

Отзыв официального оппонента
на диссертацию на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук Хрыстика Михаила Андреевича
на тему «Длины групповых алгебр»
по специальности 1.1.5 «Математическая логика,
алгебра, теория чисел и дискретная математика»

Диссертационная работа посвящена длинам групповых алгебр. В общей формулировке проблема вычисления длины впервые была сформулирована А. Пазом в 1984 году для полной матричной алгебры над полем и до сих пор является открытой. Сложность вычисления длин обусловлена необходимостью рассмотрения всех систем порождающих алгебры. Важнейшим примером ассоциативных алгебр наряду с матричными алгебрами являются групповые алгебры. Задачи вычисления длин матричных и групповых алгебр тесно связаны между собой, поскольку последние имеют матричные представления, что неоднократно демонстрируется в диссертации.

В работе 1997 г. Папачена впервые продемонстрировал связь длины произвольной ассоциативной алгебры и двух других ее числовых характеристик: размерности и максимальной степени минимального многочлена элементов алгебры. В диссертации подобные связи активно изучаются и используются для построения оценок значений длины.

Диссертация состоит из введения, четырех глав, разбитых на параграфы, заключения, списка литературы и списка публикаций автора, включающего 41 наименование. Общий объем работы: 66 страниц.

В первой главе вводятся все основные понятия и обозначения, используемые в диссертации. Рассматривается история возникновения понятия длины алгебры, формулируется гипотеза Пазы. Приводится обзор продвижений в направлении доказательства гипотезы. Описываются результаты исследований длин групповых алгебр.

Во второй главе рассматриваются групповые алгебры конечных абелевых групп. Приводятся известные результаты о длинах этих алгебр. Полупростой и модулярные случаи рассматриваются отдельно. С помощью вычисления максимальной степени минимального многочлена элемента алгебры вычисляется длина групповой алгебры прямого произведения циклической группы и циклической p -группы над полем характеристики p .

Третья глава посвящена групповым алгебрам диэдральных групп. Основным результатом главы является теорема о том, что длина групповой алгебры группы диэдра порядка $2n$ в полупростом случае равна n . Для вычисления длины групповая алгебра представляется в виде

прямой суммы матричных алгебр с помощью теоремы Машке. В ходе доказательства основного результата получено несколько результатов о длине матричных алгебр, в частности, доказано, что длина прямой суммы n полных матричных алгебр порядка 2 над полем мощности хотя бы n равна $2n$.

В четвёртой главе рассматриваются длины групповых алгебр всех групп, порядок которых не превышает 9 над произвольными полями. Вычисляются длины групповых алгебр в случаях, которые не покрываются общими теоремами из двух предыдущих глав, в частности, с помощью вычисления максимальной степени минимального многочлена элементов алгебры доказывается, что длина групповой алгебры диэдральной группы порядка 8 над полем характеристики 2 равна четырём.

Все результаты диссертации являются новыми и снабжены строгими доказательствами. Текст диссертации тщательно оформлен, грамотен и выдержан в научном стиле. Доказательства многочисленных утверждений, лемм и теорем используют различные алгебраические и комбинаторные методы и, зачастую, нетривиальны и интересны сами по себе.

Отметим отдельные недостатки работы:

1. В доказательстве теоремы 4.1.8 на стр. 48 используется обозначение $C_n(F)$, которое не вводилось ранее.
2. В теореме 2.4.1 на стр. 28 и теореме 4.2.2 на стр. 58 не указан номер теоремы в источнике, на который ссылается автор.
3. Во введении для обозначения разделов глав используется слово «раздел», а в тексте диссертации они называются «секциями».
4. Понятие эквивалентности слов, введённое на стр. 35, повторно вводится на стр. 41 в несколько ином виде.

Вместе с тем, указанные замечания не умаляют значимости диссертационного исследования. Диссертация М.А. Хрыстика представляет собой законченную и цельную научно-исследовательскую работу в актуальном направлении современной алгебры. Все основные результаты диссертации опубликованы в 5 работах, в том числе в 4 работах в журналах, включенных в перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий ВАК и индексируемых в реферативных базах данных Scopus и/или Web of Science, что подтверждает их высокий уровень и достоверность. Они также прошли апробацию на 3 международных научных конференциях. Автореферат верно и полно отражает основные результаты диссертационной работы.

Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В.Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации

соответствует специальности 1.1.5 «Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика» (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова, а также оформлена согласно требованиям Положения о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова.

Таким образом, соискатель Хрыстик Михаил Андреевич заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.5 «Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика».

Официальный оппонент:

Доктор физико-математических наук,
профессор, профессор кафедры высшей
математики ФГБОУ ВО «Национальный
исследовательский университет «МЭИ»

Туганбаев Аскар Аканович

Контактные данные:

Тел.: +7 (495) 362-78-74, E-mail.: tuganbaev@mpei.ru

Специальность, по которой официальным оппонентом
защищена диссертация: 01.01.06 — «Математическая логика, алгебра и теория чисел»
Адрес места работы: 111250, Москва, ул. Красноказарменная, д. 14
ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский университет «МЭИ»,
кафедра высшей математики

Тел.: +7 (495) 362-78-74, E-mail.: tuganbaev@mpei.ru

Подпись А.А.Туганбаева подтверждаю:

Подпись _____
удостоверяю
начальник управления по
работе с персоналом

