

ОТЗЫВ официального оппонента
о диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук
Сташа Айдамира Хазретовича
на тему «Показатели колеблемости решений линейных
дифференциальных уравнений и систем»
по специальности 1.1.2 — «Дифференциальные уравнения и
математическая физика»

Диссертационная работа А.Х. Сташа относится к качественной теории дифференциальных уравнений и посвящена исследованию совершенно новых, введенных в рассмотрение И.Н. Сергеевым в 2006–2015 гг., характеристик (типа показателей Ляпунова) колеблемости и вращаемости решений дифференциальных уравнений и систем.

Показатели колеблемости решений линейных однородных систем тесно связаны с пересечениями этими решениями гиперплоскостей, проходящих через начало координат, т.е., фактически, с колеблемостью проекций этих решений на всевозможные прямые. Со времени выхода работ Ж. Штурма, А. Кнезера и до наших дней интерес математиков к проблематике колеблемости решений не угасает. Эти вопросы рассматривались в работах таких авторов, как В.А. Кондратьев, И.Т. Кигурадзе, Т.А. Чантурия, А.Н. Левин, Н.А. Изобов, Дж.Д. Мирзов, И.В. Асташова и многие другие. С другой стороны, исследуемые в работе характеристики колеблемости по своим свойствам весьма близки к показателям Ляпунова и другим асимптотическим характеристикам ляпуновского типа, играющим важную роль в современной теории устойчивости.

В связи с этим особенно интересной и актуальной представляется рассматриваемая в данной диссертации задача исследования различных показателей ляпуновского типа, отражающих колеблемость решений.

В диссертации получены следующие основные результаты.

1. На множестве решений автономных дифференциальных систем полностью описаны соотношения между всеми показателями колеблемости,

найлены их главные значения и спектры. Оказалось, что они напрямую зависят от корней соответствующего характеристического многочлена системы.

2. Доказано существование линейного дифференциального уравнения произвольного порядка выше второго, у которого спектры верхних сильных показателей колеблемости строгих и нестрогих знаков, нулей и корней совпадают с наперёд заданным произвольным суслинским множеством неотрицательной расширенной числовой полуоси, содержащим нуль. Таким образом показано все многообразие возможного поведения решений дифференциальных уравнений с точки зрения свойства колеблемости.

3. Установлено отсутствие свойства остаточности (т.е. инвариантности относительно изменения решения на любом конечном отрезке) сильных показателей колеблемости нестрогих знаков, нулей, корней и гиперкорней в пространстве решений линейных однородных дифференциальных уравнений выше второго порядка. Следует отметить, что данное свойство далеко не очевидно и не имеет аналогов для ляпуновских показателей, отвечающих за устойчивость линейных систем. Для доказательства отсутствия свойства остаточности указанных показателей автор диссертации предложил оригинальную технику построения соответствующих дифференциальных уравнений.

4. Установлена неинвариантность крайних (т.е. экстремальных верхних и нижних) показателей колеблемости на множестве дифференциальных систем относительно бесконечно малых возмущений и их разрывность в смысле равномерной на положительной полуоси топологией, и более того, они не являются полунепрерывными ни сверху, ни снизу.

5. Доказано существование двумерной нелинейной системы, у которых все решения бесконечно продолжимы вправо и любой из спектров их показателей колеблемости может совпадать как с отрезком $[0, 1]$, так и с любым наперёд заданным непустым подмножеством рациональных чисел этого отрезка, в то время как спектры линейной системы её первого приближения состоят только из одного числа. Таким образом, в диссертации не просто показано, что спектры показателей колеблемости линейной системы могут ме-

няться при нелинейном возмущении ее правой части, но показано, насколько сильно может быть это изменение. Более того, мощности спектров показателей исходной системы совпадают с соответствующими спектрами показателей колеблемости сужения построенной нелинейной двумерной системы на прямое произведение любой открытой окрестности нуля фазовой плоскости и временной полуоси.

Также необходимо отдельно отметить разработанный соискателем так называемый метод варьирования системы, с помощью которого ему удалось по исходным линейным однородным дифференциальным системам (или уравнениям) строить возмущенные системы, обладающие наперед заданными свойствами. Данная методика несомненно имеет как теоретическое, так и прикладное значение, например, при синтезе регулятора переменной структуры для обеспечения требуемого качества замкнутой системы автоматического управления. Благодаря этому методу автор получил важные результаты, касающиеся нестационарных уравнений и систем.

Все результаты, полученные в работе, являются новыми, имеют теоретический характер с возможным приложением. Все работы своевременно опубликованы и доложены на различных научных конференциях и семинарах. Текст диссертации написан достаточно подробно и ясно. Автореферат полно и правильно отражает содержание диссертации.

По тексту диссертации и автореферату имеется ряд незначительных замечаний, среди которых можно указать следующие.

1. В автореферате, на стр. 12, автор работы, приводя уточнения крайних показателей колеблемости систем, допустил ошибку, поскольку наименьшее и наибольшее значения спектров показателей не всегда достигаются.

2. В тексте диссертации отсутствуют четкие определения крайних показателей колеблемости (старших и младших показателей), о которых идет речь в четвертой главе работы.

3. В начале первой главы, на стр. 36, не совсем понятна фраза по поводу того, что сильный показатель колеблемости характеризует наименее ко-

леблемую координату вектора решений, поскольку если базис пространства решений зафиксирован, то это не всегда так.

4. В третьей главе, на стр. 110 в формулировке теоремы 3.2 появляется показатель θ , для которого в вышеизложенном тексте не приведено объяснения. Можно догадываться, что это обозначение использовано для всех возможных показателей ориентированной вращаемости.

5. Во многих формулировках теорем настоящей диссертации автор говорит о существовании дифференциального уравнения или системы с некоторыми свойствами их решений, однако, из доказательств данных теорем, учитывая используемую технику построения решений, следует, что таких уравнений или систем можно построить неограниченно много, о чем следовало бы сделать особое замечание в тексте диссертации.

Необходимо отметить, что эти замечания не влияют на справедливость и ценность результатов диссертации, а поэтому не меняют высокую оценку проделанной работы.

Из всего вышесказанного можно сделать вывод, что несомненно диссертация А.Х. Сташа является научным достижением в качественной теории дифференциальных уравнений, поскольку в ней решен ряд важных и трудных математических задач.

Диссертация отвечает всем требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В. Ломоносова к докторским диссертациям. Содержание диссертации соответствует специальности 1.1.2 — «Дифференциальные уравнения и математическая физика» (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1–2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова, а также оформлена согласно требованиям Положения о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени доктора наук Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова.

Всё перечисленное выше даёт основание считать, что соискатель Сташ Айдамир Хазретович заслуживает присуждения ученой степени доктора фи-

зико-математических наук по специальности 1.1.2 — «Дифференциальные уравнения и математическая физика».

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук,
профессор кафедры нелинейных динамических систем
и процессов управления

факультета вычислительной математики и кибернетики

ФГБОУ ВО «МГУ имени М.В. Ломоносова»

Фурсов Андрей Серафимович



«18» декабря 2024 г.

Контактные данные:

тел.:



Специальность, по которой официальным оппонентом защищена диссертация: 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Адрес места работы:

119991, г. Москва, Ленинские горы, д. 1, с. 52, ФГБОУ ВО «МГУ имени М.В. Ломоносова», факультет вычислительной математики и кибернетики, кафедра нелинейных динамических систем и процессов управления.

Тел.: 7 (495) 932-88-53; e-mail: nds@cs.msu.ru

Подпись сотрудника кафедры нелинейных динамических систем и процессов управления факультета вычислительной математики и кибернетики ФГБОУ ВО «МГУ имени М.В. Ломоносова» А.С. Фурсова удостоверяю:

