

О Т З Ы В

официального оппонента о диссертации

Хрыстика Михаила Андреевича

“Длины групповых алгебр”,

представленной на соискание учёной степени

кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.5 “Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика”

Диссертация Хрыстика М.А. посвящена интересным вопросам теории ассоциативных колец – длинам конечномерных ассоциативных алгебр над полем. Длина $l(A)$ алгебры A является некоторой числовой характеристикой этой алгебры, показывающей, какой длины слова от множества образующих порождают всю алгебру. В этом направлении теории колец работает ряд математиков нашей страны и зарубежья. Автор диссертации является членом коллектива исследователей, работающих совместно, роль этого коллектива в развитии теории весьма существенна. Актуальность исследований в данном направлении не вызывает сомнений, так как знание систем образующих алгебр и свойств этих систем проясняет строение самой алгебры.

Хрыстиком М.А. получены существенные результаты в теории длин ассоциативных алгебр, а именно, вычислены длины групповых алгебр некоторых конечных групп.

Диссертация содержит введение и заключение, 4 главы и список литературы.

Введение и первая глава диссертации содержат краткий, но довольно содержательный исторический обзор развития теории длин конечномерных ассоциативных алгебр.

Вторая глава посвящена длинам групповых алгебр конечных абелевых групп. Полупростой случай – когда характеристика поля не делит порядок группы – разбирается легче, чем модулярный случай. Автором найдено точное значение длины групповой алгебры группы $C(p^k)$ и $C(p^l)$ и $C(q)$ над полем характеристики $p > 0$, где $C(t)$ – циклическая группа порядка t , а $q \nmid p$. Затем автор доказывает аналогичную формулу для совершенного поля характеристики p порядка i q , однако, вместо циклической группы $C(q)$ взята любая абелева группа порядка q .

В третьей главе автором доказана теорема, утверждающая, что $l(M_2(F) \oplus M_2(F)) = 4$, где l – длина, а $M_2(F)$ – алгебра матриц 2×2 над полем F , без какого-либо ограничения на поле. Далее, автор доказывает ряд утверждений о длинах алгебр, являющихся прямыми суммами алгебр матриц и алгебр диагональных матриц, прямой суммой произвольной алгебры и алгебры матриц. Основным результатом является формула $l(FD_n) = n$, где D_n – группа диэдра, а F – поле, характеристика которого не делит $2n$. Кроме того, в этой главе вычислены длины групповых алгебр группы кватернионов и группы диэдра порядка 8 над алгебраически замкнутым полем характеристики, не равной 2.

В четвёртой главе вычислены длины групповых алгебр всех групп порядка, не превышающего 10, над любым полем, значения длин зависят от порядка поля и его характеристики. Кроме того, в четвёртой главе автор получил альтернативное доказательство известного факта о том, что групповая алгебра абелевой группы G над полем характеристики 0 имеет длину, равную $|G| - 1$.

Все утверждения работы снабжены убедительными доказательствами или ссылками. Результаты диссертации являются новыми, получены автором самостоятельно, в работах с соавторами автор отмечает, что сделано им самим. При доказательстве автором ис-

пользовались различные алгебраические и комбинаторные методы, в основном, методы линейной алгебры и теории представлений групп.

Автореферат диссертации правильно и полно отражает её содержание.

Отмечу некоторые недостатки работы. Теорема 2.5.1 почему-то названа обобщением теорем 2.3.4 и 2.4.3. Некоторые доказательства, скажем, доказательство леммы 3.2.8, следовало бы изложить подробнее. На с. 40, 11-я строка вместо «1, 2 или 3 элемента» следовало написать «1, 2, 3 или 4» элемента. На с. 37 имеется несколько слов, не переведённых на русский язык.

Указанные недостатки не изменяют общего положительного впечатления о работе. Считаю, что работа имеет большое научное значение и вносит существенный вклад в теорию ассоциативных колец. Автор работы Хрыстик М.А. является признанным специалистом в указанной области. Результаты диссертации могут быть использованы в спецкурсах по алгебре, читаемых в МГУ, НГУ, Казанском и Уральском федеральных университетах, а также быть полезны специалистам научно-исследовательских математических институтов.

Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В.Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует специальности 1.1.5 «Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика» (по физико-математическим наукам), а также критериям, определённым пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении учёных степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова, а также оформлена согласно требованиям Положения о совете по защите диссертаций на соискание учёной степени кандидата наук, на соискание учёной степени доктора наук Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова. Считаю, что автор диссертации «Длины групповых алгебр» Хрыстик Михаил Андреевич заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.5 «Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика».

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук,
профессор кафедры высшей математики № 1
ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский
университет «Московский институт электронной техники»»
Кожухов Игорь Борисович

Специальность, по которой официальным оппонентом защищена диссертация:

01.01.06 — «Математическая логика, алгебра и теория чисел»

Адрес места работы: 124498, г. Москва, г. Зеленоград, Шокина площадь, дом 1
ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский университет «Московский институт электронной техники»», кафедра высшей математики № 1
Тел.: 8 (499) 720-87-38, e-mail.: hm1@miec.ru

2 мая 2024 года

Подпись Кожухова И.Б. удостоверяю

Проректор МИЭТ по научной работе
д.т.н. профессор

С.А.Гаврилов