интенсивности аддитивны. Однако при равенстве дипольного и квадрупольного членов по модулю ( $|Q(\theta)| = \theta|D(\theta)|$ ) и сдвиге фаз между ними, равном  $\pi/2$ , выражение (10) преобразуется в  $\mathbf{E}(\omega, \theta, \varphi) \propto i\mathbf{e}_y \sin \varphi \theta D(\omega, \theta)$ . Такое распределение поля отлично соответствует двухлепестковой структуре, наблюдаемой в эксперименте, ср. рис. 1а и б.

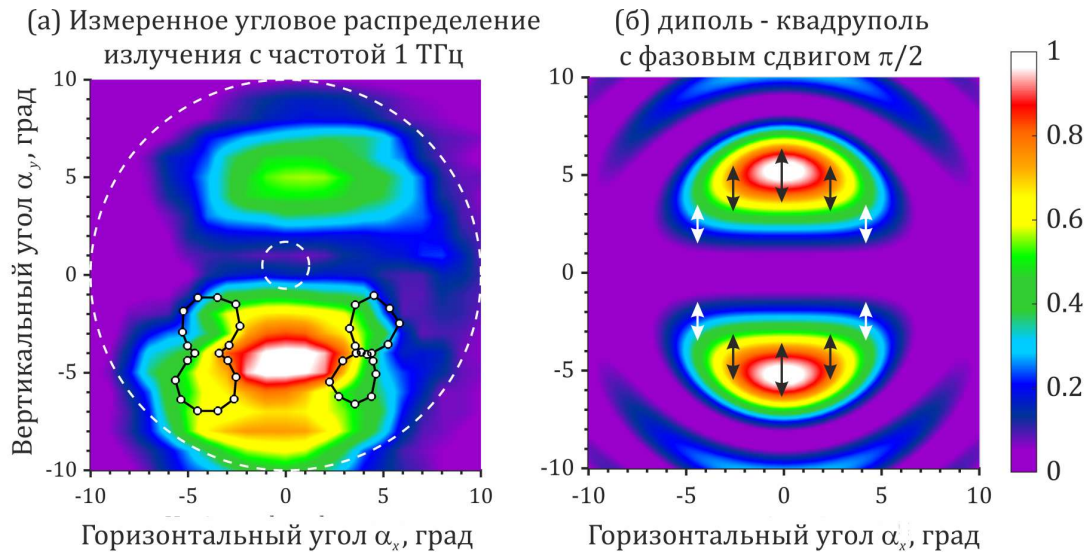


Рис. 1. (а) Измеренное группой проф. А.А. Ионина и д.ф.-м.н. Л.В. Селезнёва (ФИАН) двумерное угловое распределение излучения с частотой 1 ТГц. Маркированные точками восьмерки показывают состояние поляризации в их центре. Штриховые окружности аппроксимируют измеренные угловые распределения кольцом с нулем на оси. (б) Полученное по формуле (10) распределение интенсивности 1-ТГц излучения (цвет) и его поляризации (стрелки) для случая, если дипольный и квадрупольный источники равны по модулю, а сдвиг фаз между ними равен  $\pi/2$ .



Модулированные кольца с максимумом на оси  $y$ , обнаруженные в эксперименте на частотах 0.5 ТГц или 3 ТГц, также могут быть описаны уравнением (10). Во-первых, это возможно, если дипольный и квадрупольный источники равны по модулю, но сдвиг фаз между ними отличается от  $\pi/2$ . Во-вторых, при фазовом сдвиге, равном именно  $\pi/2$ , такая модуляция развивается, если  $|Q(\theta)| \neq \theta|D(\theta)|$ .

Вторая часть третьей главы посвящена определению величины внешнего электростатического поля, при которой вклад в генерацию ТГц излучения одноцветным филаментом, помещённым в такое поле, светового давления (продольный диполь) и пондеромоторной силы (квадруполь) становится сопоставимым с вкладом нестационарного фототока свободных электронов, обеспечивающим формирование поперечного дипольного момента. Для этого измеренные группой проф. А.А. Ионина и д.ф.м.н. Л.В. Селезнёва (ФИАН) одномерные угловые распределения излучения с частотой 0.3–1 ТГц, генерируемого одноцветным филаментом во внешнем электростатическом поле с напряжённостью 0–3.3 кВ/см, были разложены с использованием интерференционного интеграла на сумму вкладов продольного и поперечного диполей. Установлено, что вклад излучения поперечного диполя пропорционален напряжённости внешнего электростатического поля, практически не зависит от частоты ТГц излучения и становится равным вкладу продольного диполя при напряжённости внешнего поля  $(3.2 \pm 0.8)$  кВ/см.

#### **Глава 4. Частотно-угловой состав терагерцового излучения одноцветного филамента во внешнем электростатическом поле**

Четвёртая глава посвящена генерации терагерцового излучения одноцветным филаментом во внешнем электростатическом поле. Эффективность преобразования оптического излучения в терагерцовое в такой схеме на 1–2 порядка выше, чем в случае одноцветного филамента в отсутствии внешнего поля. Такой рост эффективности преобразования

обусловлен тем, что внешнее поле наводит в плазменном канале филамента поперечные токи, излучение которых разрешено в дипольном приближении.

Самосогласованное моделирование генерации ТГц излучения одноцветным фемтосекундным филаментом во внешнем электростатическом поле с напряженностью  $\sim 10$  кВ/см было проведено в условиях эксперимента, поставленного группой проф. А.А. Ионина и д.ф.-м.н. Л.В. Селезнёва (ФИАН). В количественном согласии между моделированием и экспериментом установлено, что для низких частот (0.3, 0.5 и 1 ТГц) угловое распределение ТГц излучения является плоским с максимумом на оси. В моделировании плоская форма диаграмм направленности наблюдается во всей низкочастотной области  $\nu < 2$  ТГц (см. белые точки на рис. 2а). Кольцевые структуры с контрастом  $\geq 0.5$  появляются при  $\nu \geq 8$  ТГц.

Диэлектрическая проницаемость плазмы равна  $1 - \omega_p^2/(\omega^2 + \nu_c^2)$ , где  $\omega_p$  — плазменная частота. Возникающие вследствие рассеяния на плазме с концентрацией  $4-5 \times 10^{17}$  см<sup>-3</sup> кольца должны появляться при  $\nu < \omega_p/2\pi \approx 5$  ТГц. Однако измеренные и полученные в моделировании угловые распределения являются плоскими в этом диапазоне частот. Прямая проверка роли плазмы в формировании конической диаграммы направленности ТГц излучения может быть выполнена в схеме XDOT посредством «выключения» рассеяния ТГц излучения плазмой. Угловые распределения ТГц излучения при этом практически не меняются.

Таким образом, кольцевые структуры в высокочастотной области должны формироваться вследствие интерференции ТГц волн, излучённых на различных расстояниях  $z$  вдоль плазменного канала филамента. В приближении, что источник ТГц излучения зависит только от временного положения  $\tau_{if}$  фронта ионизации  $J_e = J_e(t - \tau_{if})$ , мы аналитически показали, что деструктивная интерференция происходит, когда фронт ионизации смещается в движущейся с групповой скоростью системе координат на целый период ТГц волны в хорошем согласии с URPE моделированием.

Несмотря на низкую спектральную плотность мощности ТГц излучения одноцветного филамента во внешнем поле на высоких ТГц частотах, их угловые распределения могут быть зарегистрированы с использованием болометров, работающих при гелиевых температурах. Соответствующий эксперимент был поставлен в ФИАН в группе проф. А.А. Ионина и д.ф.-м.н. Л.В. Селезнева и подтвердил, что первые признаки формирования кольцевого распределения ТГц излучения появляются на частоте 3 ТГц, а на частоте 10 ТГц двумерное угловое распределение имеет выраженную кольцевую структуру (отношение ТГц сигнала на оси к максимальному сигналу составляет  $0.57 \pm 0.10$ ), см. рис. 2б. На рис. 2в для наглядности представлены горизонтальный, вертикальный и диагональный срезы двумерного распределения. Они находятся в разумном согласии с угловым распределением, полученным в численном моделировании (ср. рис. 2а и в).

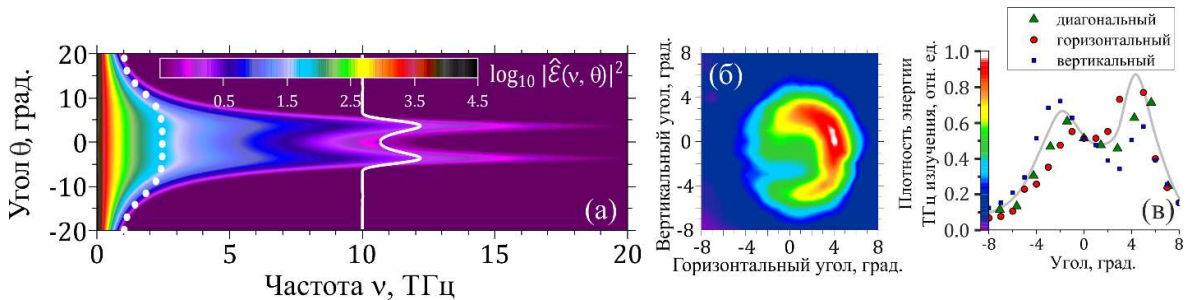


Рис. 2. (а) Частотно-угловое распределение ТГц излучения одноцветного филамента во внешнем электростатическом поле  $E_{DC} = 10$  кВ/см. Белые точки и белая сплошная кривая демонстрируют угловые распределения на частотах 1 и 10 ТГц, соответственно. (б) Измеренное группой проф. А.А. Ионина и д.ф.-м.н. Л.В. Селезнёва (ФИАН) двумерное распределение 10-ТГц излучения одноцветного филамента во внешнем электростатическом поле. (в) Горизонтальный, вертикальный и диагональный срезы 2D распределения (б).

Вторая часть четвёртой главы посвящена исследованию влияния области приложения внешнего электростатического поля относительно длинного одноцветного филамента на угловые и энергетические характеристики излучаемого им ТГц излучения.

В качественном согласии между численным моделированием и экспериментом, поставленным в группе проф. А.Б. Савельева-Трофимова (МГУ), показано, что длина ТГц источника определяется не длиной самого филамента, а размером области плазменного канала, находящегося во

внешнем электростатическом поле, что соответствует длине электродов, если они короче филамента, и длине филамента, если они длиннее. При этом увеличение размера электродов при фиксированной длине плазменного канала вплоть до его длины приводит к сужению диаграммы направленности ТГц излучения и аддитивному увеличению его энергии.

## **Глава 5. Частотно-угловой состав терагерцового излучения двухцветного фемтосекундного филамента**

Несмотря на более высокую эффективность конверсии оптического излучения в терагерцовое в случае одноцветного филамента, помещённого во внешнее электростатическое поле, по сравнению с одноцветным филаментом без внешнего поля, она не превосходит  $10^{-5}$ . Дальнейшее увеличение эффективности преобразования оптического излучения в терагерцовое возможно при использовании двухцветного филамента в качестве источника ТГц излучения [20]. Основной массив экспериментальных и теоретических работ по двухцветной филаментации выполнен при использовании второй гармоники фемтосекундного импульса в качестве затравочного излучения. Однако поскольку полевая ионизация является нелинейным процессом высокого порядка, ТГц генерация может быть рассмотрена не только как четырехволновое, но и как шести-, восьмиволновое смешение и так далее. Теоретические работы предсказывают эффективную генерацию ТГц излучения для частот затравки  $\omega_2 = \omega_1/2$ ,  $\omega_2 = \omega_1/4$ ,  $\omega_2 = 3\omega_1/2$ , и т.д. [21]. Терагерцовое излучение двухцветного филамента с такими соотношениями  $\omega_2/\omega_1$  наблюдалось экспериментально, например, в работе [22].

В первой части пятой главы диссертации изложены результаты моделирования генерации ТГц излучения при филаментации двухцветных импульсов с различным соотношением частот затравки и накачки  $\omega_2/\omega_1$  при фиксированной длине волны накачки  $\lambda_1 = 0.8$  мкм. Были выбраны длины волн затравки, обеспечивающие наибольшую ТГц компоненту локального фототока (1.6, 1.2, 0.53 и 0.4 мкм), энергии накачки (1.4 мДж) и затравки (10 мкДж) выбраны соответственно экспериментам [14, 22].

Наибольшая энергия ТГц излучения достигается для частот затравки  $\omega_2 = 2\omega_1$  и  $\omega_2 = \omega_1/2$ , однако при учете распространения ТГц энергия в схеме  $0.8 + 1.6$  мкм (7 нДж) в  $\sim 40$  раз меньше, чем для  $0.8 + 0.4$  мкм (260 нДж), в отличие от локальной модели, где разница составляет три раза (рис. 3а). Такое различие связано с тем, что в филаменте пространственно-временные распределения интенсивности импульса затравки существенно отличаются для случаев низко- (рис. 3б) и высокочастотной затравки (рис. 3в). Низкочастотная затравка расходится с оси распространения импульса накачки  $r = 0$ , что уменьшает перекрытие между импульсами затравки и накачки и снижает эффективность конверсии в ТГц излучение. Напротив, высокочастотная затравка остаётся на оси пучка, поскольку дефокусировка в плазме менее выражена для высоких частот.

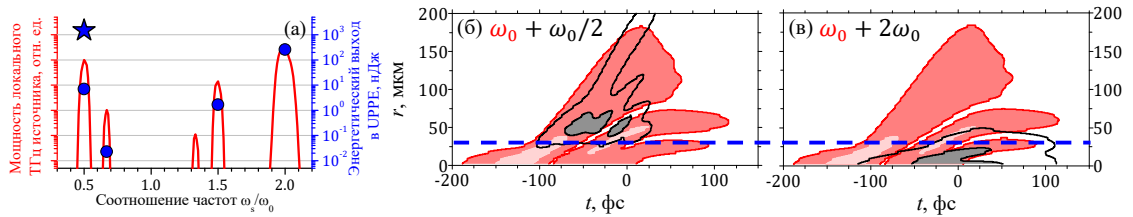


Рис. 3. (а) Сравнение энергии ТГц излучения, посчитанной по модели нестационарного фототока (красная кривая, левая ось), с результатами URPE моделирования (синие круги, правая ось) для различных соотношений частот  $\omega_2/\omega_1$  излучения накачки с фиксированной длиной волны 0.8 мкм и затравки. Синяя звезда на панели (а) получена в URPE моделировании с накачкой на 1.6 мкм и затравкой на 0.8 мкм. (б), (в) Пространственно-временные распределения интенсивности в двухцветной схеме для комбинаций длин волн  $0.8 + 1.6$  мкм,  $0.8 + 0.4$  мкм. Красные контуры соответствуют импульсу накачки на 0.8 мкм, а серые — импульсу затравки. Синяя штриховая линия соответствует плотности плазмы  $5.4 \times 10^{15} \text{ см}^{-3}$  (максимальная плотность плазмы на оси  $2.3 \times 10^{18} \text{ см}^{-3}$ ).

Во второй части главы исследована направленность низкочастотного ( $\lesssim 3$  ТГц) терагерцового излучения двухцветного филамента, длина которого превосходит длину дефазировки основной и второй гармоник накачки. Для этого было проведено самосогласованное моделирование генерации ТГц излучения двухцветным филаментом в условиях эксперимента, поставленного группой проф. А.А. Ионина и Л.В. Селезнёва (ФИАН), с высоким спектральным разрешением  $\sim 0.01$  ТГц на основе численной схемы XDOT.

В эксперименте зависимость спектральной интенсивности  $W_{\text{THz}}$  терагерцового излучения от относительной фазы  $\varphi$  между первой и второй гармониками измерялась путем смещения кристалла ВВО. В моделировании полная зависимость  $W_{\text{THz}}(\varphi)$  была восстановлена по трём расчетам с начальными фазами  $\varphi$ , сдвинутыми на  $60^\circ$  для разных частот (рис. 4б).

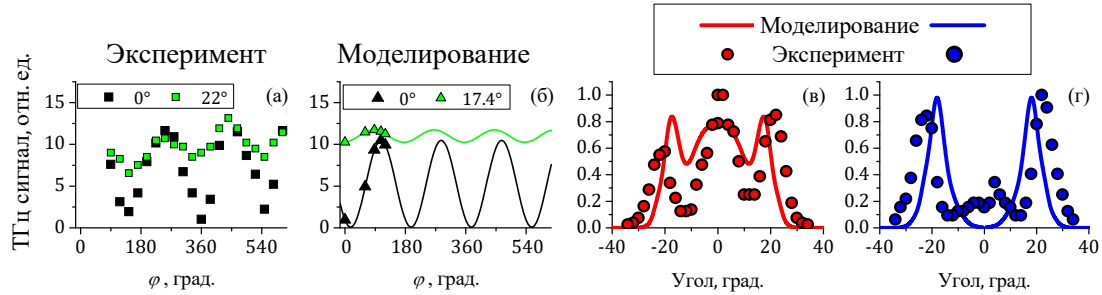


Рис. 4. Зависимости сигнала на частоте 0.3 ТГц от относительной фазы между гармониками  $\varphi$  на оси пучка (черный цвет) и в максимуме кольцевого распределения (зелёный цвет), полученные в эксперименте (а) и моделировании (б). Угловые распределения ТГц излучения, полученные в эксперименте (точки) и моделировании (кривые) для  $\varphi$ , соответствующей максимуму (в) и минимуму (г) ТГц сигнала на (а) и (б). Эксперимент проведён в группе проф. А.А. Ионина и д.ф.-м.н. Л.В. Селезнёва (ФИАН).

Измеренные в эксперименте зависимости ТГц сигнала на оси от фазы  $\varphi$  на частотах 0.3 и 1 ТГц демонстрируют синусоидальные осцилляции с периодом  $\sim 25$  мм, соответствующим длине фазового синхронизма между первой и второй гармониками (рис. 4а). Аналогичные зависимости получены в моделировании (рис. 4б). В минимуме ТГц сигнал на оси пучка в эксперименте достигает уровня шума, а в моделировании падает практически до нуля, то есть осевая компонента ТГц излучения двухцветного филамента существенно зависит от относительной фазы между гармониками.

Этот результат хорошо виден на угловых распределениях ТГц излучения (рис. 4в, г). На всех изученных частотах в согласии между экспериментом и моделированием получено, что в случае начальной относительной фазы между гармониками, соответствующей максимуму ТГц сигнала на рис. 4а,б, диаграмма направленности ТГц излучения имеет «трёхгорбую» структуру: наблюдается кольцевое распределение и ярко выраженный максимум на оси (рис. 4в). Напротив, для всех частот в случае

начальной фазы  $\varphi$ , соответствующей минимуму ТГц сигнала, наблюдается кольцевое распределение ТГц излучения с минимумом на оси (рис. 4г). На рис. 4а, б также показана зависимость ТГц сигнала в максимуме кольцевого распределения от  $\varphi$ . В согласии между экспериментом и моделированием видно, что ТГц сигнал в кольце также демонстрирует синусоидальную зависимость от относительной фазы между гармониками, однако глубина модуляции этой зависимости намного меньше, чем для ТГц сигнала на оси.

Таким образом, ТГц излучение двухцветного филамента, не зависящее от относительной фазы между основной и второй гармониками, имеет коническую диаграмму направленности в низкочастотной части спектра. Это излучение представляет интерес для практических приложений, например, ТГц спектроскопии, поскольку позволяет отсеять излучение накачки, распространяющееся под небольшими углами к оптической оси без потери энергии ТГц сигнала [4].

### **Заключение**

В заключении сформулированы основные результаты работы:

1. Показано, что нарушение осевой симметрии и азимутальная модуляция кольцевого распределения терагерцового излучения, генерируемого одноцветным филаментом на частоте 0.3–10 ТГц, возникают вследствие интерференции волн, излучаемых при смещении свободных зарядов плазменного канала филамента под действием пондеромоторной силы и силы светового давления.
2. С использованием интерференционного интеграла угловые распределения терагерцового излучения одноцветного филамента в слабом внешнем электростатическом поле, измеренные в эксперименте, представлены в виде суперпозиции вкладов продольного диполя, возникающего под действием силы светового давления высокоинтенсивного импульса на электроны в плазменном канале филамента, и поперечного диполя, коллинеарного электростатическому полю. Установлено, что вклады от

- продольного и поперечного диполей в генерируемое терагерцовое излучения становятся сравнимы при достижении внешним полем значения  $(3.2 \pm 0.8)$  кВ/см.
3. В численном моделировании показано, что угловое распределение терагерцового излучения, генерируемого в воздухе плазменным каналом, находящимся в однородном внешнем электростатическом поле, меняется от унимодального с плоской вершиной на частоте  $\sim 0.3$  ТГц к кольцевому на частотах более 8 ТГц. Образование кольца на высоких частотах было подтверждено экспериментально. Оно обусловлено деструктивной интерференцией терагерцовых волн, излучаемых фронтом ионизации, распространяющимся со сверхсветовой скоростью.
  4. При протяженной филаментации на воздушной трассе источником терагерцового излучения с максимумом на оптической оси является часть плазменного канала, находящаяся во внешнем электростатическом поле. Энергия терагерцового излучения в дальней зоне увеличивается аддитивно при наращивании длины электродов вдоль плазменного канала и насыщается, когда длина электродов достигает длины филамента.
  5. При двухцветной филаментации наибольшая эффективность преобразования энергии оптического излучения в ТГц диапазон достигается при смещении импульсов основной и второй гармоник. При смещении высокоинтенсивного импульса основной гармоники со слабым импульсом с частотой, отличной от удвоенной, эффективность ТГц генерации на порядки ниже либо вследствие уменьшения спектральной интенсивности локальных источников, либо вследствие уменьшения области пространственно-временного перекрытия импульсов в филаменте.
  6. В численном моделировании, проведенном в условиях эксперимента по генерации терагерцового излучения в двухцветном филаменте, длина которого превосходит длину дефазировки основной и второй гармоник накачки, показано, что энергия распространяющегося в кольцо электромагнитного излучения с частотой 0.3–1 ТГц не зависит от



начальной фазы между гармониками оптической двухцветной накачки. При этом доля энергии распространяющегося в кольцо терагерцового излучения существенно превышает энергию терагерцового излучения на оси филамента.

### ***Публикации автора по теме диссертации***

Публикации в рецензируемых научных журналах, удовлетворяющих Положению о присуждении учёных степеней в МГУ имени М.В. Ломоносова:

- A1. **Nikolaeva I.A.**, Shipilo D.E., Panov N.A., Kosareva O.G. Dual-wavelength filamentation with a fraction of fundamental laser frequency as a wideband THz source //Laser Physics Letters. – 2021. – V. 18. – №. 2. – P. 025401. – JIF = 1.4. / 0.31 п.л. / Вклад соискателя 80%.
- A2. **Nikolaeva I.A.**, Shipilo D.E., Pushkarev D.V., Rizaev G.E., Mokrousova D.V., Koribut A.V., Grudtsyn Y.V., Panov N.A., Seleznev L.V., Liu W., Ionin A.A., Kosareva O.G. Flat-top THz directional diagram of a DC-biased filament //Optics Letters. – 2021. – V. 46. – №. 21. – P. 5497-5500. – JIF = 3.1. / 0.25 п.л. / Вклад соискателя 60%.
- A3. Shipilo D.E., **Nikolaeva I.A.**, Pushkarev D.V., Rizaev G.E., Mokrousova D.V., Koribut A.V., Grudtsyn Y.V., Panov N.A., Seleznev L.V., Liu W., Ionin A.A., Kosareva O.G. Balance of emission from THz sources in DC-biased and unbiased filaments in air //Optics Express. – 2021. – V. 29. – №. 25. – P. 40687-40698. – JIF = 3.4. / 0.75 п.л. / Вклад соискателя 50%.
- A4. Ризаев Г.Э., Мокроусова Д.В., Пушкарев Д.В., Шипило Д.Е., **Николаева И.А.**, Панов Н.А., Селезнев Л.В., Косарева О.Г., Ионин А.А. Нарушение осевой симметрии терагерцового излучения плазмы одноцветного филамента //Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 2022. – Т. 115. – №. 11. – С. 699-702. – IF = 0.624 (РИНЦ). / 0.19 п.л. / Вклад соискателя 30%.
- Перевод:* Rizaev G. E., Mokrousova D. V., Pushkarev D. V., Shipilo D. E., **Nikolaeva I. A.**, Panov N. A., Seleznev L. V., Kosareva O. G., Ionin A. A. Breaking of the axial symmetry of terahertz radiation from single-color filament plasma //JETP Letters. – 2022. – V. 115. – №. 11. – P. 657-659. – JIF = 1.1. / 0.19 п.л. / Вклад соискателя 30%.
- A5. Rizaev G.E., Seleznev L.V., **Nikolaeva I.A.**, Shipilo D.E., Panov N.A., Pushkarev D.V., Mokrousova D.V., Ionin A.A., Kosareva O.G. Observation

of conical emission from DC-biased filament at 10 THz //Optics Letters. – 2023. – V. 48. – №. 12. – P. 3147-3150. – JIF = 3.1. / 0.25 п.л. / Вклад соискателя 40%.

- A6. Mitina E., Uryupina D., **Nikolaeva I.**, Shipilo D., Panov N., Ushakov A., Volkov R., Kosareva O., Savel'ev A. Enhanced forward THz yield from the long DC-biased femtosecond filament //Optics & Laser Technology. – 2023. – V. 159. – P. 108949. – JIF = 4.6 / 0.5 п.л. / Вклад соискателя 25%.
- A7. **Nikolaeva I.A.**, Shipilo D.E., Panov N.A., Rizaev G.E., Pushkarev D.V., Mokrousova D.V., Seleznev L.V., Zhang N., Liu W., Ionin A.A., Kosareva O.G. Terahertz beam with radial or orthogonal to laser polarization from a single-color femtosecond filament //Optics Express. – 2023. – V. 31. – №. 25. – P. 41406-41419. – JIF = 3.4. / 0.87 п.л. / Вклад соискателя 50%.
- A8. **Nikolaeva I.A.**, Vrublevskaya N.R., Rizaev G.E., Pushkarev D.V., Mokrousova D.V., Shipilo D.E., Panov N.A., Seleznev L.V., Ionin A.A., Kosareva O.G., Savel'ev A.B. Terahertz ring beam independent on  $\omega-2\omega$  phase offset in the course of two-color femtosecond filamentation //Applied Physics Letters. – 2024. – V. 124. – №. 5. – P. 051105. – JIF = 3.5. / 0.4 п.л. / Вклад соискателя 40%.

### Цитируемая литература

1. Mankova A.A. et al. Terahertz time-domain and FTIR spectroscopic study of interaction of  $\alpha$ -chymotrypsin and protonated tris with 18-crown-6 //Chemical Physics Letters. – 2013. – V. 560. – P. 55-59.
2. Bergé L. et al. Terahertz spectroscopy from air plasmas created by two-color femtosecond laser pulses: The ALTESSE project //Europhysics Letters. – 2019. – V. 126. – №. 2. – P. 24001
3. Prost E. et al. Air-photonics based terahertz source and detection system //The European Physical Journal Special Topics. – 2023. – V. 232. – №. 13. – P. 2157.
4. Zhou B. et al. Non-linear conductivity response of graphene on thin-film pet characterized by transmission and reflection air-plasma THz-TDS //Sensors. – 2023. – V. 23. – №. 7. – P. 3669.
5. Yu Z. et al. 0.35% THz pulse conversion efficiency achieved by Ti: sapphire femtosecond laser filamentation in argon at 1 kHz repetition rate //Opto-Electronic Advances. – 2022. – V. 5. – №. 9. – P. 210065.
6. Mitrofanov A. V. et al. Ultraviolet-to-millimeter-band supercontinua driven by ultrashort mid-infrared laser pulses //Optica. – 2020. – V. 7. – №. 1. – P. 15-19.
7. Rizaev G. E. et al. Terahertz emission pattern from a single-color filament plasma //Optics Letters. – 2022. – V. 47. – №. 22. – P. 5917-5920.

8. Kolesik M., Moloney J. V. Nonlinear optical pulse propagation simulation: From Maxwell's to unidirectional equations // *Physical Review E*. – 2004. – V.70. – №3. – P.036604.
9. Andreeva V. A. et al. Ultrabroad terahertz spectrum generation from an air-based filament plasma // *Physical review letters*. – 2016. – V. 116. – №. 6. – P. 063902.
10. Liu W., Chin S. L. Direct measurement of the critical power of femtosecond Ti:Sapphire laser pulse in air // *Optics Express*. – 2005. – V. 13. – №. 15. – P. 5750.
11. Sprangle P. Et al. Ultrashort laser pulses and electromagnetic pulse generation in air and on dielectric surfaces // *Physical Review E*. – 2004. – V. 69. – №. 6. – P. 066415.
12. Thiele I. et al. Theory of terahertz emission from femtosecond-laser-induced microplasmas // *Physical Review E*. – 2016. – V. 94. – №. 6. – P. 063202.
13. Kim K. Y. et al. Terahertz emission from ultrafast ionizing air in symmetry-broken laser fields // *Optics express*. – 2007. – V. 15. – №. 8. – P. 4577-4584.
14. Solyankin P. M. et al. THz generation from laser-induced breakdown in pressurized molecular gases: on the way to terahertz remote sensing of the atmospheres of Mars and Venus // *New Journal of Physics*. – 2020. – V. 22. – №. 1. – P. 013039.
15. D'Amico C. et al. Conical forward THz emission from femtosecond-laser-beam filamentation in air // *Physical review letters*. – 2007. – V. 98. – №. 23. – P. 235002.
16. Панов Н. А. и др. Угловое распределение интенсивности терагерцовой эмиссии плазменного канала фемтосекундного филамента // *Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики*. – 2011. – Т. 93. – №. 11. – С. 715.
17. Shkurinov A. P. et al. Impact of the dipole contribution on the terahertz emission of air-based plasma induced by tightly focused femtosecond laser pulses // *Physical Review E*. – 2017. – V. 95. – №. 4. – P. 043209.
18. Akhmedzhanov R. A. et al. Plasma mechanisms of pulsed terahertz radiation generation // *Radiophysics and Quantum Electronics*. – 2009. – V. 52. – №. 7. – P. 482.
19. Stratton J. A., Chu L. J. Diffraction theory of electromagnetic waves // *Physical review*. – 1939. – V. 56. – №. 1. – P. 99.
20. Cook D. J., Hochstrasser R. M. Intense terahertz pulses by four-wave rectification in air // *Optics letters*. – 2000. – V. 25. – №. 16. – P. 1210-1212.
21. Kostin V. A. et al. Ionization-induced multiwave mixing: terahertz generation with two-color laser pulses of various frequency ratios // *Physical Review Letters*. – 2016. – V. 117. – №. 3. – P. 035003.
22. Vvedenskii N. V. et al. Two-color laser-plasma generation of terahertz radiation using a frequency-tunable half harmonic of a femtosecond pulse // *Physical Review Letters*. – 2014. – V. 112. – №. 5. – P. 055004.