

ОТЗЫВ НАУЧНОГО КОНСУЛЬТАНТА

на диссертацию **Цупака Алексея Александровича**

«Интегральные уравнения и численный метод решения задач дифракции на системе тел и экранов»,
представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.6 – «Вычислительная математика»

Цупак А.А. в 2000 году окончил Пензенский государственный университет по специальности «Прикладная математика», в 2004 году защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.07 – «Вычислительная математика» в диссертационном совете МГУ им. М.В. Ломоносова. В 2013-2016 годах проходил обучение в очной докторантуре Пензенского государственного университета. С 2004 года и по настоящее время Цупак А.А. работает в Пензенском государственном университете на кафедре «Математика и суперкомпьютерное моделирование» в должности доцента.

Представленная диссертация посвящена теоретическому обоснованию проекционного метода (метода Галеркина) для приближенного решения систем скалярных и векторных интегро-дифференциальных уравнений на двух- и трехмерных многообразиях с краем. Такие системы интегро-дифференциальных уравнений возникают в задачах дифракции электромагнитных волн на объемных неоднородных диэлектрических телах, частично экранированных бесконечно тонкими идеально проводящими экранами.

Актуальность проведенного исследования обусловлена прежде всего отсутствием теоретических результатов о разрешимости таких задач дифракции, находящих применение, например, в радиолокации, при моделировании и разработке СВЧ-устройств. Математическая теория дифракции является хорошо развитой для случаев, когда рассеивателем

электромагнитной волны является только диэлектрическое тело или только экран. В диссертации Цупака А.А. рассматриваются задачи, в которых рассеиватель состоит из тела и экрана, причем экран может не пересекаться с телом или лежать на его поверхности. В последнем случае приходится рассматривать новый класс краевых задач, в которых на одной части границы тела ставятся условия сопряжения, а на другой – граничные условия на экране. В работе впервые предложена квазиклассическая постановка таких задач дифракции и проведено их теоретическое исследование.

Второй аспект, обуславливающий актуальность работы, связан с необходимостью определения базисных функций в методе Галеркина так, чтобы удовлетворялось условие аппроксимации в пространстве решений интегро-дифференциальных уравнений. Определение таких базисных функций на неплоских экранах и доказательство для них свойства аппроксимации – еще одна актуальная проблема, рассмотренная в диссертации.

Основными положениями диссертации являются следующие результаты:

1. Доказаны теоремы о сходимости метода Галеркина для решения систем интегро-дифференциальных уравнений на ограниченных многообразиях с краем размерности 2 и 3, возникающих в задачах дифракции на частично экранированных телах и системах тел и экранов. С целью обоснования метода Галеркина проведено аналитическое исследование векторных и скалярных задач дифракции. Предложена строгая математическая (квазиклассическая) постановка задач дифракции. Доказана единственность решения краевых задач для системы уравнений Максвелла и уравнения Гельмгольца в случае диэлектрической проницаемости с разрывом на границе области неоднородности. Краевые задачи дифракции сведены к системам интегро-дифференциальных уравнений по ограниченным многообразиям размерности 2 и 3 с краем, причем двумерное многообразие может принадлежать краю трехмерного многообразия или не пересекаться с ним. Доказаны теоремы о гладкости решений интегро-дифференциальных с гладкой правой частью. Доказаны теоремы об эквивалентности краевых задач и систем интегро-дифференциальных уравнений. Доказаны теоремы о непрерывной обратимости и эллиптичности матричных операторов систем интегро-дифференциальных

уравнений в выбранных пространствах Соболева на многообразиях с краем при некоторых ограничениях на диэлектрические свойства рассеивателей и среды. На многообразиях с краем размерности 2 и 3 (в том числе – на неплоских гладких параметрически заданных поверхностях) введены скалярные и векторные базисные функции. Доказано, что введенные базисные функции удовлетворяют условию аппроксимации в пространствах Соболева (в векторных задачах дифракции это пространства сечений векторных расслоений на многообразиях с краем). Доказаны теоремы о сходимости метода Галеркина для систем интегро-дифференциальных уравнений.

2. Предложен алгоритм реализации метода Галеркина в рассматриваемых задачах. Описан алгоритм построения расчетных сеток и определения конкретных скалярных и векторных базисных функций для широкого класса тел и (в общем случае неплоских) экранов. Показано, что выбранные на криволинейных экранах базисные функции действительно удовлетворяют условию аппроксимации. Получены формулы для определения матричных элементов в системах линейных алгебраических уравнений, возникающих при решении задач дифракции методом Галеркина. Показано, что при решении задач дифракции на частично экранированном теле методом Галеркина не требуется согласованности расчетных сеток на многообразиях различной размерности. Показано, что метод Галеркина является сходящимся и допускает эффективную параллельную реализацию на многопроцессорных вычислительных системах.

По материалам диссертационной работы Цупака А.А. опубликовано 22 работы в изданиях из перечня ВАК, из них 8 работ без соавторов, 12 работ индексируются в базах данных Web of Science и Scopus, 1 монография, прошедшая рецензирование. Общее число работ по теме диссертации – 37. Основные результаты были представлены на международных научных конференциях. Результаты, полученные в диссертации, использованы при выполнении следующих проектов, где Цупак А.А. являлся исполнителем: гранты РФФИ (проекты № 18-01-00219 А, № 21-57-53001 ГФЕН_а), РНФ (№ 14-11-00344, 2014-2016; № 20-11-20087, 2020-2024), ФЦП (проект №2.1.1/10252 аналитической ведомственной целевой программы «Развитие научного

потенциала высшей школы (2009-2010)», проект № 2.1.1/1647 аналитической ведомственной целевой программы «Развитие научного потенциала высшей школы (2009-2010), Министерства науки и высшего образования РФ (проект № 1.2.10, 2011-2013; соглашение № 1.894.2017/4.6, 2017-2019; № 124020200015-7, с 2024).

Считаю, что диссертация Цупака Алексея Александровича «Интегральные уравнения и численный метод решения задач дифракции на системе тел и экранов» является законченной научно-квалификационной работой, соответствующей паспорту специальности 1.1.6 «Вычислительная математика» и удовлетворяющей всем требованиям, установленным Федеральным законом от 23.08.1996 № 127-ФЗ «О науке и государственной научно-технической политике» и Положением о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова, предъявляемым к докторским диссертациям. Рекомендую присудить ее автору – Цупаку Алексею Александровичу – ученую степень доктора физико-математических наук по специальности 1.1.6 «Вычислительная математика».

Доктор физико-математических наук,
профессор, заведующий кафедрой
«Математика и суперкомпьютерное моделирование»
ФГБОУ ВО ПГУ

Ю.Г. Смирнов

Подпись Ю.Г. Смирнова удостоверяю
ученый секретарь ученого совета Ф

О.С. Дорофеева

14 мая 2024

