

## ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию  
Ворушилова Константина Сергеевича

"Инварианты Жордана–Кронекера конечномерных алгебр Ли" ,

представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.3 (01.01.04 – "геометрия и топология")

Диссертация К.С. Ворушилова, посвящена вопросам, находящимся на стыке теории интегрируемых систем и теории групп и алгебр Ли, и возникшим при изучении свойств согласованных пуассоновых структур на алгебрах Ли.

Диссертация носит теоретический характер, она состоит из введения и пяти глав. Первая глава носит вспомогательный характер и содержит основные определения и факты, относящиеся к интегрируемым по Лиувиллю гамильтоновым системам на алгебрах Ли, а также к теории канонического вида Жордана-Кронекера пары кососимметричных билинейных форм, заданных на конечномерном комплексном векторном пространстве.

Вторая и третья глава посвящена вычислению инвариантов Жордана-Кронекера полупрямых сумм алгебр Ли вида  $\mathfrak{g} + (\mathbb{R}^n)^k$ , где в качестве  $\mathfrak{g}$  рассматриваются алгебры Ли из списка  $so(n)$ ,  $sp(n)$ ,  $sl(n)$ ,  $gl(n)$ , для некоторых таких алгебр Ли автору удалось построить наборы полиномиальных функций в биинволюции.

В главе 4 вычисляются инварианты Жордана-Кронекера для борелевских подалгебр  $Bso(n)$  и  $Bsp(n)$ . Для алгебр Ли серии  $Bsp(n)$  приведены полные наборы полиномиальных функций в биинволюции.

Таким образом, вторая, третья и четвертая главы диссертации связаны между собой и по методам и по решаемым задачам. Пятая же глава, с моей точки зрения, стоит каком-то смысле особняком – она фактически целиком состоит из большой таблицы, в которую сведены полные наборы полиномиальных функций в биинволюции для семимерных нильпотентных алгебр Ли из известного классификационного списка Гонга.

В диссертации много технических деталей, сам текст довольно объемён. В такой ситуации хочется выделить стратегические направления исследования.



Для меня, субъективно, таким направлением является продвижение в сторону доказательства (или опровержения) т.н. обобщенной гипотезы Мищенко-Фоменко – проблемы построения биинтегрируемой системы с полиномиальными интегралами на произвольной конечномерной алгебре Ли. Автор несомненно проделал большой труд и, если так можно сказать, добавил аргументов в пользу положительного ее решения. О других направлениях мы поговорим в следующих абзацах.

Отметим некоторые недочеты диссертации (мы оставим в стороне многочисленные опечатки, которые автор сам же и обнаружил в своем тексте уже после представления в Совет своей работы). Я отмечу недочеты в логическом построении изложения в некоторых местах работы, например, на стр. 13 доказывается утверждение 3, в котором фигурирует характеристический многочлен пучка кососимметрических форм, а его определение в предшествующем тексте отсутствует. В определении 1 инвариантов Жордана-Кронекера стоило бы избежать многословия и сразу их определить. В определении аннулятора, индекса и сингулярного множества на стр. 15 стоило бы уточнить – а аннулятор чего определяется, сингулярное множество для какого объекта? Также я бы на месте автора не назвал бы теоремой результат компьютерной проверки списка Гонга семимерных нильпотентных алгебр Ли из пятой главы. Дело в том, что хотя данная классификация себя и неплохо зарекомендовала среди специалистов, считать ее полностью проверенной мы не можем, хотя бы из формальных соображений, ведь до сих пор она не появилась в виде публикации в рецензируемом журнале. Я бы ограничился более надежной формулировкой, например такой: "обобщенная гипотеза Мищенко-Фоменко выполняется для всех алгебр Ли из списка Гонга". В конце этого абзаца хочется заметить, что, как и всякий большой текст, диссертация К.С. Ворущилова не свободна от опечаток и недостатков в изложении материала, но эти обстоятельства не влияют серьезно на качество и содержание диссертации в целом.

Необходимо отметить большой объем работы, выполненный автором. Можно выделить две основных группы результатов диссертации: первая – это вычисление инвариантов Жордана-Кронекера для разнообразных классов алгебр Ли, вторая группа результатов – это разнообразное по технике построение полных наборов полиномов в биинволюции для некоторых классов алгебр

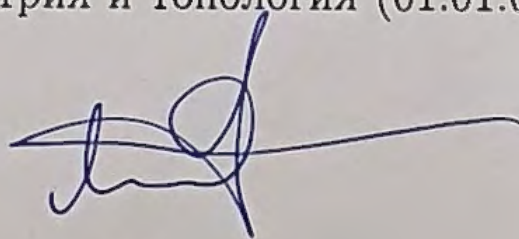


Ли, в том числе для семимерных нильпотентных алгебр Ли. Подробное и аккуратное изучение классификации Гонга по новым углом ее применения – это также весьма полезный результат.

Все основные результаты диссертации, выносимые на защиту, являются новыми, получены автором самостоятельно и снабжены подробными доказательствами. Результаты диссертации несомненно найдут применения в исследованиях ведущих научных центрах по математике, таких, как МИАН им. В.А. Стеклова РАН, МГУ им. М.В. Ломоносова, СПбГУ, НГУ и др.

Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации. Основные положения диссертации содержатся в четырех опубликованных работах автора в математических журналах, входящих в международные базы данных Scopus и Web of Science, а также и в RSCI. Полученные в диссертации результаты докладывались автором на многих международных и всероссийских конференциях.

Считаю, что диссертационная работа Ворушилова Константина Сергеевича «Инварианты Жордана-Кронекера конечномерных алгебр Ли» соответствует всем критериям, определенным пп. 2.1.-2.5. "Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова и оформлена согласно приложениям NN 5,6 "Положения о диссертационном совете Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова", а ее автор, Ворушилов Константин Сергеевич, заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.3 "геометрия и топология (01.01.04 – "геометрия и топология").



8 сентября 2022 г.

Д.В. Миллионщиков,  
доктор физико-математических наук,  
профессор кафедры высшей геометрии и топологии,  
механико-математического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова  
тел.: (+7-495)-939-37-98  
e-mail: dmitry.millionschikov@math.msu.ru

Подпись Д.В. Миллионщикова  
Декан мех-мат-ф-фа



И.И. Шафеев