

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА
МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

На правах рукописи

Гареев Линар Рафаилович

**Исследование механизмов нарастания возмущений в
струйном течении**

Специальность 1.1.9 — «Механика жидкости, газа и плазмы»

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель
д.ф.-м.н., проф. В.В. Веденеев

Москва — 2024

Оглавление

Введение	4
1 Обзор литературы	13
1.1 Обзор работ, посвящённых анализу устойчивости струйных течений	14
1.2 Обзор работ, посвящённых немодальному анализу устойчивости сдвиговых течений	22
2 Экспериментальная установка и применяемые измеритель- ные методы	28
2.1 Исследуемое струйное затопленное течение с длинным ламинарным участком	28
2.2 Используемые устройства и методы обработки полу- ченных данных	34
3 Экспериментальная валидация невязкой теории линейной устойчивости в применение к осесимметричной струе	39
3.1 Теоретическое исследование собственных мод	39
3.2 Экспериментальное исследование развития гармонич- еских возмущений	45
3.3 Результаты экспериментов и сравнение с результатами линейной теории	53
3.4 Выводы по третьей главе	59
4 Идентификация немодального механизма роста возмущений в струйном течении	61
4.1 Теоретический анализ оптимально растущих возму- щений рассматриваемого струйного течения	61
4.2 Экспериментальный метод внесения стационарных возмущений	73

4.3	Результаты экспериментов	75
4.4	Количественное сравнение роста возмущения, полученного в эксперименте, и оптимального	92
4.5	Выводы по четвертой главе	97
	Заключение	99
	Литература	101

Введение

Актуальность темы

Затопленные струйные течения широко применяются в различных технологических процессах: в горении, перемешивании, распылении и т.д. Устойчивость таких течений и условия, при которых осуществляется переход к турбулентности, определяют эффективность этих процессов. Известно, что ламинарные струи быстро разрушаются из-за низкого критического числа Рейнольдса, что, как правило, ограничивает длину их ламинарного участка до 1-2 диаметров выходного сечения. Это усложняет детальное экспериментальное изучение механизмов роста возмущений и последующего перехода к турбулентности в них.

В НИИ механики МГУ недавно была предложена новая методика создания затопленных струй с длинным ламинарным участком [116]. Экспериментальная установка обеспечивает затопленную воздушную струю диаметром $D = 0.12$ м при числах Рейнольдса вплоть до 12 500 и длиной ламинарного участка до $5.5D$. Такие параметры течения создают отличные условия для экспериментального исследования развития малых контролируемых возмущений в ламинарной струе.

Множественные экспериментальные работы научных коллективов за последние 60 лет (Власов Е.В. и Гиневский А.С. [8], S.C. Crow [60], K.B.M.Q. Zaman [115], J. Cohen [59], R.A. Petersen [94], I. Wygnanski [93], Козлов В.В. [80] и др.) показали, что линейная теория устойчивости в применении к струйным течениям даёт удовлетворительные прогнозы лишь некоторых параметров возмущений, нарастающих в таких течениях. Наибольший успех в этом плане был достигнут в подтверждении частоты (числа Струхаля) наиболее быстро растущего возмущения, однако инкременты роста, в свою очередь, отличались на порядок от теоретических. Основной проблемой проведения экспериментальных исследований подобного рода является очень малый начальный ламинарный участок при достаточно больших диаметрах сопел ($\sim 0.05 - 0.1$ м), а в струи малого диаметра (микроструи), внесение и отслеживание контролируемых возмущений крайне затрудни-

тельно, хотя их ламинарный участок может достигать 10 и более диаметров сопла.

В отличие от ламинарных струйных течений, пристенные течения достаточно хорошо изучены в многочисленных работах научного коллектива Качанова Ю.С., Козлова В.В., Бойко А.В. из ИТПМ СО РАН [36, 39, 52, 77] и в работах Alfredsson P.H. и Fransson J.H.M. из КТН [64, 86], а также в других коллективах. Проведены множественные эксперименты в малозумных трубах по исследованию развития волн Толмина-Шлихтинга, изучены особенности модального механизма развития возмущений. Также было показано экспериментально, что при достаточно высоком уровне внешней турбулентности в пограничных слоях переход к турбулентности осуществляется по «bypass» сценарию с образованием продольных вихревых структур («streaks»).

Плодотворные результаты в области линейного анализа развития возмущений в пограничных слоях подталкивали экспериментаторов и теоретиков использовать те же подходы в применении к струйным течениям. Но, несмотря на теоретические предсказания немодального роста в затопленных струях [54], до сих пор не было экспериментов, в которых этот механизм был бы однозначно идентифицирован. Роль немодального роста в переходе к турбулентности в струях также остаётся неясной.

Таким образом, в связи с рядом открытых вопросов высока актуальность проведения тщательных экспериментов по изучению развития разных типов возмущений в струях. Помимо фундаментального интереса, результаты таких исследований могут использоваться для построения эффективных, научно обоснованных законов управления струями для ускорения или, наоборот, замедления перехода в них.

Степень разработанности темы подробно проанализирована в главе 1.

Цель и задачи работы

1. Экспериментальное исследование развития собственных мод струи, возбуждаемых вносимыми гармоническими возмущениями малой амплитуды различной частоты.

2. Изучение влияния вносимых трехмерных стационарных возмущений с разными азимутальными числами различной амплитуды на структуру ламинарного течения и на особенности перехода к турбулентности.
3. Измерение и анализ характеристик полученных возмущений и их сравнение с предсказаниями линейной теории устойчивости в применении к рассматриваемому экспериментальному струйному течению.

Новизна работы

В данной работе проводится измерение характеристик растущих возмущений в струе с длинным ламинарным участком при числе Рейнольдса ~ 5000 , что не было ранее проведено в литературе. К тому же рассматриваемое течение имеет неклассический профиль скорости с тремя точками перегибами и двумя модами неустойчивости, сконцентрированными достаточно удаленно друг от друга. Поочередное усиление и экспериментальный анализ этих двух мод — более сложная задача валидации линейной теории устойчивости по сравнению с классическими профилями струй. В данном исследовании впервые продемонстрировано количественное согласие всех характеристик развивающихся возмущений с расчетом собственных мод течения.

Ненаблюдаемый ранее немодальный механизм развития возмущений в струйных течениях впервые экспериментально инициируется в представленном исследовании. Разработана новая технология создания тонкостенных волнообразных конструкций, благодаря которой удастся изменять характеристики вносимых стационарных возмущений. Развитие таких возмущений отслеживается при помощи визуализационных и измерительных методов и анализируется с использованием разработанных компьютерных методов обработки. Благодаря развитию внесенных таким способом возмущений впервые наблюдался новый сценарий перехода к турбулентности в струе, не связанный с развитием волн Кельвина-Гельмгольца.

Теоретическая и практическая значимость работы

С точки зрения фундаментальной науки, перечисленные задачи являются новыми. Количественная валидация модального анализа устойчивости и инициализация немодальных механизмов вносят значительный вклад в развитие теории гидродинамической устойчивости, особенно в контексте их применения к затопленным струям. Практическая значимость и актуальность экспериментов заключается прежде всего в том, что детальное понимание механизмов перехода к турбулентности в затопленных струях может послужить основой для разработки методов управления ламинарно-турбулентным переходом — как для его затягивания, так и для ускорения. Затягивание перехода может быть важно для создания длинных ламинарных струй, используемых для формирования локальных чистых зон в производственных и лабораторных условиях. Такая чистая зона создаётся струёй фильтрованного воздуха и не требует использования непроницаемых стенок, как в случае с обычными «ламинарными боксами». Локальные чистые зоны могут применяться в высокоточных производствах электроники и оптики, а также в фармацевтических, химических и микробиологических лабораториях, пищевой промышленности и медицине. Ускорение турбулизации, напротив, полезно в ситуациях, где необходимо интенсивное перемешивание, как, например, в форсунках камер сгорания авиационных двигателей и энергетических установок. Таким образом, полученные результаты могут быть полезны для создания научных основ разработки новых инновационных технологий и устройств, основанных на управлении линейными механизмами ламинарно-турбулентного перехода в струях.

Методология и методы исследования

Для возбуждения наиболее быстро растущих собственных мод рассматриваемого течения в эксперименте поочередно вносились контролируемые возмущения при помощи колебания тонких металлических колец двух диаметров, соответствующих концентрациям амплитуды собственных мод течения. Для инициализации стационарных возмущений, по структуре схожих с рассчитанными оптимальными возмущениями, разработана техноло-

гия создания тонких волнообразных конструкций. Такая технология была реализована при помощи CAD моделирования и 3D печати из PLA пластика. Для получения экспериментальных данных использовались современные методы измерений: термоанемометрия, PIV измерения и визуализация течения лазерным ножом. Во многих экспериментах применялась автоматическая обработка данных с фильтрацией спектра полученных возмущений около исследуемых частот. Для составления и последующей обработки корреляционных картин, а также компьютерной обработки кадров после визуализации применялись разработанные программные модули.

Положения, выносимые на защиту

1. Линейная теория устойчивости количественно верно описывает начальное развитие малых возмущений в струйных течениях. Длины волн, инкременты роста и радиальные распределения пульсаций скорости растущих возмущений находятся в хорошем согласии с теоретическими значениями.
2. Разработана и протестирована технология создания тонких пластиковых конструкций, создающих возмущения, растущие в соответствии с немодальным механизмом роста, с возможностью широкой вариации заданных параметров, таких как азимутальное число вихрей поперечной скорости, амплитуда таких вихрей и диаметр их расположения.
3. Впервые выявлен немодальный механизм развития возмущений в струйном течении.
4. Переход к турбулентности при инициации немодально растущих возмущений происходит по «обходному» сценарию, при котором отсутствует рост волн Кельвина-Гельмгольца, но наблюдается искажение поперечного сечения струи и появление грибовидных структур поперечной скорости.

Степень достоверности и апробация результатов

Достоверность результатов работы обусловлена использованием классических методов исследования в аэрогидродинамическом эксперименте; хоро-

шей повторяемостью полученных результатов; использованием откалиброванных и настроенных измерительных приборов с тщательной оценкой их погрешности и применения проверенных экспериментальных техник; согласием расчетов линейной теории устойчивости и эксперимента.

Основные результаты докладывались и обсуждались на следующих семинарах и конференциях:

- 1) Семинар по механике сплошных сред под руководством академика РАН А.Г. Куликовского, профессора В.П. Карликова, профессора А.Н. Осипцова, член-корр. РАН А.А. Афанасьева и профессора Н.В. Никитина.
- 2) Конференция-конкурс молодых учёных НИИ механики МГУ (Москва, 2019, 2020, 2021, 2022, 2023).
- 3) XIV, XV и XVII Всероссийская школа-конференция молодых ученых «Проблемы механики: теория, эксперимент и новые технологии» (Новосибирск – Шерегеш, 2020, 2021, 2023).
- 4) Всероссийские конференции молодых учёных-механиков «YSM» (Сочи, 2020, 2021, 2023, 2024).
- 5) Конференции «Ломоносовские чтения» (Москва, 2020, 2021, 2023, 2024).
- 6) 8th International Conference of Fluid Flow, Heat and Mass Transfer «FFHMT» (Онлайн, Канада, 2021).
- 7) 25th International Congress of Theoretical and Applied Mechanics «ICTAM» (Онлайн, Италия, 2021).
- 8) 72nd International Astronautical Congress «IAC» (Дубай, ОАЭ, 2021).
- 9) XXVI Всероссийский семинар с международным участием по струйным, отрывным и нестационарным течениям (Санкт-Петербург, 2022).
- 10) European Drag Reduction and Flow Control Meeting «EDRFCM» (Париж, Франция, 2022).
- 11) XXIII Зимняя школа по механике сплошных сред (Пермь, 2023).
- 12) 93rd Annual Meeting of the International Association of Applied Mathematics and Mechanics «GAMM» (Дрезден, Германия, 2023).
- 13) XIII Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике (Санкт-Петербург, 2023).
- 14) The 6th symposium on fluid-structure-sound interaction and control «FSSIC» (Пусан, Республика Корея, 2023).

- 15) XX Научно-техническая конференция по аэроакустике (Суздаль, 2023).
- 16) XXV международная конференция «Нелинейные задачи теории гидродинамической устойчивости и турбулентность» (Звенигород, 2024).
- 17) 10th International Symposium on Fluid-Structure Interactions, Flow-Sound Interactions, Flow-Induced Vibration & Noise «FIV: FSI² & FIV + N» (Фос-ду-Игуасу, Бразилия, 2024).
- 18) 26th International Congress of Theoretical and Applied Mechanics «ИСТАМ» (Тэгу, Республика Корея, 2024).

Результаты диссертации опубликованы в пяти статьях в изданиях, индексируемых в базах данных Web of Science, Scopus [2, 9, 30, 68, 72], а также в работах [4–7, 10–16, 18–27, 31–34, 46, 65–67, 69, 117].

Личный вклад автора

Соискатель лично принимал участие в модернизации и подготовке экспериментальной установки и во всех описанных в диссертации экспериментальных работах, большинство из которых проводил самостоятельно. Большая часть экспериментальных данных была обработана и проанализирована самостоятельно соискателем. Научному руководителю принадлежат постановки линейных задач устойчивости струйного течения, подходы к экспериментальным исследованиям, обсуждение результатов. Группа соавторов соискателя занималась теоретико-расчетной частью представленной работы — модальным и немодальным анализом, в которых соискатель участия не принимал. Теоретические разделы в 3 и 4 главах приведены в тексте диссертации для полноты картины исследования.

Структура и объём диссертации

Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения и списка литературы. Полный объём диссертации составляет 115 страниц, включая 54 рисунка и 1 таблицу. Список литературы содержит 117 наименований.

Глава 1 представляет собой обзор литературы, состоящий из двух частей. Первая часть посвящена проведенным экспериментальным и теоретическим исследованиям модального роста возмущений в сдвиговых тече-

ниях, в особенности в струйных течениях, вторая часть — исследованиям в области немодального роста возмущений в таких течениях.

Во 2 главе приводится подробное описание использованного экспериментального оборудования и методов. В разделе 2.1 описывается формирующее струю устройство, разработанное в лаборатории экспериментальной гидродинамики НИИ механики МГУ. В следующем разделе 2.2 описывается экспериментальное и измерительное оборудование и схемы проведения визуализационных, термоанемометрических и PIV экспериментов. Описаны технические характеристики устройств и дана оценка погрешностям измерений.

Глава 3 начинается с раздела 3.1, в котором приводится для справки теоретический линейный анализ устойчивости рассматриваемого струйного течения. Описана постановка задачи на собственные значения: приведены уравнения Рэлея для бегущих волн малой амплитуды с граничными условиями. В разделе 3.1 приводятся результаты расчетов: найдены длины волн и инкременты растущих возмущений, посчитан N-фактор. Далее, в разделе 3.2 следует описание метода внесения гармонических возмущений при помощи тонкого колеблющегося соосно струе кольца (использовались кольца двух диаметров поочередно, чтобы усиливать рост двух разных мод). В следующих разделах главы приводятся результаты проведенных экспериментов и сравнения значений, полученных в рамках линейной теории и в эксперименте. Визуализация показала, что возмущения, усиливаемые кольцом большего диаметра с частотами в диапазоне 3 — 6 Гц приводят к укорочению ламинарного участка струи, а вносимые возмущения на других частотах практически не влияют на ламинарную структуру течения. Оказалось, что этот результат соответствует линейной теории — частоты наиболее растущих возмущений лежат в этом же интервале. Длины волн растущих возмущений фиксировались двумя способами, и по обоим из них показано количественное соответствие расчетным длинами. Проведено сравнение распределения отфильтрованных пульсаций скорости около возбуждаемых частот и их пространственный рост с прогнозируемыми значениями: распределения и инкременты практически совпали. По результатам проведенных экспериментов и сравнению с теоретическими

расчетами подводится итог в разделе 3.4.

В главе 4 описывается изучение немодального механизма линейного роста возмущений в рассматриваемом струйном течении. Снова, для справки, в начале главы приводятся основные положения теоретического анализа. Алгебраический рост исследуется в разделе 4.1 при помощи поиска оптимальных, в смысле роста кинетической энергии, возмущений. Описываются полученные результаты расчетов: наибольшему росту энергии соответствуют стационарные возмущения; показана поперечная структура глобально оптимального возмущения (она содержит зоны ускорения и замедления частиц); найден теоретический прирост энергии такого возмущения вниз по потоку; показано, что продольная компонента нарастает вниз по потоку по линейному закону, а радиальная и азимутальная компоненты постоянны. В разделе 4.2 описывается разработанная методика создания пластиковых конструкций (дефлекторов), способных вносить стационарные возмущения в струю, по структуре аналогичные оптимальным возмущениям. В разделе 4.3 описываются проведенные эксперименты с дефлекторами и полученные результаты. Оказалось, что возмущения, которые вносят дефлекторы, качественно совпадают с теоретически оптимальными — образуются попеременные зоны ускорения и замедления частиц в поперечных плоскостях (структуру течения помогли понять PIV измерения). Также при помощи термоанемометрии и обработки визуализаций был оценен характер роста продольной и осевой компонент — линейный и постоянно, соответственно. В этом же разделе 4.3 освещается вопрос о линейности вносимых возмущений. Показано, что возмущения, вносимые дефлекторами разной амплитуды, ведут себя качественно одинаково и переход к турбулентности происходит при нарастании «лепестков» в поперечном сечении до примерно одинакового уровня. Отдельно, в разделе 4.4, был проведен анализ способа количественного сопоставления возмущений, вносимых в эксперименте дефлекторами, и соответствующих им оптимальных возмущений. Обсуждаются причины различия в росте кинетической энергии. В разделе 4.5 приведены выводы по проведенным экспериментам с дефлекторами.

1 Обзор литературы ¹

Во многих промышленных процессах используются струйные течения, например, в перемешивании [71], в горении [35, 80], в химической инженерии [58], в распылении [103], в акустическом излучении [3, 75] и в других процессах. Оптимизация таких процессов, будь то ускорение перехода к турбулентности (для улучшения перемешивания, ускоренного распыления и т.д.) или его затягивание (для удлинения струи, уменьшения пульсаций скорости или повышения стабильности пламени), основывается на глубоком понимании различных вариантов ламинарно-турбулентного перехода и способности их контролировать [63, 102]. Для многих классических сдвиговых течений, таких как пограничные слои и плоское течение Пуазейля, различные сценарии перехода, особенно на линейной стадии, на данный момент хорошо изучены: существует модальный (экспоненциальный) и немодальные (алгебраические) механизмы роста возмущений.

Рост собственных мод течения, то есть волн Толмина-Шлихтинга в пристенных течениях, описывается краевой задачей для уравнения Орра-Зоммерфельда, что было подтверждено в нескольких экспериментах в условиях «спокойного» потока для пограничного слоя Блазиуса [51, 106] и течения Пуазейля в плоском канале [38, 91]. Также теоретическая устойчивость бесконечно малых возмущений для круглого течения в трубе при любых числах Рейнольдса была подтверждена экспериментально до значений $Re = 10^5$ [95]. Однако, если внешние условия недостаточно спокойны, например, при высоком уровне естественной турбулентности, то алгебраический рост немодальных возмущений приводит к «обходному» сценарию перехода к турбулентности [53]. В соответствии с двумя возможными сценариями перехода предложены многочисленные методы контроля перехода, основанные на вмешательстве в естественные механизмы роста возмущений. Однако не все ограниченные стенками течения столь успешны в подтверждении теории линейной устойчивости: в отличие от пограничного

¹При подготовке данной главы диссертации использовались следующие публикации автора, в которых, согласно «Положению о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова», отражены основные результаты, положения и выводы исследования: [68, 72].

слоя Блазиуса, а также плоских и круглых течений Пуазейля, теоретическая устойчивость плоского течения Куэтта при любом значении Re до сих пор не подтверждена экспериментально.

В данном разделе представлен обзор литературы, и он состоит из двух частей. В первой части освещается история и методы исследования устойчивости сдвиговых течений, по большей части струйных, и современное состояние в этой области. Во второй части акцент сделан на работы, посвященные немодальному механизму роста возмущений в таких течениях.

1.1 Обзор работ, посвящённых анализу устойчивости струйных течений

Модальная теория устойчивости струйных течений до сих пор не была должным образом подтверждена в экспериментах. Первые исследования с контролируемыми возмущениями в струйных течениях начались более 50 лет назад в работе [8], где было обнаружено, что интенсивность турбулентного перемешивания в дозвуковой турбулентной струе можно контролировать с помощью слабого акустического возбуждения. Было отмечено, что возбуждения на низких частотах приводили к существенно лучшему перемешиванию по сравнению с возбуждениями на частотах, на порядок их превышающих. Значительное развитие этой работы в отношении сильного акустического возбуждения турбулентных струй и их сильной нелинейной эволюции представлено в исследованиях [28, 40, 80].

Позднее, на основе экспериментальных наблюдений, в работе [60] было введено понятие «предпочтительной» («preferred») моды струи, которая представляет из себя эволюцию контролируемого возмущения с числом Струхаля $St \approx 0.3$, приводящего к наибо́льшему разрушению струи. Стоит отметить, что струя в тех экспериментах была турбулентной, амплитуды вносимых осесимметричных возмущений не были малы, а реакция струи была существенно нелинейной — форма струи в целом была закрученной. Тем не менее, наблюдаемые длины волн хорошо согласовывались с расчётами на основе краевой задачи на собственные значения для уравнения Релея, что было неожиданно даже для авторов того ис-

следования. Авторы [115] продолжили изучение контролируемых возмущений в турбулентной струе и предположили, что на самом деле существуют две различные предпочтительные моды: мода сдвигового слоя и мода ядра струи. Они обнаружили, что наиболее выраженное соединение пар вихрей Кельвина-Гельмгольца происходит под воздействием управляемых акустических возбуждений при числе Струхала $St \approx 0.85$ и приводит к сильному росту интенсивности турбулентных пульсаций на оси струи, что связано с развитием моды ядра струи. Однако авторы [94] утверждали, что эти два типа предпочтительных мод представляют собой одну и ту же моду на разных расстояниях от сопла. Они проанализировали уравнения Орра-Зоммерфельда, применённые к экспериментальному профилю струи (тот же профиль, что и в [60]), и доказали, что, поскольку нет существенной разницы между предпочтительной модой и модой неустойчивости сдвигового слоя, предпочтительная мода на самом деле является модой сдвигового слоя, которая наибольшим образом усиливается на расстоянии 4 диаметров струи от сопла.

Вывод авторов [94] о том, что мода ядра струи является эволюцией моды сдвигового слоя, был позднее подвергнут сомнению в работе [55], так как авторам удалось независимо возбудить первую моду, не влияя на вторую. В частности, они установили металлические сетки на сопло для подавления начальной неустойчивости сдвигового слоя. Частота предпочтительной моды струи доминирует в спектре только при $x/D \geq 2$, если решетки не используются (в дальнейшем ось x направлена вдоль оси струи, а D — диаметр струи), и ближе к соплу при установленных решетках. Частоты растущих возмущений хорошо предсказываются линейной теорией устойчивости для несжимаемой жидкости, однако экспериментальные инкременты роста не совпадают с теоретически предсказанными. Авторы объясняют это расхождение турбулентностью струи, поскольку в теории предполагается ламинарное течение. Различие между предпочтительной модой струи и модой сдвигового слоя также было подтверждено в экспериментах [101]. Установив кольцо в сдвиговом слое, они подавили неустойчивость Кельвина-Гельмгольца и последующее возникновение вихрей, но частота предпочтительной моды струи всё же присутствовала в спектре

пульсаций.

Аргументы в поддержку единства предпочтительной моды были приведены в работе [70]. Они изучали осредненное турбулентное струйное течение (учитывая её размытие вниз по потоку) и, используя резольвентный анализ, рассмотрели два типа осесимметричного оптимального возбуждения: одно через входной профиль скорости в трубе, формирующей струю, и другое через объемное распределение импульса в самой формирующей трубе. Оба типа возбуждения дали схожий оптимальный отклик, с максимальным увеличением энергии при $St = 0.46$, что они связали с предпочтительной модой турбулентной струи. Они показали, что оптимальный отклик следует за наиболее неустойчивой локальной модой сдвигового слоя около выхода из формирующей трубы, а дальше по потоку, когда мода сдвигового слоя начинает затухать, оптимальный отклик переключается на наименее устойчивую моду, которой оказалась локальная мода ядра струи. Этот переход теоретически объясняет расхождение во мнениях о происхождении предпочтительной моды струи и поддерживает выводы [94]. Вопрос о природе предпочтительной моды был вновь поднят в недавнем экспериментальном исследовании [84], но авторы не пришли к однозначному выводу.

Таким образом, на данный момент не существует единого мнения относительно природы предпочтительной моды струи, как в теоретических, так и в экспериментальных исследованиях. Как отмечают авторы [84], это частично связано с попытками применить линейную теорию устойчивости к турбулентным струйным течениям, применение которой предполагает ламинарность течения. Более того, численное исследование, проведённое [50], ясно демонстрирует, что отклик турбулентной струи на внешнее возбуждение зависит не только от её профиля скорости, что предполагается в линейной теории устойчивости, но и от сочетания интенсивности входной турбулентности, амплитуды и частоты возбуждения. Во всех случаях чисто нелинейные механизмы играют роль в развитии возмущений в турбулентных струях. Например, хотя теоретически предсказанная собственная мода успешно возбуждалась для струй с более толстым сдвиговым слоем (что соответствует результатам [60]), в случае тонкого сдвигового слоя собственная мода имела более высокую частоту и разрушалась турбулентными

пульсациями — внешнее возбуждение не влияло на развитие струи.

Несколько иное направление в современных исследованиях связано с ролью линейных механизмов в поддержании турбулентности в развитых турбулентных струях. Хотя ранее предполагалось, что описание генерации и поддержания турбулентных пульсаций возможно только через нелинейный анализ, включая прямое численное моделирование уравнений Навье-Стокса, начиная с фундаментальной работы [110], многие исследования сместили акцент на линейные, но немодальные механизмы роста возмущений. Как подробно обсуждается в [110], существует две, во многих отношениях эквивалентные, формулировки задачи немодального роста. Первая — это задача оптимального возмущения, т.е. поиск оптимальных начальных условий, которые обеспечивают наибольший рост энергии в заданный момент времени (временная задача) или на заданной осевой координате (пространственная задача). Вторая — это задача оптимального возбуждения, т.е. оптимального гармонического возбуждения, которое обеспечивает наибольший отклик потока по энергии (или другим соответствующим нормам), что также известно как резольвентный анализ.

Так как турбулентные струи примерно линейно расширяются вдоль осевой координаты, предположение о плоскопараллельности основного течения не всегда справедливо, и поэтому в современных исследованиях рассматриваются полностью двумерные осесимметричные основные течения (с ненулевыми распределениями скорости по осевой и радиальной координатам) и выполняется глобальный линейный анализ. Работа [70] пыталась разрешить вопрос о природе предпочтительной моды струи через линейный резольвентный анализ. Естественным вопросом является: насколько линейный анализ среднего турбулентного течения отражает реальную динамику нестационарного турбулентного потока? Для ответа на этот вопрос в работе [108] проведён глобальный линейный осесимметричный резольвентный анализ среднего турбулентного течения струи (единственное отличие от [70] заключается в том, что струя была сжимаемой с числом Маха $M = 0.9$) и сравнили результаты с экспериментальными измерениями и LES-моделированием. Было показано, что хотя эксперимент и расчеты LES были в хорошем согласии, предсказания линейного резольвентного анали-

за были приемлемы только для чисел Струхала $0.3 < St < 0.8$ и только вблизи сопла. Авторы отметили, что ограничения линейного анализа для полностью двумерного основного течения аналогичны другим формулировкам задач (см. в списке литературы в [108]).

Многообещающее развитие резольвентного анализа турбулентных струй было предложено в работах [96,97]. Они включили пространственную вариацию средней турбулентной вязкости в линейные уравнения Навье-Стокса и показали, что корреляция с данными LES стала лучше. Авторы рассмотрели не только осесимметричные возмущения, но и возмущения с азимутальными волновыми числами от 1 до 5. Анализируя качественную структуру полей скорости внешнего воздействия и отклика на разных числах Струхала и азимутальных волновых числах, они выяснили, какие из трёх линейных механизмов роста — модальный механизм Кельвина-Гельмгольца и немодальные механизмы Орра и «lift-up» — ответственны за рост энергии. Для сжимаемых струй с числом Маха $M = 0.4, 0.9$ и 1.5 результаты оказались схожими: механизм Орра доминирует в осесимметричных квазистационарных возмущениях ($n = 0, St \approx 0$), механизм «lift-up» доминирует в неосесимметричных квази-стационарных возмущениях ($n > 0, St \approx 0$), а механизм Кельвина-Гельмгольца доминирует при $n = 0, 1$ и $0.5 < St < 1.0$; в других диапазонах азимутальных волновых чисел и чисел Струхала отклик на гармоническое возбуждение значительно слабее. Эти результаты показывают, что линейный анализ, учитывающий также переменную турбулентную вязкость, действительно может предсказать доминирующие энергетические структуры в турбулентной струе и что линейные механизмы во многом ответственны за генерацию крупномасштабных турбулентных пульсаций.

Пульсации скорости в невозбуждённой турбулентной струе при $Re \sim 10^5$ были тщательно измерены [76] с использованием конструкции из 138 термоанемометрических датчиков. Они применили метод собственного ортогонального разложения (POD), чтобы экспериментально выявить наиболее энергетически значимые моды, а затем реконструировать мгновенное поле пульсаций скорости для обнаружения доминирующих структур в турбулентной струе. Оказалось, что более 60% полученной продольной

турбулентной энергии содержится в первой моде POD. От начала струи до $x/D \approx 4$ осесимметричная POD-мода демонстрирует наиболее быстрый рост, после чего стабилизируется, уступая место быстрому росту более высоких по частоте мод. Развитие собственных мод вдоль течения струи качественно соответствует теории линейной устойчивости для несжимаемой жидкости. В работе [49] показано, что осесимметричная мода сильнее всего растет для начального профиля струи типа «top-hat» (ударный профиль), но становится затухающей в процессе эволюции струи вниз по течению, так что единственной модой, остающейся растущей для «дальнего профиля», является мода с азимутальным волновым числом $n = 1$. Хорошая корреляция между длиной волны наиболее энергетически значимых POD-мод в полностью развитых турбулентных струях и теорией линейной устойчивости также отмечена в работе [89], посвященной анализу результатов прямого численного моделирования.

Интересное исследование, проведенное [42], продемонстрировало новый механизм перехода к турбулентности. Струя вытекала из трубы при числах Рейнольдса $Re = 1900 - 3500$, при которых течение в трубе было с перемежаемостью: преимущественно ламинарным с локализованными турбулентными пятнами. Струйное течение, соответственно, также было с перемежаемостью начиная от сопла, а переход к турбулентности включал эволюцию турбулентных пятен в струе.

Возвращаясь к ламинарным струям и их переходу к турбулентности, нет сомнений в том, что модальный рост возмущений играет первостепенную роль и приводит к формированию вихрей Кельвина-Гельмгольца, обнаруженных во всех экспериментальных и численных исследованиях, и их последующему разрушению. Более того, в отличие от пристенных течений, в которых модальная неустойчивость слабее, начальный немодальный рост не приводит к локальному максимуму на кривой оптимального увеличения энергии, а просто увеличивает амплитуду самой быстрорастущей собственной моды [73], которая затем следует асимптотике на больших временах, найденной в [92]. Также стоит отметить, что в ламинарных струях локальный подход более адекватен, чем в турбулентных струях, так как пространственное развитие стационарных ламинарных течений происходит гораздо

медленнее, чем в турбулентных течениях. Заметим, что в работах [54] и [73], где впервые изучен немодальный линейный рост в ламинарных струях, рассматривалось плоскопараллельное (то есть не развивающееся вниз по потоку) основное течение.

Насколько известно автору, единственные попытки экспериментального соотнесения малых возмущений струи в её ламинарной части с теорией линейной устойчивости были предприняты [59] и [94]. Авторы [59] экспериментально изучили эволюцию осесимметричных и спиральных мод (возбуждённых акустически) в осесимметричной струе при числе Рейнольдса 24 000. Фазовые измерения проводились с использованием восьми датчиков термоанемометра на расстояниях вниз по течению до $x/D \leq 0.7$. Теоретически и экспериментально полученные распределения амплитуды и фазы в возбужденной струе были в хорошем согласии, хотя пространственный инкремент роста усиленного возмущения был в 2 – 3 раза ниже теоретического прогноза. Длины волн возмущений в этой работе измерить не удалось, поскольку они были больше расстояния, на котором происходил переход к турбулентности.

Та же установка была использована для сравнения экспериментальных и теоретических характеристик устойчивости струи в [94]. Скоростной режим, на котором проводились измерения, был выше: $Re = 56\,000$; расстояния, до которых проводились измерения, были больше — до $x/D = 5$. Хотя переход к турбулентности происходил близко к выходному сечению, на $0.5 < x/D < 1$, радиальные распределения амплитуды и фазы продольных пульсаций скорости, а также фазовые скорости, измеренные в различных продольных координатах, были в хорошем согласии с предсказаниями линейной теории устойчивости, полученными из уравнений Орра-Зоммерфельда для профилей скорости в ламинарной, переходной и полностью турбулентной областях струи.

Следует ещё раз отметить, что в большинстве описанных выше экспериментов, а также во многих других, в которых струи возбуждались внешними возмущениями, рассматривались турбулентные струи. Очевидно, что линейная теория устойчивости описывает важные механизмы поддержания крупномасштабных турбулентных пульсаций, но количественные соотно-

шения с экспериментами хорошие только для некоторых величин при определённых условиях потока и не выполняются при других условиях [50, 108]. Эта несогласованность естественна, поскольку турбулентность неизбежно включает нелинейные эффекты, чёткое понимание роли которых до сих пор отсутствует. Несоответствие между теоретической и экспериментальной скоростью роста [59] в ламинарной струе также оставляет открытым вопрос о роли нелинейности на начальном этапе эволюции возмущений.

Единственные эксперименты [59] и [94] по внесению контролируемых возмущений в ламинарный участок струи имеют недостатки в виде малости этого участка (короче одного диаметра), что не позволяет измерить длины волн и пространственные инкременты роста в ламинарном участке. Основное препятствие в достижении длинного ламинарного участка в струйном течении — чрезвычайно низкое критическое число Рейнольдса таких течений, варьирующееся от 14 до 44 [44, 88, 109], в зависимости от постановки задачи и предположений. Поэтому разрушение струи происходит в пределах одного или двух диаметров от сопла при больших числах Рейнольдса. Стоит отметить, что это утверждение верно только для макроструй. В работах [1, 41] экспериментально показано, что длина ламинарного участка плоских и круглых затопленных мини- и микроструй может достигать 100 — 300 калибров при малых Re и ~ 10 при числах Рейнольдса в промежутке 1000 — 5000. В то же время, с одной стороны, эксперименты по росту возмущений должны проводиться с достаточно широкими струями, чтобы можно было провести детальные экспериментальные измерения возмущений, а с другой стороны, расстояние до перехода должно быть достаточно большим, чтобы захватить хотя бы несколько длин волн. Создать такое ламинарное струйное течение общепринятыми способами крайне сложно. В настоящей диссертации струйное течение создаётся новым способом, который позволяет выполнить оба вышеназванных условия. Это позволило провести детальные измерения развития возмущений в ламинарном участке струи, чему посвящена первая часть рассматриваемых в диссертации экспериментальных работ.

1.2 Обзор работ, посвящённых немодальному анализу устойчивости сдвиговых течений

Вторая часть экспериментальных работ, описанных в диссертации, посвящена изучению немодального развития возмущений в затопленной струе. Ранее в текущем обзоре освещались результаты некоторых работ, в которых, в применении к турбулентным струям, изучались два других, помимо модального, механизма линейного роста: механизм Орра и механизм «lift-up». Если первый представляет собой чисто двумерный процесс и приводит к сравнительно слабому росту, то второй, «lift-up», обеспечивает значительно более сильный рост трёхмерных возмущений и отвечает за «bypass» переход в сдвиговых течениях [62].

Теоретические исследования немодального роста

Первые теоретические работы по немодальному росту и механизму «lift-up» были опубликованы около 40 лет назад [61, 81]. Немодальный рост возмущений в вязких ламинарных течениях был исследован с учетом несамосопряжённости операторов линеаризованных уравнений Навье-Стокса (уравнения Орра-Зоммерфельда и Сквайра для основного плоскопараллельного течения) в работе [56]. Оптимальные временные возмущения (т.е. возмущения, которые растут сильнее всего при заданном вещественном волновом числе) для течения Пуазейля в трубе были изучены в [104]. Было показано, что возмущения, независимые от осевой координаты, достигают наибольшего немодального роста. Также было продемонстрировано, что максимальная энергия возмущений в данном случае пропорциональна квадрату числа Рейнольдса: $G_{\max} \sim Re^2$. Исследование развития пространственных оптимальных возмущений (т.е. возмущений, которые наиболее усиливаются на заданном расстоянии при заданной частоте) для течения в трубе было выполнено в работе [99]. Чтобы регуляризовать задачу, авторы исследовали только возмущения, распространяющиеся вниз по потоку. Результаты показали, что наибольшему немодальному росту в круглой трубе отвечают стационарные возмущения.

Теоретическое исследование развития немодальных возмущений в по-

граничных слоях и их сравнение с экспериментом было проведено в [48] с использованием линеаризованных уравнений пограничного слоя. Авторы предложили эмпирическую зависимость, связывающую уровень турбулентности внешнего потока Tu и критическое число Рейнольдса перехода. Известно, что в случае повышенного уровня турбулентности внешнего потока метод e^N , основанный на модальной теории, не может быть использован. Авторы [48] исходили из предположений, что энергия возмущений растет с оптимальной скоростью, начальная амплитуда возмущений пропорциональна уровню турбулентности внешнего потока, а переход происходит, когда достигается определённый уровень энергии возмущений. Используя эти предположения, они получили модель с одним параметром, который, по экспериментальным данным, был принят постоянным. Полученная модель с хорошей точностью предсказывает «bypass» переход при уровнях турбулентности внешнего потока 1-5%. В [112] был проведён аналогичный анализ, но с использованием полных уравнений Навье-Стокса в плоскопараллельном приближении. Устойчивость пограничного слоя к немодальным возмущениям в пределе больших чисел Рейнольдса была исследована в работе [83]; было отмечено, как и в [48], что в случае больших чисел Рейнольдса максимальный прирост энергии пропорционален квадрату числа Рейнольдса, построенному по толщине вытеснения. Эти исследования пришли к выводу, что в пограничном слое оптимальные возмущения в начальном сечении x_{in} представляют из себя продольные вихри, которые к конечному сечению x_{out} развиваются в полосчатые структуры или «streaks», т.е. дефекты продольной скорости.

Работ, посвящённых немодальному росту в струях и других неограниченных течениях, значительно меньше. Вероятно, первыми, кто провел немодальный пространственный анализ для круглых струй, были авторы работы [54]. Хотя основная цель их работы заключалась в исследовании двухфазных струй (жидкость, истекающая в воздушное пространство), они также представили результаты по немодальному пространственному росту для двух затопленных струй при различных частотах возмущений, и оказалось, что немодальный рост увеличивается с уменьшением частоты.

В работах [73, 74] был исследован немодальный временной рост круг-

лых струй. В [73] описана зависимость оптимальных осесимметричных и спиральных возмущений (с азимутальным волновым числом $n = 1$) от продольного волнового числа. Было показано, что с уменьшением продольного волнового числа немодальный рост увеличивается. Основные особенности осесимметричных и спиральных возмущений напоминают механизмы роста Орра и «lift-up» для плоскопараллельных сдвиговых течений. В последующей работе [74] был рассмотрен более широкий диапазон азимутальных волновых чисел, кроме того, учитывалась диффузия основного течения со временем. Анализ возмущений с $n = 1$ в предположении стационарности основного течения был признан неточным, так как основное течение существенно меняется на предсказываемом времени оптимального роста. Однако для $n \geq 2$ оптимальные времена гораздо меньше, и результаты анализа стационарного течения приемлемы.

Недавно комбинация модальной и немодальной неустойчивостей была исследована в работе [113]. В частности, они проанализировали устойчивость круглой струи, возмущённой оптимальным возмущением конечной амплитуды. Было показано, что увеличение амплитуды оптимального возмущения снижает скорость роста неустойчивости Кельвина-Гельмгольца. Этот эффект согласуется с предыдущим исследованием [85], которые анализировали устойчивость начально двумерного слоя смешения, возмущённого оптимальными возмущениями конечной амплитуды. В то же время, этот эффект, по-видимому, сильно зависит от профиля скорости струи, т.к. расчёты [45] не показывают уменьшения инкрементов волн неустойчивости при возмущении струи оптимальными возмущениями конечной амплитуды. Поэтому вопрос о влиянии оптимального возмущения струи на рост собственных мод остаётся открытым.

Противоположная постановка задачи была рассмотрена в работе [90], где исследовались оптимальные возмущения струи, на фоне которой нелинейно развивается во времени неустойчивость Кельвина-Гельмгольца. Было установлено, что в зависимости от профиля скорости и азимутального волнового числа может наблюдаться как увеличение, так и уменьшение оптимального прироста энергии по сравнению с невозмущённым струйным течением.

Экспериментальные исследования немодального роста

Полосчатые структуры («streaky structures») были первоначально экспериментально обнаружены и исследованы в пристенных ламинарных пограничных слоях, где они связываются с «обходным» («bypass») сценарием перехода к турбулентности [87]. В случае низкой интенсивности Tu в ламинарных пограничных слоях образуются волны Толмина–Шлихтинга [47], которые, развиваясь линейно, переходят в нелинейную стадию, а затем приводят к возникновению турбулентности. При более высоких значениях Tu в пограничном слое возникают продольные вытянутые вихревые структуры, которые обычно называют полосчатыми структурами. Вероятно, их существование впервые было отмечено Klebanoff [78]. Было обнаружено, что в ламинарном пограничном слое с $Tu > 0.3\%$ существует низкочастотное возмущение, амплитуда которого на порядок больше амплитуды волн Толмина–Шлихтинга. Пространственная корреляция возмущения показала, что его поперечный размер был сопоставим с толщиной пограничного слоя. Первые детализированные экспериментальные исследования полосчатых структур были выполнены в работах [37] и [78]. В этих исследованиях было подтверждено, что пространственные структуры в поперечном направлении имеют размер порядка толщины пограничного слоя. В [78] отмечено, что пульсации продольной скорости растут как квадратный корень от продольной координаты, и к моменту осуществления ламинарно-турбулентного перехода они могут достигать 10%. Этот результат также был получен в работе [114], где уровень внешней турбулентности варьировался от 1 до 6%.

В работе [86] для изучения полосчатых структур в ламинарном пограничном слое использовалась визуализация с помощью дыма и термоанемометрические измерения. С помощью корреляционного анализа показано, что при наличии полосчатых структур в пограничном слое наблюдаются области с повышенной и пониженной продольной скоростью. Характерный поперечный размер этих областей пропорционален толщине вытеснения δ^* . Частотный спектр, измеренный для продольных α и поперечных β волновых чисел, изменяется незначительно по потоку и соответствует численным результатам [105]: максимум относительного роста энергии возмуще-

ний, найденный в расчете, достигается при $\alpha = 0$, $\beta \approx 0.65$, тогда как эксперименты [86] дали $\alpha = 0$, $\beta \approx 0.35 - 0.8$.

Авторы [64] экспериментально подтвердили зависимость энергии возмущений $u^2/U_\infty^2 \sim Tu^2 Re_x$ (изначально предложенную в [48]) от уровня турбулентности внешнего потока и числа Рейнольдса $Re_x = U_\infty x/\nu$. Таким образом, амплитуда возмущений скорости пропорциональна уровню естественной турбулентности, и в соответствии с теорией оптимальных возмущений, энергия возмущений зависит квадратично (как $Re_x \sim Re_{\delta^*}^2$) от числа Рейнольдса, построенного по толщине вытеснения.

Другой подход к изучению полосчатых структур в ламинарных пограничных слоях связан с формированием вихревых структур путем введения локализованных контролируемых возмущений. Впервые это было сделано в научном коллективе В.В. Козлова, и результаты многолетних исследований отражены в книге [52]. Было показано, что в полосчатых и подобных вихревых структурах могут возникать вторичные неустойчивости, которые приводят к появлению турбулентных пятен и, в конечном итоге, к переходу к турбулентности. Влияние продольных вихревых структур различной природы (вихрей за шероховатостями, вихрей Гёртлера и т.д.) на ламинарно-турбулентный переход было рассмотрено в работе [39]. В [29] было экспериментально показано, что полосчатые структуры могут также существовать в пограничном слое на крыле.

Хотя модальные и немодальные возмущения растут независимо в линейном режиме, их взаимодействие на нелинейной стадии может оказаться неожиданно стабилизирующим. В частности, в работе [107] экспериментально продемонстрировано, что полосчатые структуры, созданные в ламинарном пограничном слое с помощью миниатюрных вихревых генераторов, могут подавлять рост двумерных волн Толмина-Шлихтинга и трёхмерных косых волн, полностью подавляя ламинарно-турбулентный переход.

Экспериментальных данных, подтверждающих появление полосчатых структур в затопленных струйных течениях, немного. Авторы [82] показали, что в круглой струе, подверженной первичной неустойчивости Кельвина-Гельмгольца, продольные вихревые структуры формируются в областях пережатия струи. Хотя авторы предположили, что формирова-

ние этих структур является результатом вторичной неустойчивости потока, также как группа исследователей в похожей экспериментальной работе [93], авторы [90] теоретически показали, что эти структуры, вероятно, возникли вследствие немодального роста возмущений, инициированных естественной турбулентностью струи. В работе [39], помимо влияния полосчатых структур на развитие возмущений в пограничном слое, описана турбулизация круглой струи, при которой формирование продольных вихревых структур было зафиксировано с помощью визуализации течения. Было показано, что стационарные структуры аналогичной природы можно создать, приклеив наждачную бумагу на внутреннюю поверхность выходного сопла. Авторы предположили, что взаимодействие вихрей Кельвина-Гельмгольца и продольных вихревых структур приведет к новому типу перехода в круглой струе, при котором вихревые кольца искажаются продольными стационарными возмущениями, что приводит к образованию новых вихрей, вторичное разрушение которых вызывает турбулизацию струи. Однако, данный механизм до настоящего времени не был подтвержден измерениями.

2 Экспериментальная установка и применяемые измерительные методы ¹

В диссертации исследуется устойчивость и развитие возмущений конкретного струйного течения. Оно имеет длинный ламинарным участок, благодаря специальному компактному устройству-формирователю. В этой главе приводится описание геометрических и технических параметров этого устройства, описывается метод аппроксимации экспериментальных профилей скорости для последующего теоретического анализа. Приводятся описание измерительных методов и техническая информация об используемых устройствах.

2.1 Исследуемое струйное затопленное течение с длинным ламинарным участком

Формирующее струю устройство

Затопленная струя воздуха формируется устройством, состоящим из двух основных частей (рис. 2.1(а, б)). Первая часть предназначена для снижения турбулентных пульсаций приходящего из магистрали потока и состоит из трубы длиной 0.14 м с внутренним диаметром 0.04 м. На входе в трубу установлена перфорированная пластина с отверстиями диаметром 0.6 мм и отношением площади отверстий к общей площади пластины, равным 0.8. За пластиной размещена втулка с двумя металлическими сетками: первая сетка расположена на расстоянии 0.03 м от пластины, вторая – на расстоянии 0.08 м. Диаметр проволоки первой сетки составляет 0.05 ± 0.004 мм, второй сетки – 0.03 ± 0.004 мм; их коэффициенты свободной площади составляют 34.4% и 32.7% соответственно. Вторая часть формирователя представляет из себя короткий круглый диффузор длиной 0.04 м, с входным диаметром $d = 0.04$ м и выходным диаметром $D = 0.12$ м (рис. 2.1(в, г, д)). На выхо-

¹При подготовке данной главы диссертации использовались следующие публикации автора, в которых, согласно «Положению о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова», отражены основные результаты, положения и выводы исследования: [68, 72].

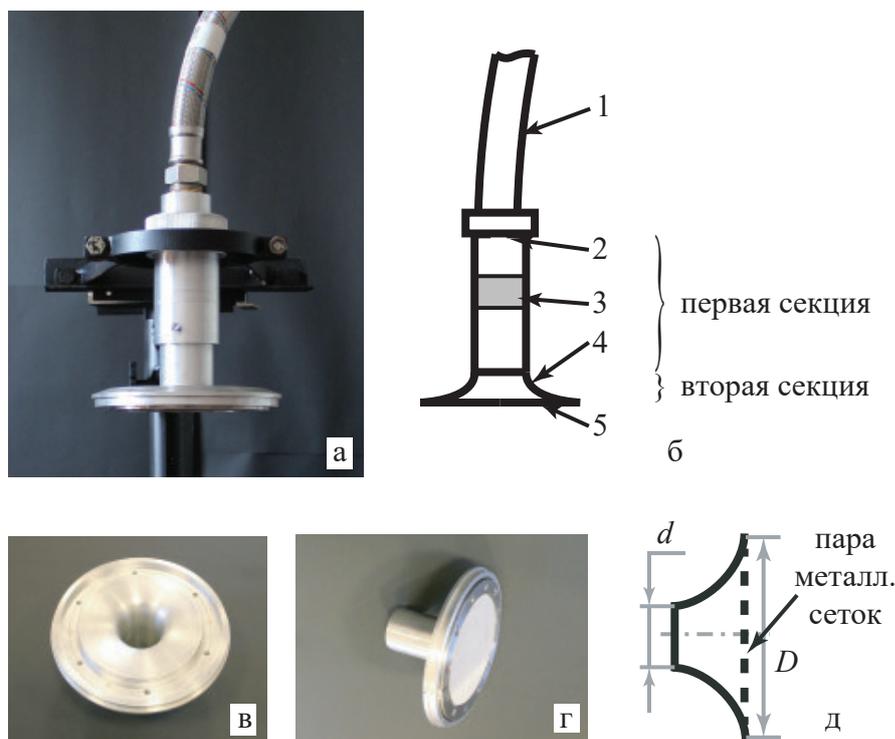


Рис. 2.1: Фотография (а) и схема (б) формирующего устройства: трубопровод (1), перфорированная пластина (2) и втулка с двумя металлическими сетками (3), диффузор (4) с металлическими сетками (5). Фотография диффузора без (в) и с (г) металлическими сетками и его схема (д).

де из диффузора натянуты две металлические сетки для предотвращения отрыва потока от стенок (рис. 2.1(г, д)). Волокна двух последовательных сеток укладываются под углом 45° . Разработанное устройство удобно тем, что при загрязнении сеток на втулке в первой части и сеток диффузора их можно промыть дистиллированной водой и просушить, либо, при необходимости, заменить на новые.

В данной работе, если не оговорено обратное, рассматривается режим течения со скоростью на оси струи $U_c = 1.5$ м/с, что соответствует числу Рейнольдса $Re = 5400$, посчитанному по диаметру струи $D = 0.12$ м и средней скорости $U_{av} = 0.66$ м/с). Как показано в работе [116], при данном режиме струя остается ламинарной вплоть до расстояния $x/D = 5$ от выхода из диффузора (выходное отверстие диффузора далее для краткости будет называться «соплом»).

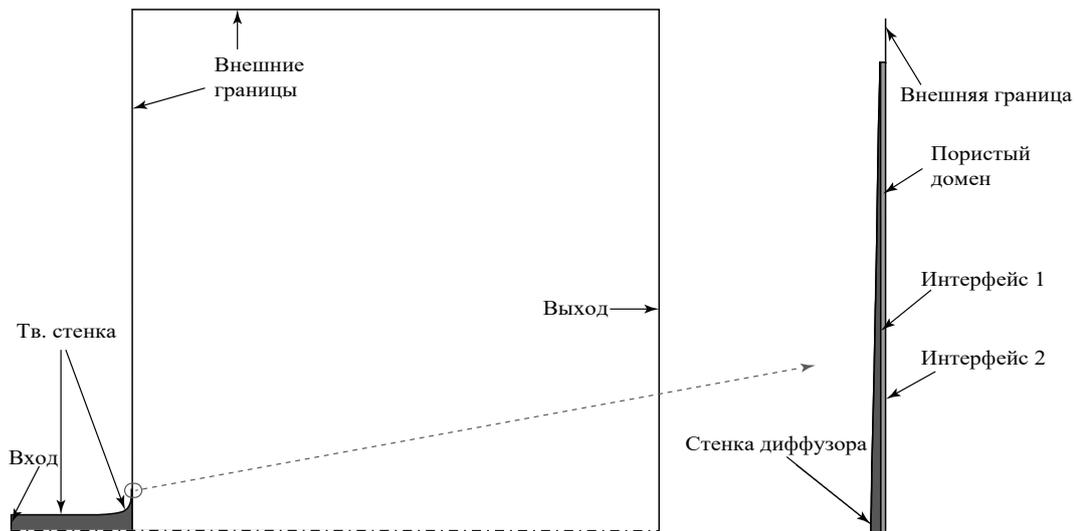


Рис. 2.2: Расчётная область, состоящая из трубы и диффузора (темно-серая область), пористой области (светло-серая область) и области окружающей жидкости (белая область).

Профили скорости на разных расстояниях вниз по потоку

Для получения гладких профилей осевой скорости $U(r)$, где r — радиальная координата, были выполнены расчеты течения струи в ламинарном режиме. Для того чтобы убедиться, что расчеты правильно отображают реальную струю, полученные профили осевой скорости были сравнены с экспериментальными профилями, измеренными термоанемометром в различных сечениях вдоль оси струи. После этого рассчитанные профили были аппроксимированы аналитическими функциями, которые затем использовались в анализе устойчивости.

Поскольку струя является ламинарной, для получения профилей скорости на разных расстояниях от сопла был проведен расчет установившегося ламинарного течения. Уравнения Навье-Стокса решались методом конечных объемов, реализованным в решателе Ansys CFX. Ввиду осесимметрии формирующего устройства и самого потока, вычислительная область была выбрана в виде сектора 5° с граничными условиями симметрии на боковых поверхностях сектора (рис. 2.2). Труба и диффузор (темно-серый цвет на рис. 2.2) и окружающая область (белый цвет на рис. 2.2) моделировались как области несжимаемой жидкости. Пористая область (светло-серый цвет на рис. 2.2) моделирует металлические сетки на выходе из диффузора. Для задания потерь импульса на сетках были заданы коэффициенты про-

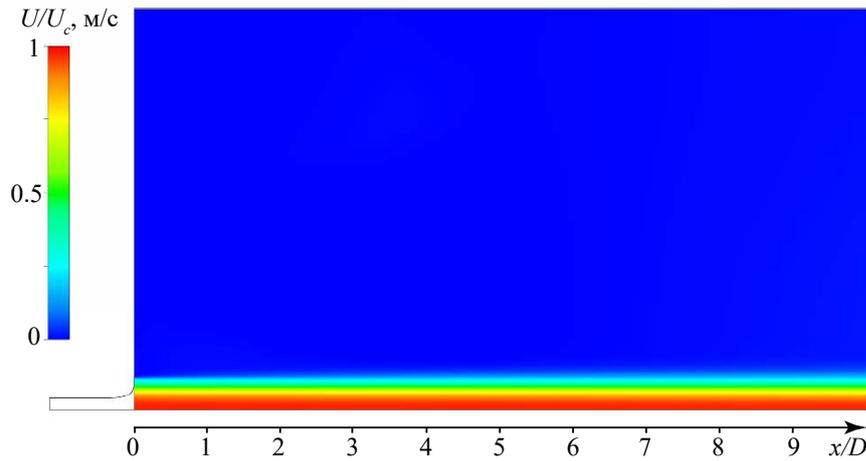


Рис. 2.3: Распределение осевой скорости в размывающейся струе (длина области вдоль потока составляет $10D$).

нищаемости и потерь сопротивления пористого материала в соответствии с экспериментально измеренными перепадами давления на сетках [116]. Выходное сечение и горизонтальная внешняя граница были расположены на расстояниях $5D$ и $5.5D$ от пористой области и оси соответственно. Также была проверена более длинная вычислительная область в продольном направлении ($10D$) для того, чтобы убедиться в сходимости распределения скорости при $x/D \leq 3$.

На входе была задана нормальная скорость 5.9 м/с (что соответствует скорости 1.5 м/с на оси струи), на стенке диффузора – условие прилипания, а на внешних границах и выходе – давление 10^5 Па; дополнительно на внешних границах было задано нулевое значение градиента направления течения. Подробности построения вычислительной сетки и исследования сходимости можно найти в [116]. На рис. 2.3 показано рассчитанное ламинарное течение струи, которое, как оказалось, лишь незначительно изменяется вниз по потоку вплоть до расстояния $x/D \leq 10$ от сопла.

Сравнение численных и экспериментальных профилей представлено на рис. 2.4(а, б, в). Видно, что согласие между ними хорошее на расстояниях $x/D \leq 1.5$ (рис. 2.4(а, б)); однако далее по потоку, на $x/D = 3$, в наружной области струи появляется некоторое расхождение (рис. 2.4(в)), что связано с очевидной нерегулярностью в экспериментальном профиле скорости. Эта нерегулярность объясняется возрастанием пульсаций скорости, возможно нелинейных, которые, однако, не нарушают ламинарность

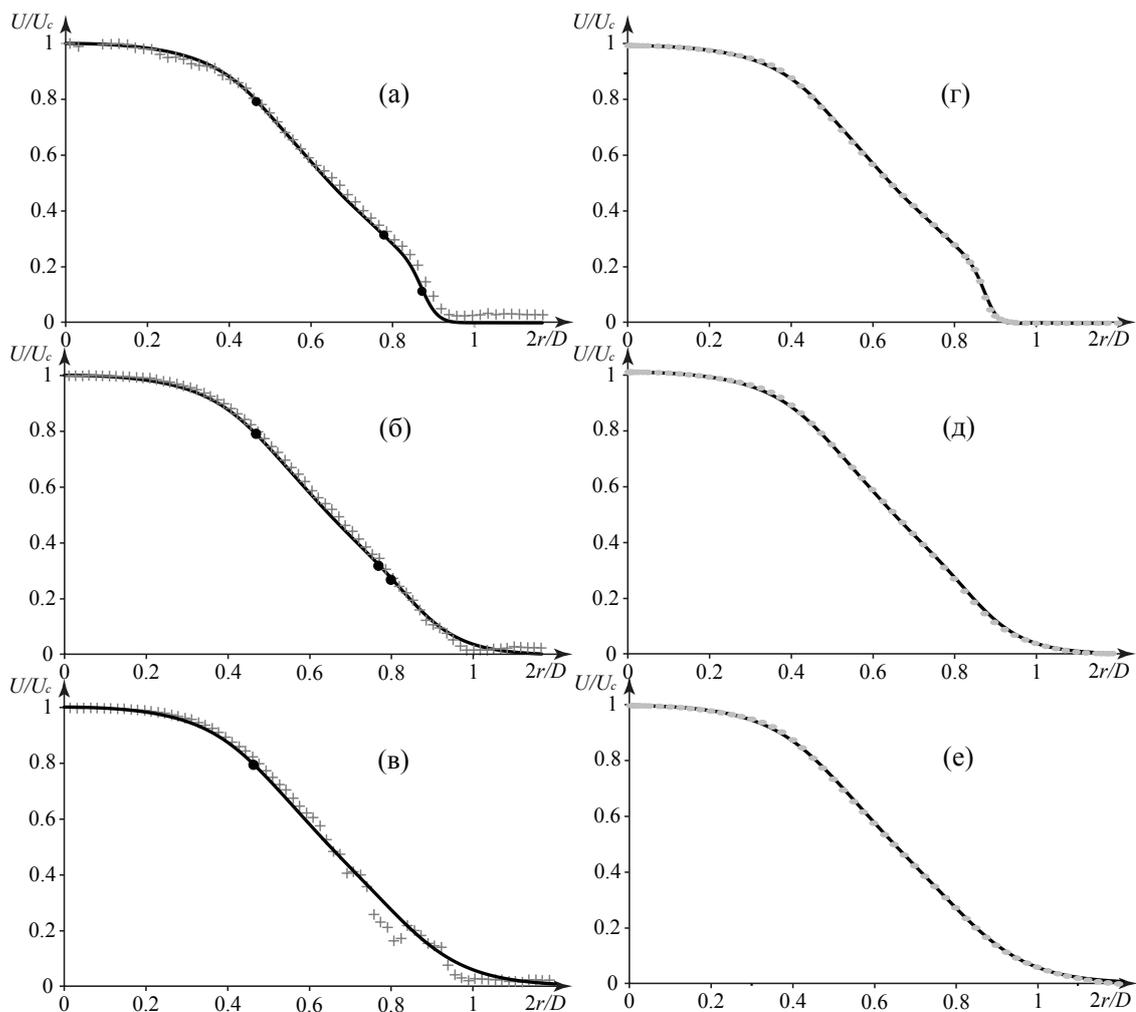


Рис. 2.4: Сравнение экспериментальных (крестики) и численных (линии) профилей скорости (а, б, в). Сравнение численных (линии) и аналитических (маркеры) профилей скорости (г, д, е). Расстояние $x/D = 0.01$ (а, г), 1.5 (б, д) и 3 (в, е) от сопла; кружки обозначают обобщенные точки перегиба для азимутального волнового числа $n = 0$.

течения, что было подтверждено визуализацией (см. раздел 3.2 ниже). Тем не менее, отклонение между экспериментом и расчетом невелико даже на $x/D = 3$ (самое большое расстояние, которое было проанализировано в расчетах), поэтому рассчитанные профили считаются приемлемыми.

Важной характеристикой профиля скорости в контексте линейного анализа устойчивости являются обобщенные точки перегиба, т.е. точки, в которых

$$\frac{d}{dr} \left(\frac{rU'}{n^2 + \alpha^2 r^2} \right) = 0, \quad (2.1)$$

где штрих обозначает производную по r ; $\alpha \in \mathbb{C}$ и $n \in \mathbb{Z}$ – это соответствен-

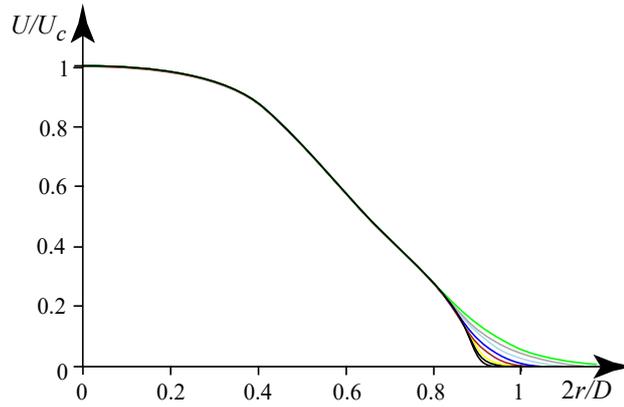


Рис. 2.5: Аналитические профили осевой скорости на расстояниях от сопла $x/D = 0.01, 0.04$ (черный), 0.1 (желтый), 0.25 (красный), 0.5 (темно-синий), 1 (светло-синий), 2 (серый) и 3 (зеленый).

но осевое и азимутальное волновые числа. Для $n = 0$ вблизи сопла существуют три обобщенные точки перегиба: две из них расположены около границы струи, а третья – ближе к оси струи (рис. 2.4(а)). Две обобщенные точки перегиба, находящиеся около границы струи, приближаются друг к другу при движении вниз по потоку (рис. 2.4(б)) и сливаются на расстоянии $x/D \approx 1.8$. Соответственно, на расстояниях, превышающих $1.8D$, в профилях остается только одна обобщенная точка перегиба (рис. 2.4(в)).

Отметим, что U_c не изменяется существенно с увеличением расстояния от сопла: например, разница между U_c на $x/D = 0.5$ и $x/D = 1.75$ составляет около 1%.

В теоретическом анализе удобно использовать аналитический профиль скорости, который можно получить аппроксимацией рассчитанного базового профиля скорости (определен на сетке конечных объемов), так как это позволяет легко получить первую и вторую производные, избегая ошибок, связанных с дифференцированием функции, заданной на сетке. Результаты аппроксимации на различных расстояниях от сопла представлены на рис. 2.4(г, д, е) видно, что корреляция отличная. Совокупность полученных базовых профилей приведена на рис. 2.5. Эволюция профилей скорости вниз по потоку заключается в незначительном вязком размытии вблизи границы струи.

2.2 Используемые устройства и методы обработки полученных данных

Визуализация течения

Эксперименты по визуализации струйного течения проходили следующим образом. Струя засеивается мелкими светоотражающими частицами глицерина (диаметром порядка 1–3 мкм). Частички подаются из генератора глицеринового аэрозоля выше по течению от формирующего устройства и, как следствие, не вносят дополнительных возмущений. Для частичек такого размера число Стокса на выбранном скоростном режиме составляет $Sk \approx 0.0002$, что говорит о практически точном следовании частичек потоку. Из-за естественного слипания и оседания частичек на решетке, сетках втулки и диффузора эти конструктивные элементы необходимо промывать дистиллированной (или фильтрованной от солей жесткости и др. примесей) водой примерно каждые 20 минут подачи аэрозоля. Продольный срез, проходящий через ось струи, или поперечный, перпендикулярный оси, подсвечивается лазером зелёного цвета (длина волны 532 нм). Лазер оснащён цилиндрической линзой для создания плоскости ножа. В экспериментах, описанных в разделе 3.2, для визуализации использовался мощный импульсный лазер Beamtech Vlite-Ni-100, который, вообще говоря, является частью PIV измерительной системы. Для визуализационных целей частота излучения лазера выбиралась максимальной (100 Гц), а мощность излучения устанавливалась на уровне 10% от максимальной, что составляет 10 Вт. Продольные срезы снимались зеркальной камерой Canon EOS 600D (рис. 2.6(a)) с разрешением 1280 на 720 пикселей и частотой 50 кадров/с. Визуализация поперечных срезов, описанная в разделе 4.3, проводилась при помощи высокочастотного лазера производства фирмы OXLasers мощностью 1 Вт, а съёмка производилась на веб-камеру Logitech C270 с разрешением 900 на 720 пикселей и частотой 30 кадров/с. В этих экспериментах выбор был сделан в сторону веб-камеры (очевидно уступает в качестве съёмки профессиональной) по причине малого размера и веса. Камера закреплялась на угловой держатель, жестко соединённый с платформой координатного устройства, на котором был закреплён лазер.

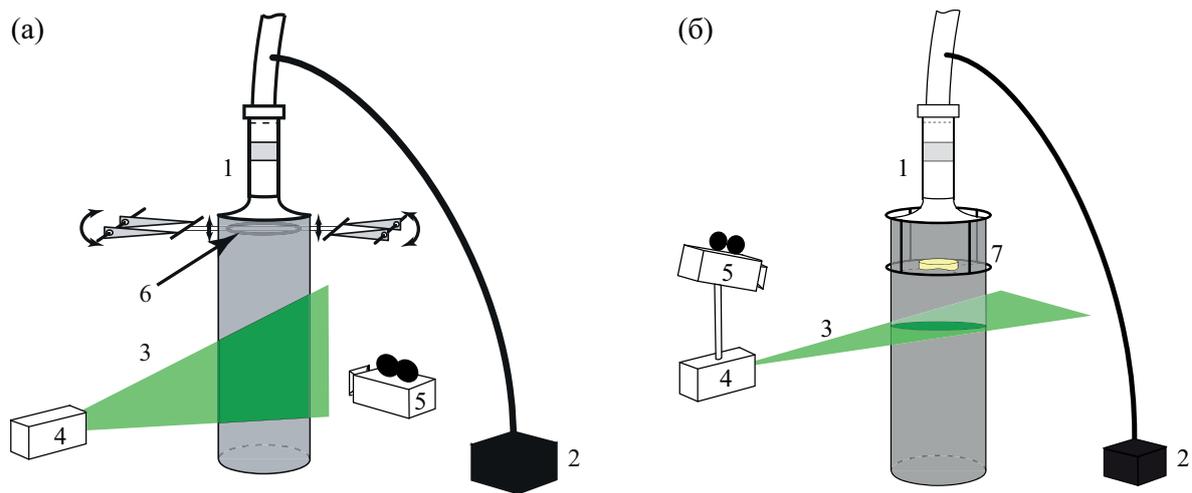


Рис. 2.6: Схема визуализации течения в продольной (а,б) и поперечной (в) плоскостях. Диффузор (1), генератор глицеринового аэрозоля (2), лазерный нож (3), лазер (4), видеокамера (5), осциллирующее кольцо (6), держатель с дефлектором (7).

Таким образом, удалось достичь синхронное перемещение лазера и камеры вдоль оси струи, что было важно для отслеживания развития структуры поперечного сечения струи. Схема проведения этих экспериментов показана на рис. 2.6(б).

Термоанемометрические измерения

Для измерения скорости течения использовалась термоанемометрическая система DISA 56C01 СТА. Сигнал передавался в аналогово-цифровой преобразователь, подключенный к персональному компьютеру. Скорость измерялась с помощью малогабаритных зондов Dantec Dynamics 55P11. Зонд имеет проволочный датчик, установленный на двух прямых иглообразных штырях. Длина проволоки составляет 1.25 мм, а толщина — 5 мкм. Датчик анемометра был установлен на державку и помещен в поток так, чтобы проволока была перпендикулярна, а штыри параллельны потоку. Датчик тарируется стандартным способом. Датчик передвигается при помощи перемещающего механизма вдоль радиального положения и вдоль оси струи. Таким образом, есть возможность измерять скорость в зависимости от радиальной координаты на различных расстояниях от сопла.

Так как термоанемометр измеряет скорость с высокой частотой дискре-

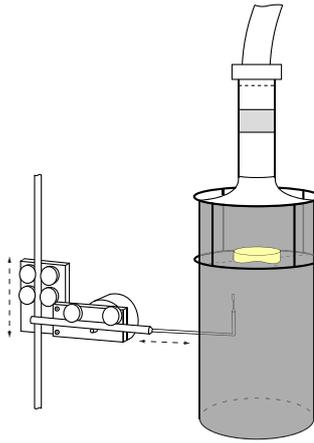


Рис. 2.7: Схема измерения скорости потока с помощью термоанемометра.

тизации (7.5 кГц), а период измерения в каждой пространственной точке составлял 5 – 10 с, его случайная ошибка незначительна. Систематическая ошибка возникает из-за процедуры тарировки, соответственно, в рассматриваемом случае абсолютная ошибка оценивается менее чем в 0.015 м/с, то есть относительная ошибка при средней скорости ~ 1.5 м/с составляет менее 1%. Погрешность в измерении пульсаций скорости определяется погрешностью определения наклона тарировочной кривой. Для рассматриваемого диапазона калибровочных скоростей эта ошибка оценивается менее чем в 3%. Стоит заметить, что, поскольку эта ошибка систематическая, неточность относительных пульсаций скорости в различных пространственных точках, анализируемых ниже в этом исследовании, значительно меньше 3%.

PIV измерения

Для проведения PIV измерений метод засеивания потока мелкими частицами глицерина был таким же, как и для визуализации потока. Поток освещался высокочастотным импульсным лазером NG:Yag Beamtech Vlite-Ni-100, установленным на координатную перемещающую систему. В случаях измерения поперечного сечения, на ту же систему закреплялся стержень с высокоскоростной PIV-камерой Allied Vision Bonito CL-400B. Камера располагалась непосредственно в струе на расстоянии около 720 мм ($\Delta z/D = 6$) ниже измеряемого сечения (рис. 2.8). Схема установки камеры

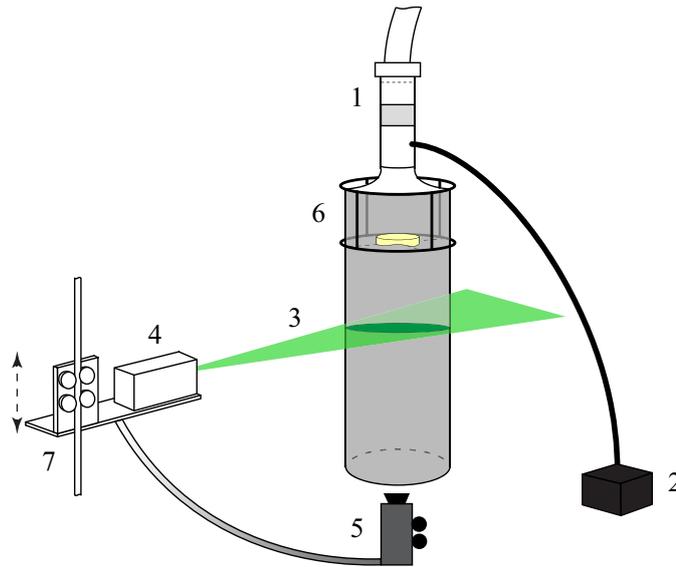


Рис. 2.8: Схема экспериментов PIV (поперечное сечение струи). Диффузор (1), генератор аэрозоля глицерина (2), лазерный нож (3), импульсный лазер высокой частоты (4), высокоскоростная камера (5), держатель с дефлектором (6), координатная система (7).

для измерения продольного сечения была аналогична той, что использовалась для визуализации (рис. 2.6(а)): высокосортная камера устанавливалась на штатив вне потока.

Поскольку скорость потока в изучаемом режиме $U_c = 1.5$ м/с, а задержка между двумя вспышками импульсного лазера не превышала 750 мкс, удалось зафиксировать движение частиц в поперечной плоскости лазерного сечения (толщиной не менее 0.001 м). Эта конструкция позволила проводить съёмку на расстояниях $x/D = 1 - 2$. Пары кадров снимались в основном с частотой 20 Гц.

Обработка изображений проводилась в программном обеспечении ActualFlow и включала в себя применение итеративного алгоритма кросс-корреляции для нахождения скоростей в областях размером 64×64 пикселя с 50%-ным перекрытием, а также последующую фильтрацию векторов по отношению сигнал/шум, а также по величине компонент векторов мгновенной скорости. Засев воздуха, окружающего струю, не проводился. Из-за этого в правой части корреляционных картин полей скорости вне струи можно было обнаружить дефектную область высоких скоростей, которая оставалась после фильтрации и объяснялась шумом камеры (см.

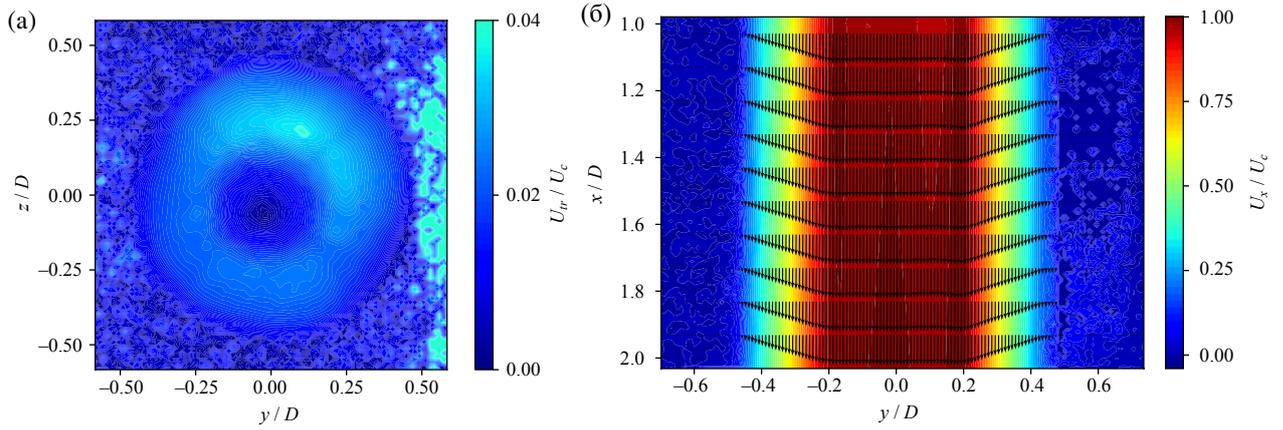


Рис. 2.9: Поля скоростей невозмущённого потока, полученные с использованием PIV: (а) течение в поперечном сечении струи; (б) течение в продольном сечении.

рис. 2.9(а)).

Среднее поле скоростей находилось путём усреднения 3000 мгновенных полей скоростей, поэтому случайная ошибка незначительна. Систематическая ошибка возникала из-за погрешности алгоритма кросс-корреляции, которую можно оценить в $\sim 1\%$.

Пример полученного поля модуля поперечной скорости в струе для невозмущенного потока U_{tr} приведён на рис. 2.9(а), а поля осевой скорости U_x — на рис. 2.9(б).

В 4 главе в PIV измерениях дефлектор устанавливался в поток и проводились измерения средней осевой скорости в центральной плоскости струи или средней поперечной скорости на расстояниях $x/D = 1, 1.25, 1.5, 1.75, 2$ от сопла формирующего устройства. Эти поля были использованы для оценки эволюции возмущений скорости вниз по потоку. В главе 4, для краткости, будут представлены картины течения только для $x/D = 1, 1.5, 2$.

3 Экспериментальная валидация невязкой теории линейной устойчивости в применении к осесимметричной струе ¹

Описанное в предыдущей главе формирующее устройство и доступные методы измерений подтолкнули на проведение экспериментов по валидации теоретических значений параметров устойчивости струйного течения. В данной главе сначала излагается постановка задачи на собственные значения для невязкого уравнения Рэлея, приводятся результаты вычислений. Далее описывается экспериментальный метод возбуждения растущих собственных мод, приводятся результаты экспериментов. Наконец, обсуждается сравнение с линейной теорией и подводится итог проведенного модального анализа.

3.1 Теоретическое исследование собственных мод

Постановка задачи устойчивости

Благодаря достаточно большим числам Рейнольдса, анализ устойчивости проводился в невязком приближении. Чтобы получить безразмерную постановку задачи, скорости были обезразмерены на U_c , а все длины на $D/2$. Уравнения Эйлера, линеаризованные около стационарного однонаправленного струйного течения с заданным профилем скорости, дают уравнение Рэлея для радиальной компоненты возмущения скорости:

$$\begin{aligned} (U(r) - c) \frac{d}{dr} \left(\frac{r}{n^2 + \alpha^2 r^2} \frac{d(rG(r))}{dr} \right) - (U(r) - c)G(r) - \\ - rG(r) \frac{d}{dr} \left(\frac{rU'(r)}{n^2 + \alpha^2 r^2} \right) = 0, \end{aligned} \quad (3.1)$$

где $U(r)$ — профиль скорости основного течения (рис. 2.4), $G(r)$ — амплитуда радиальной компоненты возмущения скорости $u_r = iG(r)e^{i(\alpha x + n\phi - \omega t)}$,

¹При подготовке данной главы диссертации использовались следующие публикации автора, в которых, согласно «Положению о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова», отражены основные результаты, положения и выводы исследования: [30, 68].

$\omega \in \mathbb{R}$ – частота, а $c = \omega/\alpha$ – фазовая скорость. Соответствующее уравнение для плоско-параллельного течения было впервые получено в [98], а его форма для осесимметричного течения была выведена в [49].

Безразмерная частота ω связана с размерной физической частотой Ω через соотношение

$$\omega = \frac{2\pi\Omega D}{U_c} \frac{D}{2}. \quad (3.2)$$

Безразмерное волновое число α определяет размерные инкремент нарастания δ и длину волны через соотношения

$$\delta = -\operatorname{Im} \alpha \left(\frac{D}{2}\right)^{-1} \quad \text{и} \quad \lambda = \frac{2\pi D}{\operatorname{Re} \alpha 2}, \quad (3.3)$$

соответственно.

Функция $G(r)$ должна удовлетворять двум граничным условиям. Первое условие ставится на оси струи для $r = 0$ (подробный вывод дан в [49]):

$$\begin{aligned} G(0) &= 0 && \text{для } n = 0, \\ G'(0) &= 0 && \text{для } n = 1, \\ G(r) &\sim r^{n-1}, \quad r \rightarrow 0 && \text{для } n > 1. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Второе условие затухания, перенесенное из бесконечности, ставится для $r = 1$:

$$\frac{G'(r)}{G(r)} = \frac{K_n''(\alpha r)}{K_n'(\alpha r)} \quad \text{для } r = 1, \quad (3.5)$$

где K_n – модифицированная функция Бесселя второго порядка.

Задача (3.1) вместе с граничными условиями (3.4), (3.5) определяет задачу на собственные значения $\alpha(\omega, n) \in \mathbb{C}$ для каждого $\omega \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{Z}$. Условие (3.4) выбирает одно из двух линейно независимых решений уравнения Рэлея. Интегрируя это решение методом Рунге-Кутты от $r = 0$ до $r = 1$, получается функция $g(\alpha, n, \omega) = G'(1)K_n'(\alpha) - G(1)K_n''(\alpha)$. Для того, чтобы удовлетворить условию (3.5), корень $\alpha(\omega, n)$ уравнения $g(\alpha, n, \omega) = 0$ находится методом секущих.

Для проведения анализа устойчивости были использованы профили скорости на разных расстояниях от сопла (рис. 2.5). На каждом рассто-

янии вниз по течению при интегрировании (3.1) пренебрегалось слабой зависимостью скорости от продольной координаты, поэтому получаемая функция $\alpha(\omega, n, x)$ зависела от x через базовый профиль скорости, который медленно изменялся вместе с x . Такая зависимость от x обязательно предполагает небольшую ненулевую радиальную компоненту базового течения, чем также пренебрегалось. Такой локальный подход применим к базовым течениям, медленно изменяющимся в пространстве, к которым и относится ламинарное струйное течение при больших числах Рейнольдса. Чтобы восстановить глобальный пространственный рост возмущения из локального анализа устойчивости, локальные усиления $\exp(-\operatorname{Im} \alpha(\omega, n, x)\Delta x)$ на каждом маленьком участке Δx перемножаются, что дает глобальное усиление $\exp(-\int \operatorname{Im} \alpha(\omega, n, x)dx)$. Из этого выражения может быть получен так называемый N -фактор для фиксированного значения азимутального волнового числа $n = n_0$ следующим образом:

$$N(x) = \max_{\omega} \int_{x_0}^x (-\operatorname{Im} \alpha(\omega, n_0, x))dx, \quad (3.6)$$

что характеризует глобальный рост возмущений для каждого заданного x как $e^{N(x)}$.

Результаты линейного анализа устойчивости

Осесимметричное возмущение является наиболее удобным для внесения в струю в экспериментальных условиях, поэтому в первую очередь были рассмотрены результаты расчетов для осесимметричного возмущения с $n = 0$, чтобы сравнить предсказания линейной теории с экспериментальными данными.

Были обнаружены две ветви растущих возмущений при $n = 0$. Первая ветвь формируется двумя обобщёнными точками перегиба, расположенными вблизи границы струи, поскольку кривая $c(\omega) = \omega/\alpha(\omega)$, где $\omega \in \mathbb{R}$, соединяет две нейтральных фазовых скорости, равных скоростям в соответствующих точках перегиба (рис. 3.1). Вторая ветвь формируется обобщённой точкой перегиба, наиболее близкой к оси струи: соответствующая кривая $c(\omega)$ соединяет фазовую скорость, равную скорости в этой точке,

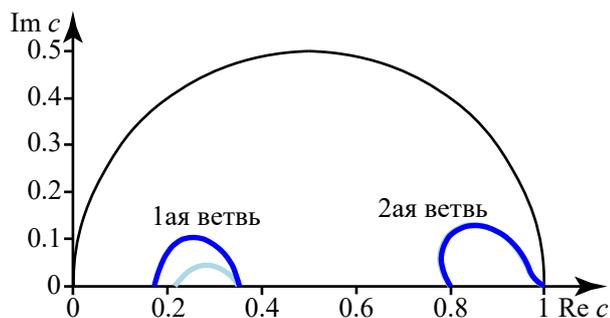


Рис. 3.1: Ветви растущих возмущений для профилей скорости при $x/D = 0.5$ (темно-синий) и $x/D = 1$ (светло-синий) в комплексной полуплоскости s . Кривые для второй ветви совпадают.

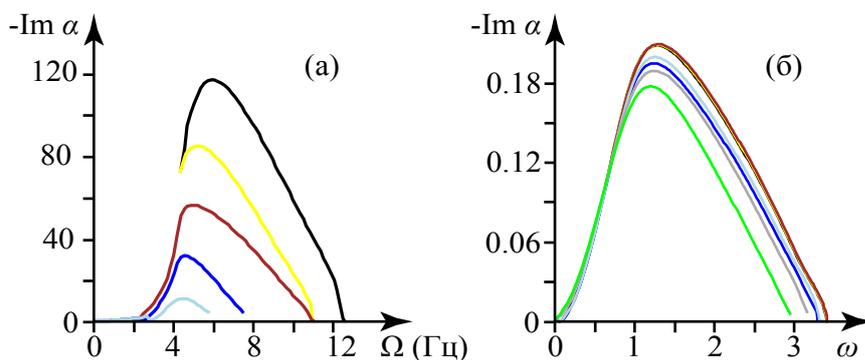


Рис. 3.2: Теоретический безразмерный инкремент пространственного роста $-\text{Im } \alpha$ в зависимости от безразмерной частоты возбуждения ω на различных расстояниях от сопла $x/D \geq 0.04$ для первой (а) и второй (б) ветвей растущих возмущений. Цветовая легенда соответствует легенде на рис. 2.5.

с $s = 1$ (рис. 3.1). Моды первой ветви исчезают на расстояниях $x > 1.8D$ из-за исчезновения двух внешних обобщённых точек перегиба.

Инкременты пространственного роста $-\text{Im } \alpha$ первой ветви растущих возмущений больше, чем у второй ветви (рис. 3.2). Интервал частот растущих возмущений для обеих ветвей $\omega = 0-3.3$ за исключением тех профилей скорости, которые очень близки к соплу (см. рис. 3.2). Соответствующие числа Струхалия $St = \Omega D/U_c$ входят в интервал $St = 0-1.06$. Частоты наиболее растущих возмущений близки для обеих ветвей и лежат в интервале $\omega = 1-1.76$ ($St = 0.33-0.57$)

В случае второй ветви интервал частот, соответствующий наиболее быстро растущим возмущениям, также как и значения инкрементов их нарастания, практически не меняется для разных профилей вниз по течению (рис. 3.2(б)). Возмущения первой ветви растут намного быстрее на

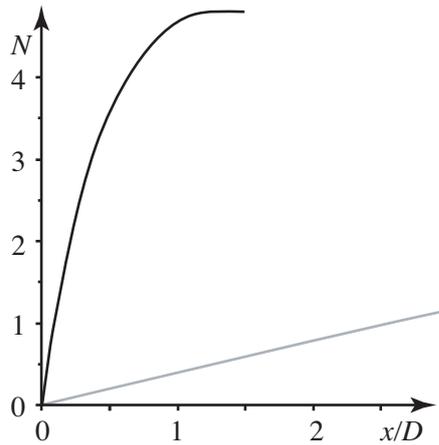


Рис. 3.3: N -факторы, рассчитанные для первой (черный) и второй (серый) мод.

малом расстоянии от сопла, но их инкременты быстро уменьшаются вниз по течению. Тем не менее наиболее растущие частоты остаются в пределах интервала $1 - 1.76$.

Стоит заметить, что в классических струйных течениях с одной точкой перегиба мода неустойчивости соответствует второй моде рассматриваемой в этой работе струи, что особенно хорошо видно, когда две внешние точки перегиба сливаются воедино и исчезают, после чего первая мода затухает и только вторая мода продолжает расти.

Хотя первая мода и растёт на ограниченном отрезке течения x/D (до слияния двух внешних точек перегиба), её рост на начальном отрезке струи выше, чем у второй моды, что может быть оценено через значения N -фактора (3.6), показанного на рис. 3.3 для разных x/D . Исходя из этого, если обе моды возбуждены сравнимыми и достаточно большими амплитудами, переход к турбулентности будет вызван первой модой. Но если же начальные амплитуды возмущений будут достаточно малы и рост первой моды не приведет к нелинейным эффектам до её затухания, тогда переход к турбулентности будет инициирован далее вниз по течению второй модой. Благодаря тому что длины волн первой ветви короче (рис. 3.4), чем у второй, при проведении экспериментальных измерений можно довольно точно определить, какая мода наблюдается.

В случае $n > 0$ расчёты показали, что существуют не более двух ветвей растущих возмущений. У второй ветви растущие возмущения существуют

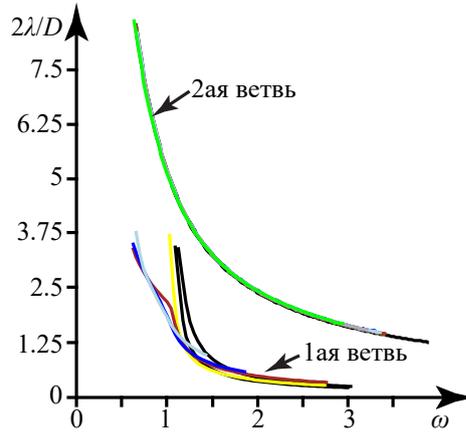


Рис. 3.4: Теоретические безразмерные длины волн $2\lambda/D$ в зависимости от безразмерной частоты возбуждения ω (цветовая легенда соответствует легенде на рис. 2.5).

x/D	1ая ветвь				2ая ветвь	
	$n = 0$	$n = 1$	$n = 2$	$n = 5$	$n = 0$	$n = 1$
0.01	8.90	8.86	8.77	8.2	0.21	0.23
0.04	6.99	6.89	6.65	5.52	0.23	0.24
0.1	5.92	5.77	5.42	4.19	0.24	0.27
0.25	3.92	3.76	3.45	2.50	0.25	0.26
0.5	1.89	1.77	1.56	0.90	0.20	0.27
1	0.76	0.80	0.79	0.33	0.23	0.31
2	–	–	–	–	0.22	0.30
3	–	–	–	–	0.21	0.30

Таблица 1: Максимальные безразмерные инкременты роста $-\text{Im } \alpha$ для различных азимутальных волновых чисел n на разных расстояниях от сопла.

только для $n = 0, 1$; для $n \geq 2$ эти моды затухают. Возмущения первой ветви имеют наибольший максимальный инкремент нарастания для $n = 0$ для профилей вниз по течению на расстоянии $x/D = 0.01, 0.04, 0.1, 0.25, 0.5$, а для $n = 1$ для $x/D = 1, 1.5$. Эти максимумы уменьшаются с увеличением n (см. таблицу 1). Похожее поведение было обнаружено при проведении временного анализа профилей скорости на выходе из диффузора на разных скоростных режимах [116].

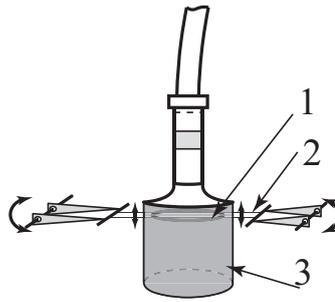


Рис. 3.5: Схема кольца (1) на струнах (2) в струе (3). Кольцо расположено соосно струе на тонких параллельных струнах. Струны приводятся в движение электроприводом в осевом направлении.

3.2 Экспериментальное исследование развития гармонических возмущений

В этом разделе описывается экспериментальная часть исследования влияния вносимых контролируемых возмущений на струю. Было проведено две серии экспериментов: сперва рассматривались возмущения первой ветви (генерируемые двумя точками перегиба близко к периферии струи); затем изучались возмущения второй ветви. Для сравнения экспериментальных данных с предсказаниями линейной теории далее используются размерные частоты Ω (Гц) и длины волн λ (м).

Экспериментальное устройство генерации контролируемых периодических возмущений

Осесимметричные возмущения – наиболее быстро растущие возмущения рассматриваемого струйного течения и наиболее удобны для внесения в струю. Теоретически предсказанные физические частоты Ω наиболее интенсивно растущих возмущений слишком низки ($\approx 0 - 13$ Гц) для использования акустики, поэтому было решено вносить возмущения механически. На двух приводах на расстоянии $x = 19$ мм ($\approx 0.16D$, $D = 0.12$ м) от сопла натянуты две тонкие металлические струны, на этих струнах, в свою очередь, соосно струе закреплено кольцо из проволоки (рис. 3.5). Толщина струны составляет 0.2 мм ($\approx 0.0017D$), и струны не оказывают значительного влияния на струю как в покое, так и при колебаниях вдоль оси струи.



Рис. 3.6: Большое кольцо (указано стрелкой), которое вносит контролируемые возмущения, соответствующие первой моде.

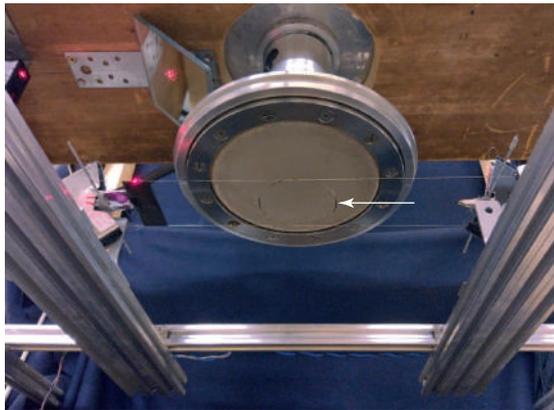


Рис. 3.7: Малое кольцо (указано стрелкой), которое вносит контролируемые возмущения, соответствующие второй ветви.

Амплитуда и частота колебаний кольца задается при помощи электроприводов. В каждой серии экспериментов было использовано одно из двух колец. Первое кольцо имеет диаметр 102.4 мм ($0.85D$), а второе кольцо – диаметр 56.9 мм ($0.47D$) (рис. 3.6 и 3.7). Такие величины диаметров были выбраны для того, чтобы первое (большое) кольцо было расположено между двумя внешними обобщенными точками перегиба, а второе (малое) кольцо примерно под внутренней обобщенной точкой перегиба. Большое и малое кольца должны были усиливать возмущения первой и второй ветвей растущих возмущений соответственно. Толщина проволоки большого кольца составляет 0.8 мм ($\approx 0.0066D$), малого кольца – 0.4 мм ($\approx 0.0033D$). На рассматриваемом режиме скорости числа Рейнольдса потока вокруг их цилиндрических поперечных сечений составляют 42.4 и 35.5, что ниже критического значения, равного 47 [100], поэтому вихревые дорожки Кармана ниже по течению от колец не формируются.

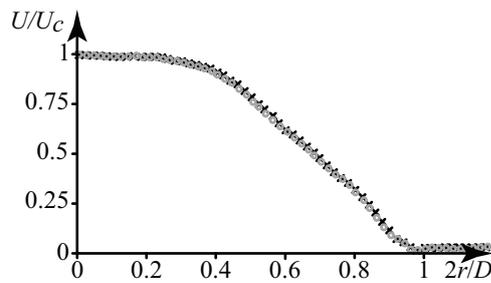


Рис. 3.8: Профили скорости на расстоянии $x/D = 0.54$ без большого кольца (черные крестики) и с большим кольцом в покое (серые круги).

Эксперименты по визуализации течения

Были проведены эксперименты по визуализации течения, в которое вносятся возмущения большим кольцом. Сперва было проверено, что покоящееся кольцо не нарушает ламинарный характер струи (см. первую фотографию на рис. 3.9) и не изменяет существенно профиль скорости (рис. 3.8). Первая серия экспериментов была проведена при разных частотах колебаний при постоянной амплитуде перемещения кольца, а последующие серии – при постоянной амплитуде скоростей колебания. Сначала на частоте $\Omega = 4.75$ Гц ($St = 0.38$) амплитуда колебаний кольца была выбрана равной 0.9 мм. При этой амплитуде влияние колебаний на струю заметно, но оно не настолько велико, чтобы струя разрушалась на малом расстоянии от сопла. В первой серии визуализации амплитуда перемещения была примерно равна этому значению для разных частот колебаний. Эта амплитуда перемещения на частоте 4.75 Гц соответствует амплитуде скорости колебания 0.027 м/с. В последующих сериях экспериментов по визуализации это значение поддерживалось на уровне 0.027 ± 0.003 м/с для разных частот колебаний кольца.

Съемка струи проводилась на частотах колебания кольца 0 – 12 Гц с шагом 0.25 Гц. На рис. 3.9 приведены некоторые примеры.

На участках линейного роста (перед началом формирования вихрей Кельвина-Гельмгольца) были измерены длины синусоидальных волн на границе струи при помощи анализа последовательных кадров из видеозаписей. В частности, измеряется расстояние между двумя последовательными гребнями на компьютерном изображении, как показано на рис. 3.10. Затем это значение масштабируется в миллиметры с помощью калибровочной фотографии линейки, расположенной на том же расстоянии от камеры,

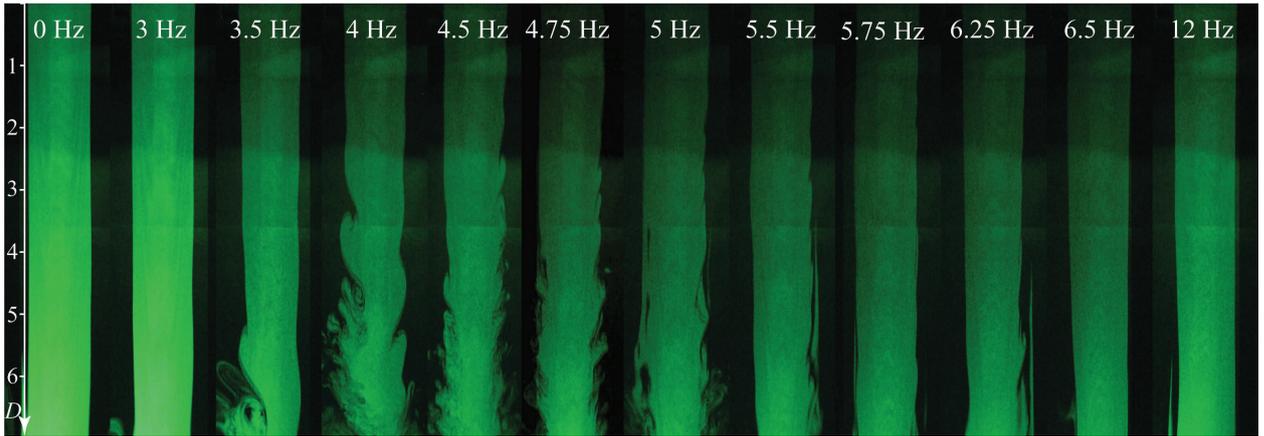


Рис. 3.9: Фотографии струи при колебаниях первого (большого) кольца с различными частотами при постоянной амплитуде скорости колебаний кольца. Аксиальное расстояние измеряется от расположения кольца.

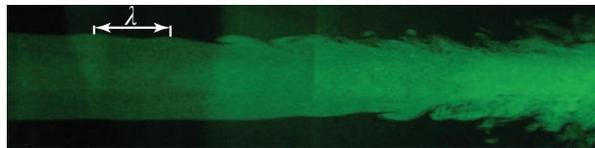


Рис. 3.10: Длина волны возмущения на границе струи при колебаниях первого кольца с частотой 4.5 Гц.

что и лазерный нож. Этот метод имеет два источника погрешности.

Во-первых, разрешение компьютерного изображения составляло 184 пикселя на 100 мм; следовательно, погрешность, вызванная ошибкой в один пиксель, приводит к физической ошибке менее 0.5 мм. Во-вторых, человеческий глаз имеет погрешность в выборе самых высоких точек на гребнях. Эта ошибка не превышает ± 3 мм на каждом гребне. Учитывая, что существует два гребня, общая погрешность измеренной длины волны получается не более ± 6 мм. Измерение расстояния между двумя удаленными друг от друга гребнями делает эту погрешность ещё меньше.

Полученные длины волн сравнивались с рассчитанными значениями в рамках линейной теории. Предполагалось провести аналогичный анализ визуализаций при колебаниях малого кольца для получения длин волн второй ветви возмущений, но этого сделать не удалось: при той же амплитуде колебаний, что и для большого кольца, визуально заметного возмущения границы струи не наблюдалось, т. е. вторая мода локализована внутри струи.

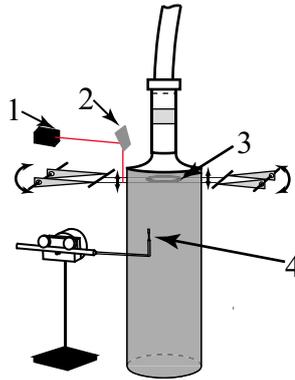


Рис. 3.11: Дальномер (1) и зеркало (2), маленькое колеблющееся кольцо (3) и зонд термоанемометра (4). Лазерный луч дальномера показан красным цветом.

Измерение пульсаций скорости и корреляционный анализ

Для нахождения длин волн второй ветви растущих возмущений использовалась корреляция между двумя сигналами: пульсации скорости и местоположения колеблющегося кольца. Этим же методом была проведена проверка найденных длин волн первой ветви (полученных из визуализаций). Пульсации скорости также использовались в дальнейшем напрямую для анализа их пространственного распределения и получения их инкремента роста.

Для измерения перемещения колеблющегося кольца был использован дальномер (лазерный триангуляционный датчик Riftek RF603), изображенный на рис. 3.11, с погрешностью измерений, заявленной производителем, менее ± 0.25 мм. Несмотря на то, что эта погрешность довольно велика по сравнению с типичной амплитудой колебаний кольца, данные подвергались полосовой фильтрации в области частоты колебаний кольца, что позволяет устранить случайный высокочастотный шум. Сравнение амплитуды, полученной данным методом, с прямыми измерениями амплитуды кольца контактным датчиком показывает погрешность амплитуды порядка ~ 0.04 мм, что является приемлемым для поставленных целей.

Сигналы дальномера и термоанемометра записывались синхронно, и оба сигнала подвергались полосовой фильтрации в диапазоне ± 0.5 Гц вокруг частоты колебаний кольца.

Корреляция $\text{corr}(r, x)$ между дискретным сигналом дальномера s_i^r , $i =$

$0, \dots, N - 1$ и сигналом термоанемометра s_i^{th} , $i = 0, \dots, N - 1$ в заданной пространственной точке (r, x) рассчитывалась как

$$\text{corr}(r, x) = \frac{\sum_0^{N-1} s_i^{th} s_i^r}{\sqrt{\sum_0^{N-1} (s_i^{th})^2 \sum_0^{N-1} (s_i^r)^2}}, \quad (3.7)$$

где N — количество измерений в измеряемом промежутке, равном 10 с. Вычисление корреляции фактически эквивалентно фазовому усреднению сигнала анемометра. Действительно, для колебания кольца $q = a \sin(\omega t)$ и ожидаемого сигнала анемометра $u' = f(r) \sin(\alpha x - \omega t + \phi(r))$ в непрерывном представлении получается:

$$\begin{aligned} \text{corr}(r, x) &= \frac{\int_0^T qu' dt}{\sqrt{\int_0^T u'^2 dt \int_0^T q^2 dt}} = \\ &= \frac{\int_0^T \sin(\omega t) \sin(\alpha x - \omega t + \phi(r)) dt}{\sqrt{\int_0^T \sin^2(\omega t) dt \int_0^T \sin^2(\alpha x - \omega t + \phi(r)) dt}} \rightarrow -\cos(\alpha x + \phi(r)), \quad (3.8) \end{aligned}$$

при стремлении отношения времени усреднения T к периоду колебаний к бесконечности. Следовательно, корреляция как функция x для заданного r должна представлять собой волнообразную функцию, удобную для извлечения длины волны. Прямое фазовое усреднение сигнала анемометра дает ту же информацию, однако, обработка экспериментальных данных обоими методами показала, что корреляционный анализ обеспечивает менее шумное изображение, поэтому он использовался в приведенном ниже анализе. Примеры корреляционных картин в плоскости (r, x) показаны на рис. 3.12 и 3.13, на которых четко видно волнообразные структуры.

Длины волн определялись с помощью автоматизированного анализа изображений корреляционных картин. В частности, выделялись две кривые, проходящие в радиальном направлении через два последовательных

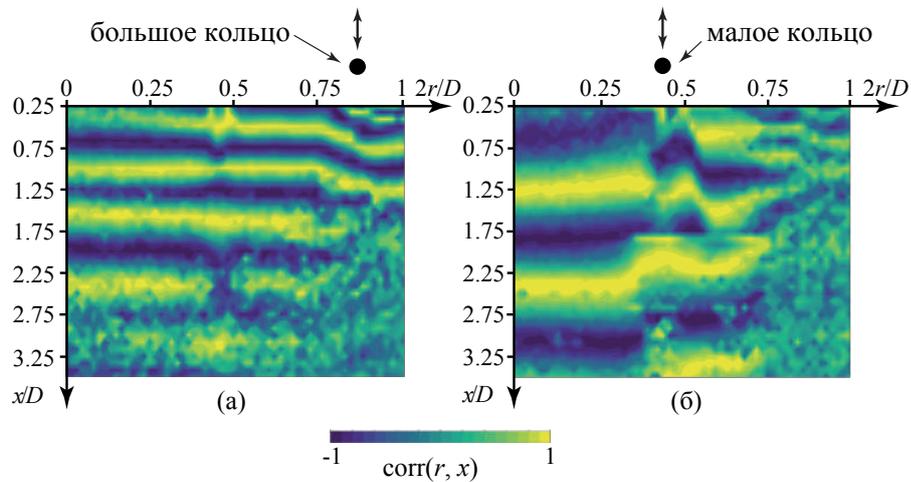


Рис. 3.12: Корреляционные картины сигнала дальнометра и термоанемометра при колебаниях первого (а) и второго (б) кольца. Частота колебаний кольца — 6.6 Гц.

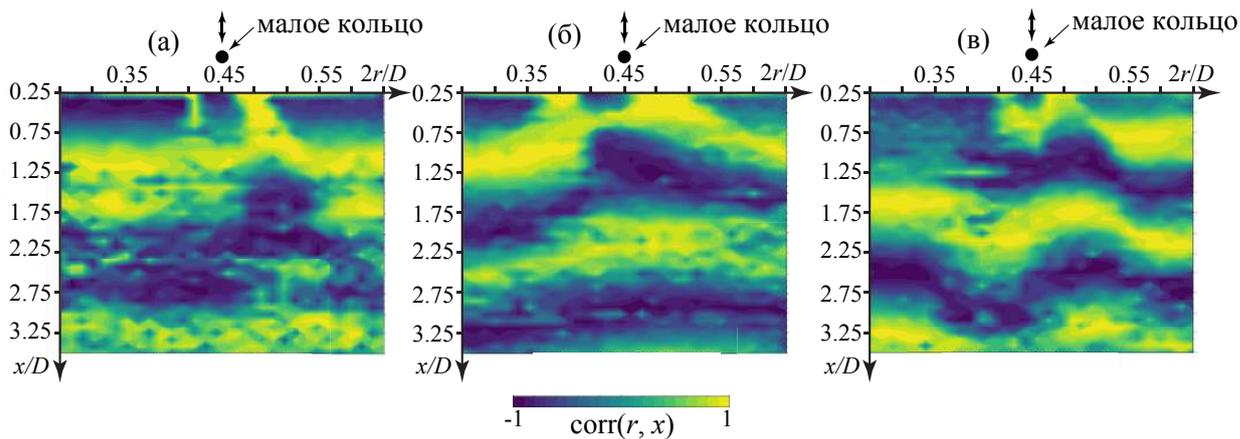


Рис. 3.13: Корреляционные картины сигналов дальнометра и термоанемометра при колебаниях второго кольца на частотах: 5 (а), 6 (б) и 7 (в) Гц.

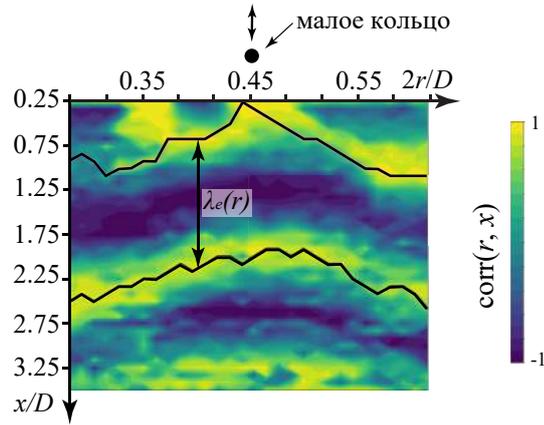


Рис. 3.14: Метод полуавтоматического измерения длин волн: две кривые, проходящие через последовательные максимумы корреляционных коэффициентов, и длина волны $\lambda_e(r)$, которая затем усредняется по радиальной координате.

максимума корреляции (рис. 3.14). Затем для каждого r вычислялось расстояние $\lambda_e(r)$ между этими максимумами, после чего оно усреднялось по радиусу.

Для первой моды, для которой видна четкая однородная волна (рис. 3.12(a)), среднеквадратическое отклонение радиального усреднения достаточно мало (< 13 мм). Для второй моды ситуация получилась несколько хуже. Поскольку моды второй ветви нарастают значительно медленнее, чем моды первой ветви, усиление второй ветви малым кольцом в центре автоматически сопровождается усилением первой ветви вблизи границы струи. При движении вниз по потоку волны первой ветви инициируют переход, который охватывает все большую часть струи (рис. 3.12(б)). Чтобы устранить влияние первой моды, радиальное усреднение для второй моды проводилось на коротком радиальном отрезке (рис. 3.13). Среднеквадратическое отклонение вычисленной длины волны, усредненной по анализируемым частотам, составляет 21 мм, что можно считать погрешностью измерений длины волны для второй моды.

3.3 Результаты экспериментов и сравнение с результатами линейной теории

Длина ламинарного участка

Как показывает визуализация (рис. 3.9), колебания первого кольца значительно сокращают ламинарный участок струи при частотах $\Omega = 4 - 5.5$ Гц ($\omega = 1 - 1.38$), что соответствует теоретическому диапазону частот для наиболее быстро растущих возмущений первой ветви (рис. 3.2(a)). Напротив, при частотах ниже 4 Гц и выше 5.5 Гц влияние колебания кольца уменьшается с уменьшением и увеличением частоты, соответственно. Например, при частотах 3.5, 5.75 и 6.25 Гц (рис. 3.9) наблюдается незначительное воздействие на струю: на границе струи возникают синусоидальные волны, но они не развиваются в вихри Кельвина–Гельмгольца и не разрушают поток до того расстояния вниз по потоку, на котором естественные пульсации скорости разрушают струю без внешнего возбуждения (а именно до $x/D = 5$ [116]). Следует отметить, что невозмущенная струя выглядит ламинарной даже на расстоянии $6D$ от сопла, но в этой области пульсации скорости уже не малы. Другие частоты колебания кольца, показанные на рис. 3.9, вообще не оказывают никакого эффекта на течение.

Эти наблюдения, очевидно, указывают на то, что более быстрый рост мод вызывает более раннюю турбулизацию, что означает качественное соответствие между теоретическими и экспериментальными инкрементами роста. Количественные измерения инкрементов роста возмущений будут описаны ниже.

Длины волн возмущений

Как показано на рис. 3.15, длины волн возмущений первой моды, полученные из анализа корреляционных картин и визуализации, хорошо согласуются друг с другом и с теоретически предсказанными длинами волн. На этом рисунке показаны теоретические кривые для профилей скорости на расстояниях $x/D = 0.25, 0.5$ и 1 для первой ветви и на $x/D = 0.25, 0.5, 1, 2$ и 3 для второй ветви; теоретические кривые для $x/D \leq 0.1$ не показаны,

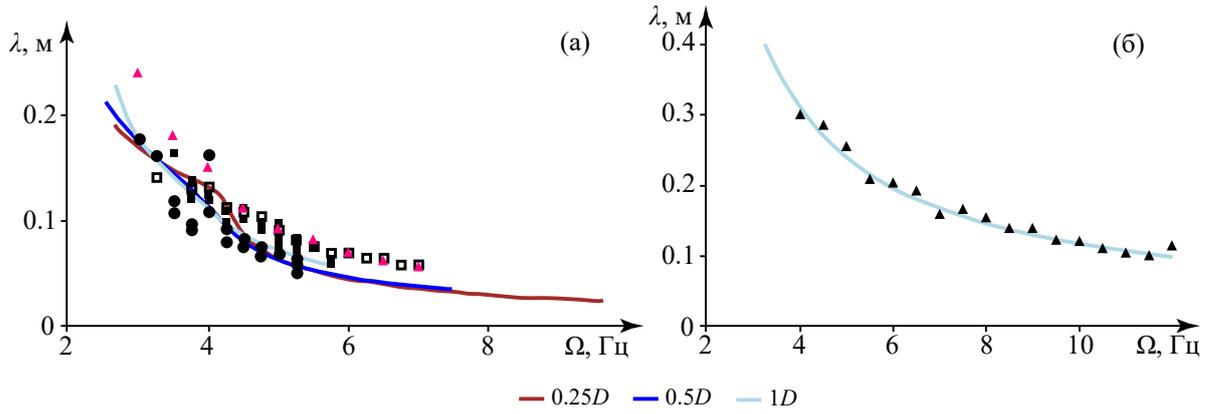


Рис. 3.15: Сравнение теоретических (кривые; цвета соответствуют цветовой легенде на рисунке 2.5) и экспериментальных (маркеры) длин волн возмущений первой ветви (а) и второй ветви (б). Кружки соответствуют эксперименту по визуализации с постоянными амплитудами перемещения кольца; заполненные и незаполненные квадраты обозначают две серии визуализационных экспериментов с постоянными амплитудами скорости колебаний кольца. Розовые и черные треугольники обозначают длины волн, полученные из корреляционных картин по результатам экспериментов с большим и малым кольцом, соответственно.

так как эти расстояния находятся ближе к соплу, чем кольцо ($\approx 0.16D$).

Для второй ветви теоретические длины волн (так же, как и скорости роста, см. раздел 3.3) почти не зависят от расстояния от сопла, поэтому теоретические кривые, рассчитанные для всех рассмотренных расстояний, совпадают друг с другом (см. также рис. 3.4). Из рис. 3.15 очевидно отличное соответствие между экспериментальными точками и теоретическими результатами для второй моды.

Радиальные распределения пульсаций скорости

Для $n = 0$ амплитуда F продольной пульсации скорости $u_x(x, r, t) = F(r)e^{i(\alpha x - \omega t)}$ выражается через амплитуду радиальной компоненты пульсации из уравнения неразрывности следующим образом [49]:

$$F = -\frac{1}{\alpha} \left(G' + \frac{G}{r} \right). \quad (3.9)$$

Для первой ветви экспериментальные радиальные распределения пульсаций скорости (отфильтрованные около значения частоты колебаний коль-

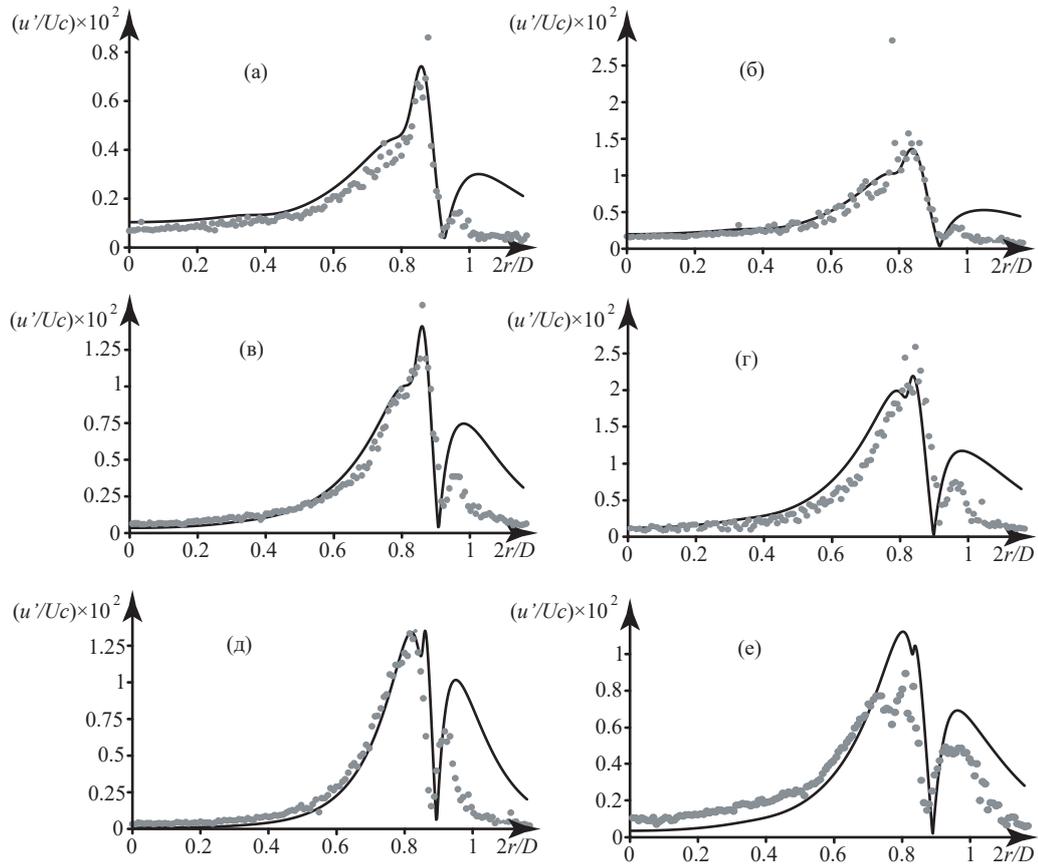


Рис. 3.16: Радиальные распределения теоретически полученной осевой амплитуды $|F|$ растущих волн первой ветви (кривые) и пульсации скорости u'/U_c , полученные в экспериментах с большим кольцом (точки). Расчеты с аппроксимированными профилями и соответствующие ТА измерения для $x/D = 0.5$ (а, в, д) и 1 (б, г, е). Частоты: 4 (а, б), 5 (в, г), 6.6 (д) и 5.7 (е) Гц.

ца ± 1 Гц) на расстояниях $x/D = 0.5$ и 1 соответствуют теоретическим радиальным распределениям F , полученным в расчетах с профилями на тех же расстояниях (рис. 3.16). Различие между экспериментальными и теоретическими результатами вблизи границы струи ($2r/D \approx 1$) вызвано различием между физически трехмерным распределением скорости и однонаправленными профилями, использованными в расчетах.

Действительно, поскольку продольная скорость становится малой вблизи границы струи, она становится сопоставимой с радиальной компонентой, вызванной вязким размытием струи. Иными словами, поток вблизи и за пределами границы струи является трехмерным, что не учитывается примененной осесимметричной теорией. Дополнительным источником различий может являться низкая точность измерений термоанемометра для

малых значений скорости (особенно для $U < 0.1$ м/с). Тем не менее, внутри струи, где поток действительно однонаправленный, согласие между теорией и экспериментами отличное.

Теоретические и экспериментальные радиальные распределения продольных колебаний скорости для второй ветви не совпадают. По всей видимости, причина заключается в том, что волны второй ветви значительно менее интенсивны, чем волны первой ветви, из-за значительно меньших инкрементов нарастания. При усилении второй моды также неизбежно усиливаются волны первой моды, которые перекрывают возмущения второй моды в большей части струи. Это видно на корреляционной картине для полного радиального диапазона (рис. 3.12(б)): при усилении второй моды малым кольцом наблюдается значительное изменение длины волны вдоль радиуса, в то время как при усилении первой моды корреляционная картина довольно однородна (см. рис. 3.12(а)).

Инкременты нарастания возмущений

Для получения глобального роста возмущений вдоль оси струи необходимо проинтегрировать локальные скорости роста, как это описано в разделе 3.1:

$$u'(x)/U_c = A_0 \exp \left(\int_0^x \delta(\xi) d\xi \right). \quad (3.10)$$

Здесь u' – пульсация скорости, а A_0 – произвольная начальная амплитуда. Были произведены расчёты нарастания возмущений с помощью (3.10) для частоты 5 Гц для первой ветви и для частот 4, 5, 6, 8, 10 и 12 Гц для второй ветви.

На рис. 3.17 и 3.18 теоретические кривые нарастания сравниваются с максимальными пульсациями скорости (отфильтрованными вокруг частоты колебаний кольца), измеренными в экспериментах на различных расстояниях от сопла в небольшом радиальном интервале под местом, где располагалось кольцо.

Видно, что вблизи кольца (на расстоянии $x/D \approx 1$) экспериментальные значения пульсаций скорости уменьшаются, поскольку введенное воз-

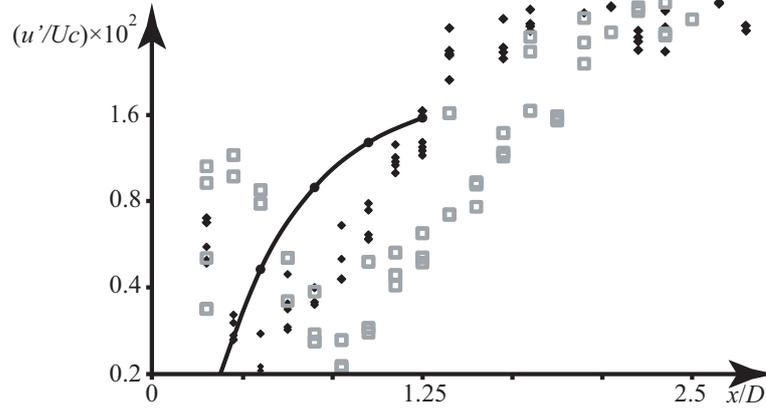


Рис. 3.17: Теоретические кривые нарастания амплитуды первой моды с частотой 5 Гц (черные круги со сплошной линией) и максимальные пульсации скорости u'/U_c в зависимости от x/D в двух сериях экспериментов с большим кольцом (черные и серые маркеры).

мушение не соответствует в своем пространственном распределении растущей собственной моде. После затухания всех других пространственных компонент возмущения, собственная мода остается единственной растущей компонентой, так что общее возмущение начинает расти. В пределах этого участка вниз по потоку инкремент роста должен соответствовать теоретическому предсказанию. Далее по течению, после области линейного роста, происходит переход в область нелинейного развития возмущений, параметры которой не могут быть описаны в рамках линейного анализа устойчивости.

Для наглядного сравнения с экспериментом в области линейного роста константа A_0 выбиралась индивидуально для каждого графика на рис. 3.17 и 3.18. Ее фактическое значение определяется восприимчивостью растущей моды к вносимому возмущению, что выходит за рамки проведенного исследования. Более того, изменение A_0 лишь смещает теоретическую кривую вверх или вниз, но не изменяет наклон, который определяет инкремент нарастания.

Для первой ветви экспериментальный инкремент роста при частоте 5 Гц (вычисленный как наклон линейной области $\ln(u'/U_c)$ как функции от x) больше, чем для второй ветви, что согласуется с теоретическими предсказаниями (рис. 3.17). Хотя экспериментальные точки первой моды для двух серий экспериментов смещены вдоль оси (из-за необходимого пространства

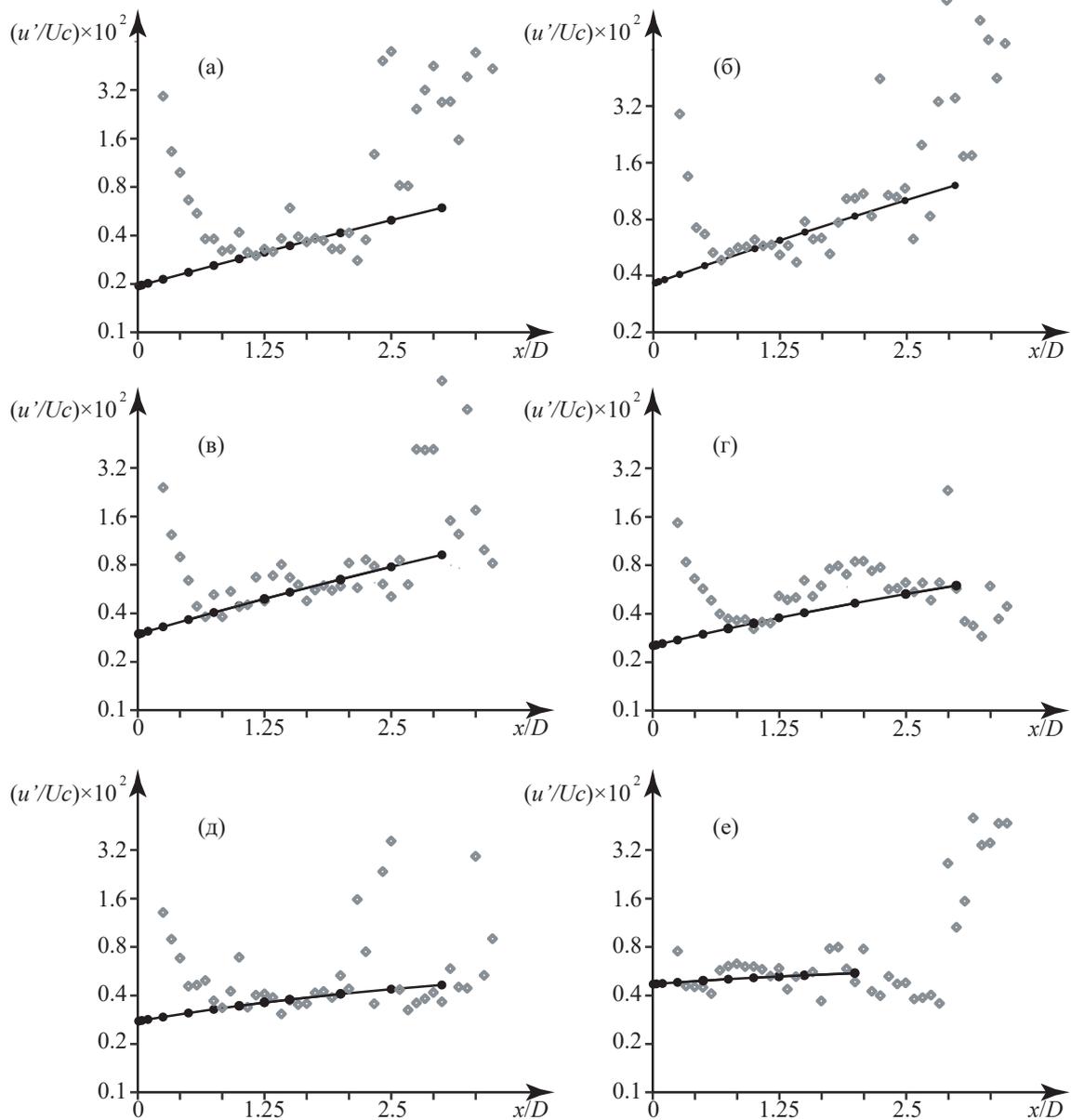


Рис. 3.18: Теоретический рост мод второй ветви (черные кружки, соединенные сплошными линиями) и максимальные значения пульсаций скорости в эксперименте u'/U_c в зависимости от x/D . Частоты: 4 (а), 5 (б), 6 (в), 8 (г), 10 (д) и 12 (е) Гц.

для радиального перераспределения возмущения, что было описано выше), их наклоны в линейной части нарастания согласуются с наклоном теоретической кривой.

Для второй ветви (рис. 3.18) также видно отличное соответствие между теорией и экспериментами в определенном диапазоне расстояний от сопла. Наклон в линейной области функции $\ln(u'/U_c)$ уменьшается с увеличением частоты возмущения от 5 до 12 Гц (рис. 3.18), что также согласуется с теоретическими результатами.

3.4 Выводы по третьей главе

Проведено экспериментальное исследование развития малых контролируемых осесимметричных возмущений в ламинарной струе при $Re = 5400$. Контролируемые возмущения вносились в струю поочередно посредством колебаний двух тонких металлических колец разных диаметров, соответствующих точкам перегиба профиля скорости. В рассматриваемом течении имеются две осесимметричные растущие моды, которые изучались отдельно. Первая мода, которая локализована вблизи границы струи, и вторая мода, порождаемая внутренней точкой перегиба, были экспериментально исследованы при помощи визуализации потока лазерным ножом и измерений термоанемометром. Вторая мода дополнительно изучалась при помощи корреляционного анализа двух сигналов: пульсаций скорости, измеренных термоанемометром, и гармонических перемещений кольца, измеренных дальномером. Результаты сравниваются с расчетными параметрами собственных мод уравнения Рэлея в предположении осевой симметрии потока. Было показано, что длины волн и инкременты нарастания обеих мод, а также радиальные распределения продольной компоненты пульсации скорости первой моды находятся в отличном соответствии с линейной теорией.

В отличие от предыдущих исследований, была рассмотрена по настоящему ламинарная длинная часть струи, и возмущения в проведенных экспериментах действительно малы и имеют длинную область экспоненциального развития вниз по потоку. В этом смысле проведенное исследование является первой полноценной валидацией невязкой теории устой-

чивости в применении к струйному течению. Хорошее согласие между экспериментальными и теоретическими данными частично закрывает вопрос о роли нелинейных механизмов в начальной эволюции возмущений в струях: быстро развивающаяся невязкая неустойчивость развивается линейно, по крайней мере для течений с низким уровнем естественных возмущений.

Ожидается, что рост возмущений согласно теории линейной невязкой устойчивости, как показано в этой главе диссертации для ламинарной струи, также может происходить в других неограниченных потоках, таких как след за телом и неограниченные стенками сдвиговые слои, для которых механизм невязкой неустойчивости, порожденной точкой перегиба профиля скорости, аналогичен тому, который наблюдается в струйных течениях.

4 Идентификация немодального механизма роста возмущений в струйном течении ¹

Наряду с модальным механизмом роста возмущений, который описывает экспоненциальный рост малых возмущений, в пристенных течениях хорошо известен немодальный «lift-up» механизм, ответственный за алгебраический рост малых возмущений. В главе 1 диссертации (обзор литературы) изложено современное состояние исследований в этой области, в том числе в применении к струям, кратким выводом которому является отсутствие экспериментальных доказательств наблюдения этого механизма в струйных течениях. Данная глава посвящена экспериментальному методу внесения стационарных возмущений в струю с целью инициализации немодального роста, проведенным измерениям и анализу развития этих возмущений. В начале главы приводится теоретическая основа исследования: описывается метод нахождения собственных мод вязкой, несжимаемой жидкости, алгоритм и результаты вычисления оптимальных возмущений. Результаты экспериментов качественно и количественно сравниваются с параметрами оптимальных возмущений.

4.1 Теоретический анализ оптимально растущих возмущений рассматриваемого струйного течения

Метод расчёта оптимальных возмущений

Идея пространственных оптимальных возмущений заключается в нахождении такого возмущения, которое приведёт к наибольшему увеличению кинетической энергии возмущения для заданной продольной координаты x и частоты. Исследование оптимальных возмущений начинается с поиска собственных мод струи, определяемые профилем скорости (рис. 4.8). Рассматриваются безразмерные уравнения движения вязкой несжимаемой

¹При подготовке данной главы диссертации использовались следующие публикации автора, в которых, согласно «Положению о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова», отражены основные результаты, положения и выводы исследования: [2, 9, 72].

жидкости:

$$\begin{cases} \mathbf{u}_t + (\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} = -\nabla p + \frac{1}{Re}\nabla^2\mathbf{u} \\ \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \end{cases}, \quad (4.1)$$

где \mathbf{u} — вектор скорости жидкости, p — давление, а Re — число Рейнольдса, построенное по максимальной скорости струи U_c и радиусе сопла $D/2$. Индекс t обозначает производную по времени. В уравнения (4.1) подставляются компоненты скорости и давления с малыми возмущениями $\mathbf{u} = \mathbf{U} + \mathbf{u}'$, $p = P + p'$, $\|\mathbf{u}'\|/\|\mathbf{U}\| \ll 1$, где \mathbf{u}' — возмущение скорости жидкости, p' — возмущение давления, а $\mathbf{U} = U(r)\mathbf{e}_x$ — невозмущенное поле скорости потока. После линеаризации получается:

$$\begin{cases} \mathbf{u}'_t + (\mathbf{U} \cdot \nabla)\mathbf{u}' + (\mathbf{u}' \cdot \nabla)\mathbf{U} = -\nabla p' + \frac{1}{Re}\nabla^2\mathbf{u}' \\ \nabla \cdot \mathbf{u}' = 0 \end{cases}, \quad (4.2)$$

В соответствии с [79], возмущения рассматриваются в виде собственных мод в цилиндрических координатах (r, θ, x) :

$$\mathbf{u}' = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} (r, \theta, x, t) = e^{i(\alpha x + n\theta - \omega t)} \begin{bmatrix} iF \\ G \\ H \end{bmatrix} (r), \quad (4.3)$$

$$p' = p(r, \theta, x, t) = e^{i(\alpha x + n\theta - \omega t)} P(r)$$

где α — осевое волновое число, n — азимутальное волновое число, а ω — частота.

При заданной вещественной частоте ω и целочисленном азимутальном волновом числе n , задача на собственные значения осевого волнового числа α решается спектральным методом коллокаций Чебышёва. Сначала подставляем уравнение (4.3) в уравнения (4.2), чтобы получить обыкновенную дифференциальную задачу на собственные значения:

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} & \frac{n}{r} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \Delta & -\frac{2n}{r^2} & 0 & iRe \frac{\partial}{\partial r} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{2n}{r^2} & \Delta & 0 & -\frac{iRe \cdot n}{r} & 0 & 0 & 0 \\ -iRe \frac{dU}{dr} & 0 & \Delta_x & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F \\ G \\ H \\ P \\ \alpha F \\ \alpha G \\ \alpha H \end{pmatrix} = \tag{4.4}$$

$$\alpha \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ iRe \cdot U & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & iRe \cdot U & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & iRe \cdot U & iRe & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F \\ G \\ H \\ P \\ \alpha F \\ \alpha G \\ \alpha H \end{pmatrix},$$

где

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + iRe \cdot \omega - \frac{n^2 + 1}{r^2}, \quad \Delta_x = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + iRe \cdot \omega - \frac{n^2}{r^2}$$

В уравнении (4.4) увеличено число независимых переменных, добавив αF , αG и αH , чтобы преобразовать систему к линейному виду относительно α . Система (4.4) дополняется следующими краевыми условиями. При $r \rightarrow +\infty$ требуется затухание возмущений:

$$\begin{aligned} F(+\infty) &= G(+\infty) = H(+\infty) = P(+\infty) = \\ &= \alpha F(+\infty) = \alpha G(+\infty) = \alpha H(+\infty) = 0. \end{aligned} \tag{4.5}$$

При $r = 0$, требуется выполнение следующих условий

$$\begin{aligned}
\text{для } n = 0 : & \quad \begin{cases} F(0) = G(0) = \alpha F(0) = \alpha G(0) = 0, \\ \frac{\partial H}{\partial r}(0) = \frac{\partial \alpha H}{\partial r}(0) = 0, \frac{\partial P}{\partial r} = 0. \end{cases} \\
\text{для } |n| = 1 : & \quad \begin{cases} H(0) = P(0) = \alpha H(0) = 0, \\ F(0) + G(0) = 0, \quad \alpha F(0) + \alpha G(0) = 0, \\ 2\frac{\partial F}{\partial r}(0) + \frac{\partial G}{\partial r}(0) = 0, \quad 2\frac{\partial \alpha F}{\partial r}(0) + \frac{\partial \alpha G}{\partial r}(0) = 0. \end{cases} \\
\text{для } |n| \geq 2 : & \quad F(0) = G(0) = H(0) = P(0) = \\
& \quad = \alpha F(0) = \alpha G(0) = \alpha H(0) = 0.
\end{aligned} \tag{4.6}$$

Затем дифференциальная задача на собственные значения дискретизируются методом коллокаций Чебышёва. Бесконечная область сокращается до $0 \leq r \leq R_{out}$, где R_{out} выбирается достаточно большим, и граничные условия (4.5) задаются при $r = R_{out}$. После того, как сетка Гаусса-Лобатто накладывается на физическую область, вычисляется так называемая матрица дифференцирования Чебышёва. Для вычислительной области $(-1, 1)$ матрица дифференцирования Чебышёва размером M имеет следующие элементы [57]:

$$(D_M)_{jl} = \begin{cases} \frac{\bar{c}_j}{\bar{c}_l} \frac{(-1)^{j+l}}{x_j - x_l}, & j \neq l, \\ -\frac{x_l}{2(1-x_l^2)}, & 1 \leq j = l \leq M - 2, \\ \frac{2(M-1)^2+1}{6}, & j = l = 0, \\ -\frac{2(M-1)^2+1}{6}, & j = l = M - 1, \end{cases} \tag{4.7}$$

где $x_j = \cos \frac{\pi j}{M-1}$ для $j = 0, \dots, M - 1$, а $\bar{c}_j = 2$ для $j = 0, M - 1$ и $\bar{c}_j = 1$ в остальных случаях. Для произвольного интервала матрица дифференцирования Чебышёва может быть вычислена с использованием правила дифференцирования сложной функции и уравнения (4.7). После этого производная $\partial/\partial r$ заменяется на неё в уравнениях (4.4). Наконец, используются граничные условия (4.5) и (4.6), после чего получается алгебраическая задача на собственные значения. Более подробная информация о

методе коллокаций Чебышёва представлена в [57, 111]. Выбор R_{out} и размера сетки был основан на исследовании сходимости спектра для каждого n и ω .

Таким образом, в вязкой линейной формулировке для рассматриваемого профиля скорости находится множество собственных значений и соответствующих собственных векторов $\{\alpha_j, \mathbf{q}_j\}$. Они включают в себя как дискретные собственные значения, так и дискретизированный непрерывный спектр. Произвольное возмущение с заданными n, ω может быть представлено в виде разложения по собственным модам:

$$\mathbf{q}(r, \theta, x, t) = \sum_{j=1}^N \gamma_j \mathbf{q}_j(r) e^{i(\alpha_j x + n\theta - \omega t)}, \quad (4.8)$$

где $\mathbf{q} = (u, v, w, p)$ является вектором состояния системы, α_j и $\mathbf{q}_j = (iF, G, H, P)$ — соответственно j -ое собственное значение и соответствующий собственный вектор; N — количество собственных мод, используемых в расчетах.

Возмущения с $\text{Im } \alpha < 0$ перемещаются вверх по течению от генератора возмущений и не включаются в это разложение, за исключением дискретных мод неустойчивости, движущихся вниз по течению. Для рассматриваемого профиля скорости возможно наличие нуля, одной или двух мод неустойчивости, в зависимости от ω и n [68]. Для разделения усиливающихся вниз по течению и затухающих вверх по течению мод (обе имеют $\text{Im } \alpha < 0$ для $\omega \in \mathbb{R}$) был использован следующий метод. В соответствии с принципом причинности, при $\text{Im } \omega \rightarrow +\infty$ все моды однозначно разделяются на движущиеся вверх по течению ($\text{Im } \alpha < 0$) и вниз по течению ($\text{Im } \alpha > 0$) волны. Для фиксированного значения $\text{Re } \omega$ увеличивалось значение $\text{Im } \omega$ от нуля до $\text{Im } \omega > 0$ и наблюдалось движение собственных значений на комплексной плоскости α , как показано на рис. 4.1.

При увеличении $\text{Im } \omega$ выбирались собственные значения α , перемещающиеся в верхнюю полуплоскость, и, таким образом, представляющие собой действительно движущиеся вниз по течению волны. Как и ожидалось, только моды неустойчивости, связанные с точкой перегиба профиля скорости [68], первоначально находящиеся при $\text{Im } \alpha < 0$, переместились в

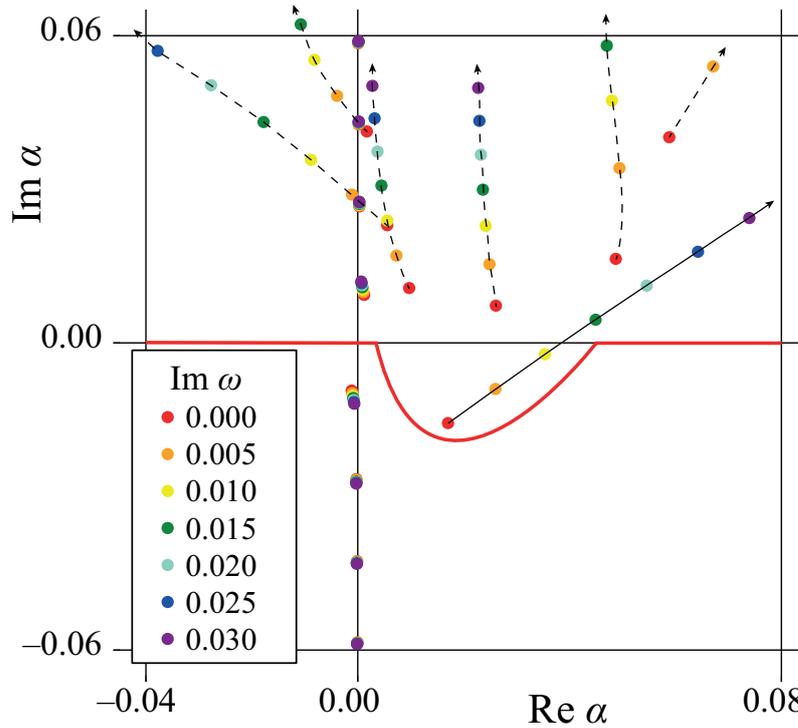


Рис. 4.1: Расположение собственных значений в комплексной плоскости α при увеличении $\text{Im } \omega$ для $\text{Re } \omega = 0.01$, $n = 1$. Пунктирные стрелки обозначают движение затухающих мод, перемещающихся вниз по течению, а сплошная стрелка представляет собой мод, усиливающуюся при движении вниз по течению. Красная кривая разделяет моды, перемещающиеся вниз по течению, и моды, перемещающиеся вверх по течению.

верхнюю полуплоскость и, следовательно, были включены в разложение (4.8). В расчетах предполагается, что собственные моды упорядочены по возрастанию $\text{Im } \alpha$ и выбираются первые N мод для разложения (4.8).

В качестве функциональной нормы, для которой решается задача оптимизации, рассматривается кинетическая энергия возмущения:

$$E(x) = \frac{1}{4\pi T} \int_0^\infty \int_0^T \int_0^{2\pi} ((\text{Re } u)^2 + (\text{Re } v)^2 + (\text{Re } w)^2) r d\theta dt dr, \quad T = \frac{2\pi}{\omega}. \quad (4.9)$$

Для стационарных возмущений анализируется предел при $\omega \rightarrow 0$. Для нормализации начальной кинетической энергии возмущений предполагается, что $E(0) = 1$.

После подстановки (4.8) в (4.9) кинетическая энергия возмущения (4.8)

выражается как квадратичная функция коэффициентов разложения:

$$E(x; \gamma) = \sum_{j,k=1}^N \gamma_j^* E_{jk} \gamma_k = \gamma^\dagger \mathbf{E}(x) \gamma. \quad (4.10)$$

где $*$ означает комплексное сопряжение, \dagger — оператор эрмитова сопряжения, γ — вектор-столбец коэффициентов разложения (4.8), а компоненты матрицы $\mathbf{E}(x)$ выглядят следующим образом:

$$E_{ij} = \frac{1}{4} \exp((-i\alpha_i^* + i\alpha_j)x) \int_0^\infty (F_i^* F_j + G_i^* G_j + H_i^* H_j) r \, dr. \quad (4.11)$$

Таким образом, задача оптимальных возмущений сводится к задаче условной оптимизации [54]:

$$\gamma^\dagger \mathbf{E}(x) \gamma \rightarrow \max, \quad \text{при условии, что } \gamma^\dagger \mathbf{E}(0) \gamma = 1, \quad (4.12)$$

Задача (4.12), в свою очередь, сводится к обобщённой эрмитовой задаче на собственные значения

$$\mathbf{E}(x) \gamma = \sigma \mathbf{E}(0) \gamma, \quad (4.13)$$

При этом наибольшие собственные значения σ_{max} соответствуют оптимальному значению энергии $E(x)$ для заданного x . Значение σ_{max} находится по степенному итерационному методу.

В итоге, алгоритм расчёта оптимального возмущения для заданного x выглядит следующим образом. После вычисления собственных значений α_j и соответствующих собственных векторов отбираются те, которые соответствуют модам, движущимся вниз по течению. Затем вычисляются матрицы $\mathbf{E}(x)$ и $\mathbf{E}(0)$, и находится наибольшее собственное значение задачи (4.13), которое определяет величину оптимальной энергии возмущения. Соответствующий собственный вектор γ используется для расчета начальных и конечных пространственных распределений (4.8) оптимального возмущения. Для каждого n и ω проводилось исследование сходимости по числу мод, движущихся вниз по течению N , используемых в разложении (4.8). N изменялось от 200 до 1500 для проверки сходимости.

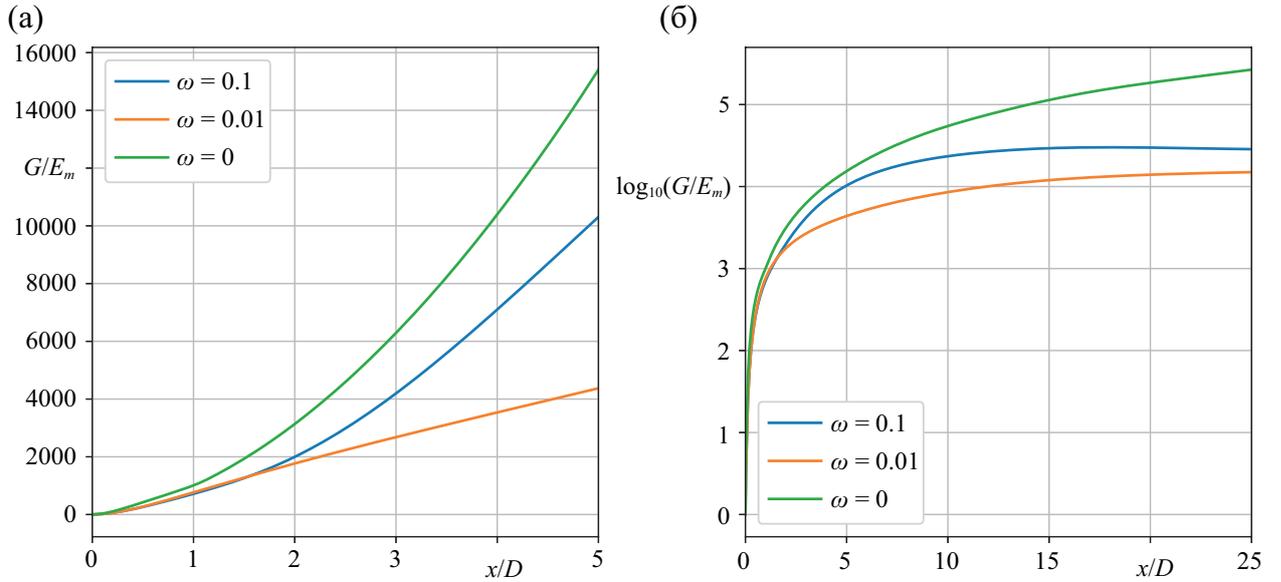


Рис. 4.2: Отношение энергии оптимальных возмущений к энергии самой быстрорастущей собственной моды для различных частот при $n = 1$: $x/D \leq 5$ (а); $x/D \gg 1$ (б).

Результаты вычислений

В работе [54] было показано, что для нескольких типов профилей скорости струи стационарные возмущения (то есть возмущения при $\omega \rightarrow 0$) демонстрируют наибольший немодальный рост. Такой же результат был получен для рассматриваемого профиля. Примеры показаны на рис. 4.2 и 4.3, где отношение максимальной относительной кинетической энергии G всех возмущений

$$G(x) = \max \frac{E(x)}{E(0)}$$

к энергии самой быстрорастущей собственной моды (обозначенной как E_m на рис. 4.2 и 4.3) достигает своего максимума при $\omega \rightarrow 0$. Поэтому в дальнейшем рассматриваются только стационарные оптимальные возмущения, т.е. $\omega = 0$.

Известно, что при $\omega = 0$ все собственные моды линеаризованных уравнений Навье-Стокса либо затухают, либо нейтральны (это также было проверено для рассматриваемого профиля скорости струи). Следовательно, рост возмущений априори не может быть вызван одной модой, и в этом смысле он по определению является немодальным. Таким образом, рост стационарного возмущения вдоль потока может быть объяснён лишь огра-

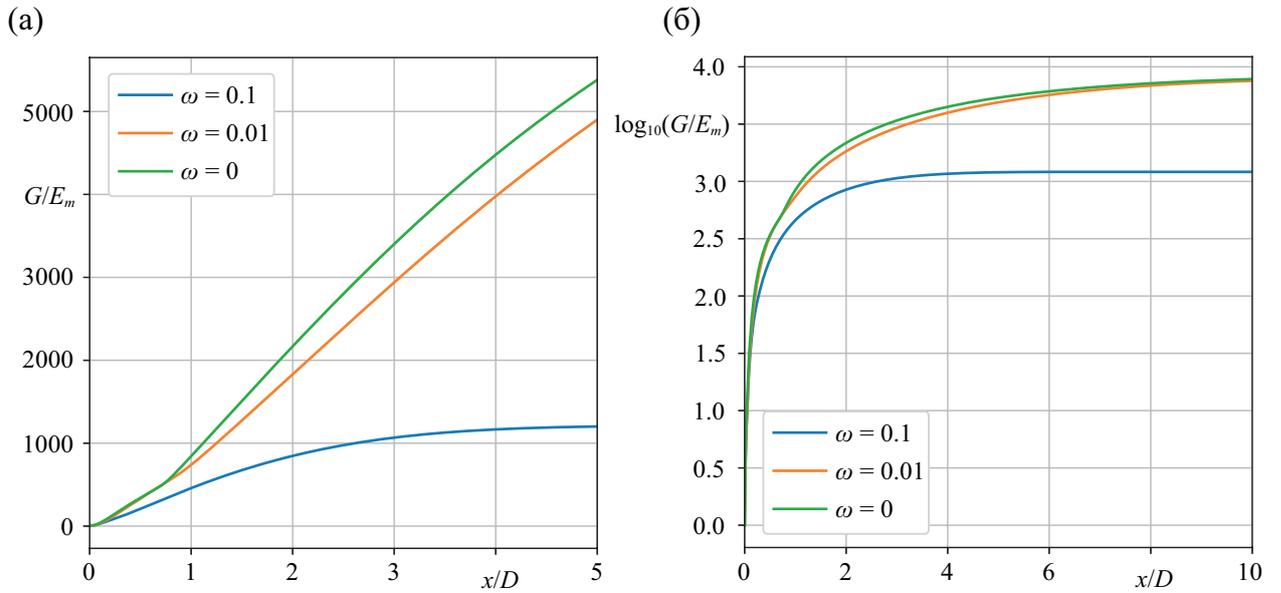


Рис. 4.3: Отношение энергии оптимальных возмущений к энергии самой быстрорастущей собственной моды для различных частот при $n = 5$: $x/D \leq 5$ (а); $x/D \leq 10$ (б).

ническим ростом комбинации затухающих мод. Комбинация затухающих мод действительно может расти благодаря несамосопряжённости линеаризованного оператора Навье-Стокса и неортогональности его собственных векторов (см. подробности в книге [105]).

На рис. 4.4 показано $G(x)$ для различных азимутальных волновых чисел. Каждая кривая на рис. 4.4 изображает огибающую семейства кривых для относительной кинетической энергии всех возможных стационарных возмущений для заданного n . Можно заметить, что при малых значениях x возмущения с разными n растут с близкими скоростями, однако с увеличением x меньшие n соответствуют большему росту возмущений. Для классических профилей скорости немодальный рост осесимметричных возмущений ($n = 0$) за счёт механизма Орра значительно слабее, чем для $n \neq 0$, при которых возмущения растут согласно «lift-up» механизму [73]. Такой же результат был получен для рассматриваемого в диссертации профиля скорости: для осесимметричных возмущений $n = 0$ оптимальный прирост энергии G не превышает величины 81 для всех x .

Поскольку невозмущённый профиль осесимметричен, для каждого $n \neq 0$ существует спиральное решение, закрученное против часовой стрелки, и аналогичное решение, закрученное по часовой стрелке для $-n$. Чтобы

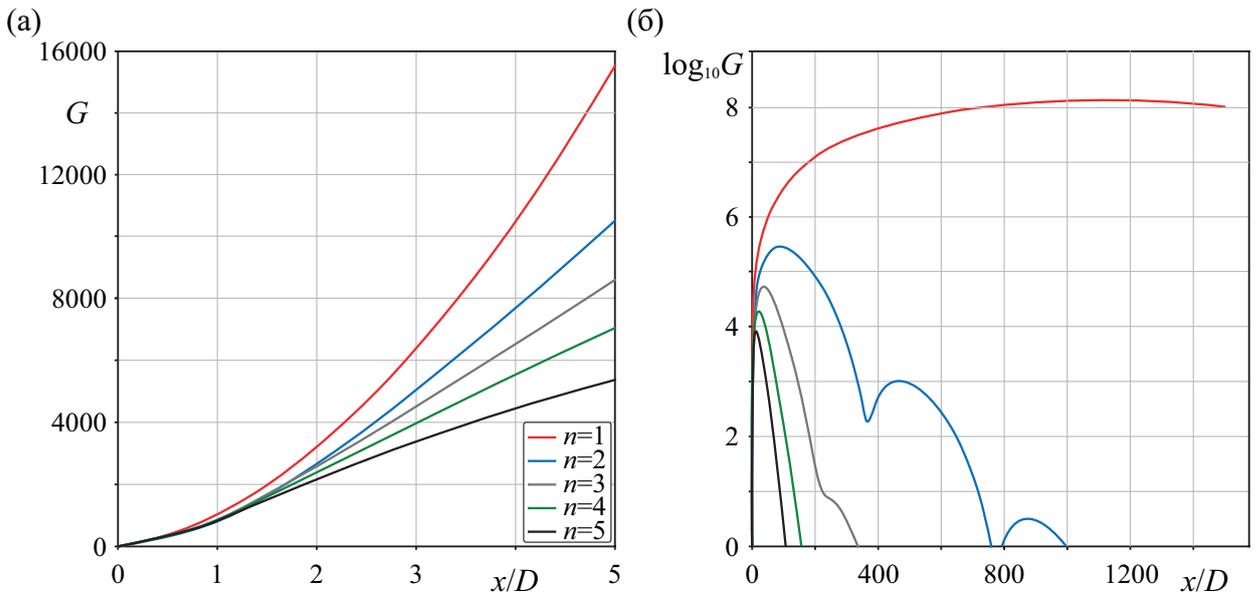


Рис. 4.4: Рост энергии стационарных оптимальных возмущений для различных азимутальных чисел n : $x/D \leq 5$ (а); $x/D \gg 1$ (б).

получить оптимальное решение без закрутки, усредняются два спиральных возмущения:

$$\tilde{\mathbf{q}}^n(r, \theta, x) = \frac{\mathbf{q}^n(r, \theta, x) + \mathbf{q}^{-n}(r, \theta, x)}{2}, \quad (4.14)$$

где \mathbf{q}^n — оптимальное возмущение для заданного n при $\omega \rightarrow 0$. Три оптимальных возмущения, два с закруткой в противоположные стороны и одно без закрутки, имеют одинаковые оптимальные приросты энергии $G(x)$.

Визуализация оптимальных возмущений без закрутки для значений x , при которых $G(x)$ достигает максимума, показана на рис. 4.5, где возмущение осевой скорости показано цветом, линии тока нанесены для поперечных скоростей, а белая окружность обозначает границу невозмущенной струи.

Видно, что случаи $n = 1$ и $n > 1$ отличаются по своей пространственной структуре. В случае $n = 1$ оптимальное возмущение имеет форму смещения, результатом которой является сдвиг струи. Этот эффект называется «shift-up» эффектом в работе [73]. За счет переноса более быстрой зоны из ядра струи в слой сдвига, этот сдвиг приводит к увеличению и уменьшению осевой скорости в двух противоположных областях сдвига. В случае $n > 1$ оптимальное возмущение состоит из нескольких вихревых структур (количество которых равно $2n$), которые формируют «лепестки» ускорения и

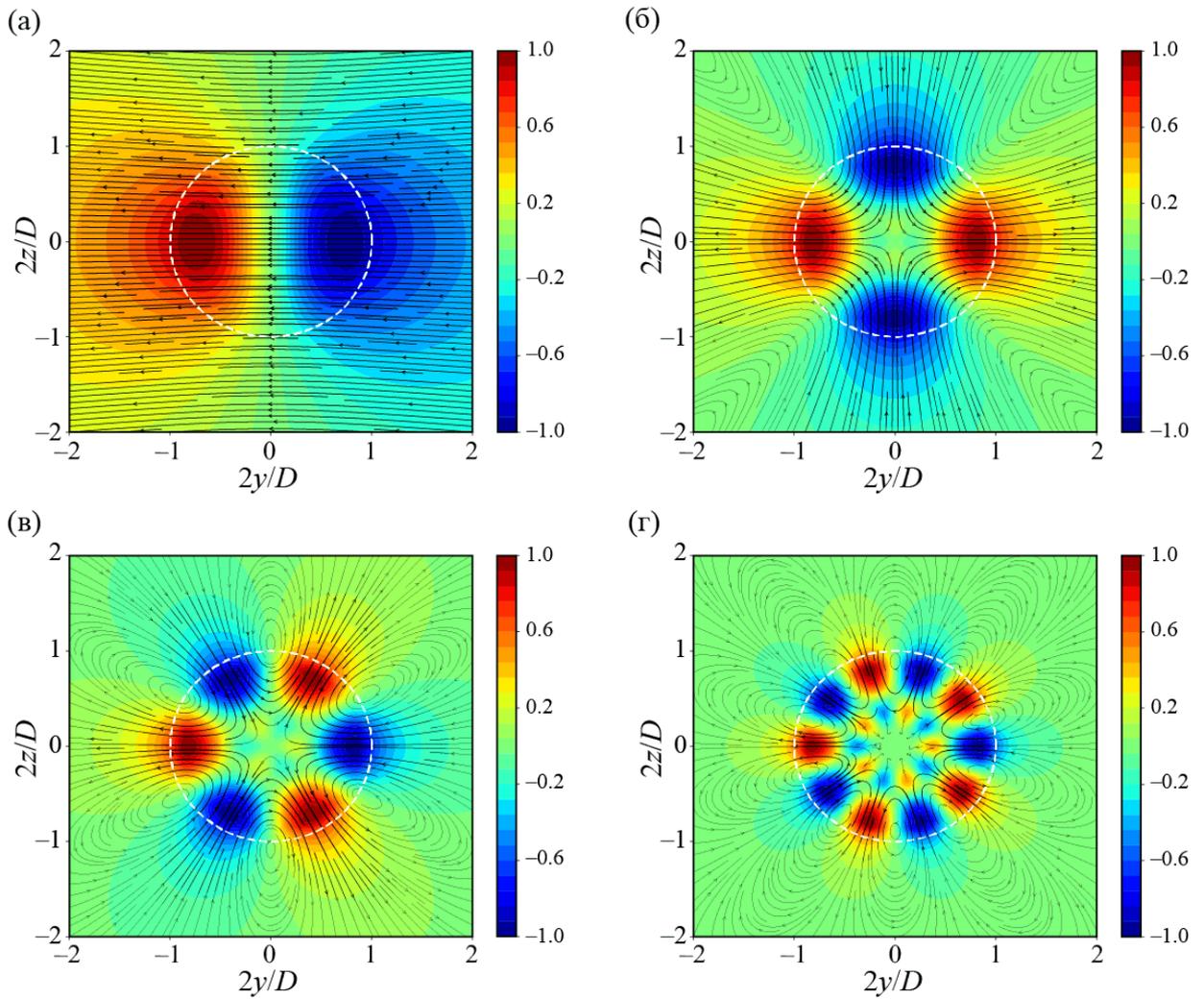


Рис. 4.5: Распределение осевой компоненты оптимальных возмущений скорости и линии тока в поперечном сечении струи для $n = 1$ (а), $n = 2$ (б), $n = 3$ (в), $n = 5$ (г). Координата x соответствует сечению, при котором достигается глобальный максимум энергии: $x/D = 1015$ для $n = 1$, $x/D = 81$ для $n = 2$, $x/D = 35$ для $n = 3$ и $x/D = 12$ для $n = 5$.

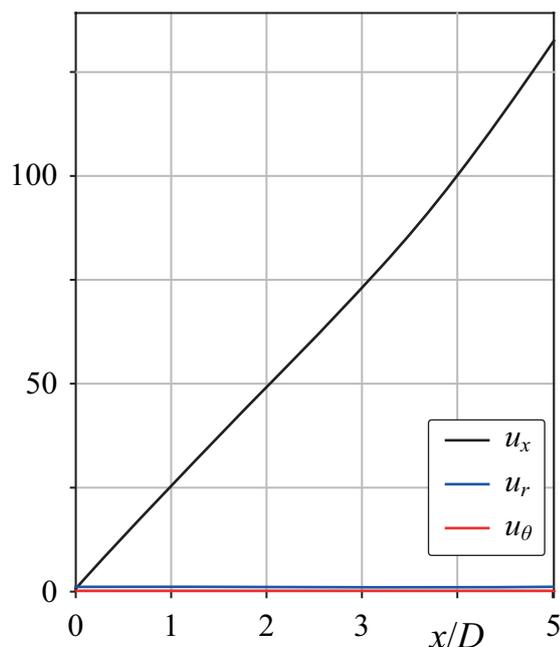


Рис. 4.6: СКО компонент пульсаций скорости оптимального возмущения при $\omega \rightarrow 0$ для $n = 2$ при $2r/D = 0.75$.

«впадины» замедления струи за счет смены быстрых зон медленными и наоборот. Это движение напоминает «lift-up» эффект в пограничном слое.

Характер развития осевых и поперечных компонент возмущения скорости для $n = 2$, которые оптимальны в некотором сечении, показан на рис. 4.6 в зависимости от осевой координаты x/D при $2r/D = 0.75$ (качественно аналогичные распределения наблюдаются и в других точках для всех $n > 0$). Видно, что осевая компонента возмущения возрастает почти линейно до $x/D \approx 4$ и далее лишь незначительно отклоняется от линейного характера для $x/D > 4$, в то время как две другие компоненты возмущения скорости практически не изменяются. Эти свойства — линейный рост осевой компоненты возмущения скорости при сохранении продольной завихренности — характерны для роста возмущений по немодальному «lift-up» механизму. Поскольку осевая скорость изначально эволюционирует почти линейно и является доминирующей компонентой кинетической энергии оптимальных возмущений, $E(x)$ растет практически квадратично с увеличением x .

Также, как и в струйных течениях, рассмотренных в работах [54, 74], оптимальные возмущения для рассматриваемого профиля имеют сложную

трёхмерную структуру и, следовательно, трудны для реализации в экспериментах. Тем не менее, в этой экспериментальной работе с помощью специальных дефлекторов создаются возмущения, которые качественно близки к теоретически оптимальным.

4.2 Экспериментальный метод внесения стационарных возмущений

В предыдущем разделе 4.1 было показано, что стационарные возмущения обладают бóльшим немодальным ростом, чем нестационарные. Поэтому возмущения было предложено вносить в струю при помощи неподвижных тонких волнообразных конструкций, называемых дефлекторами (рис. 4.7).

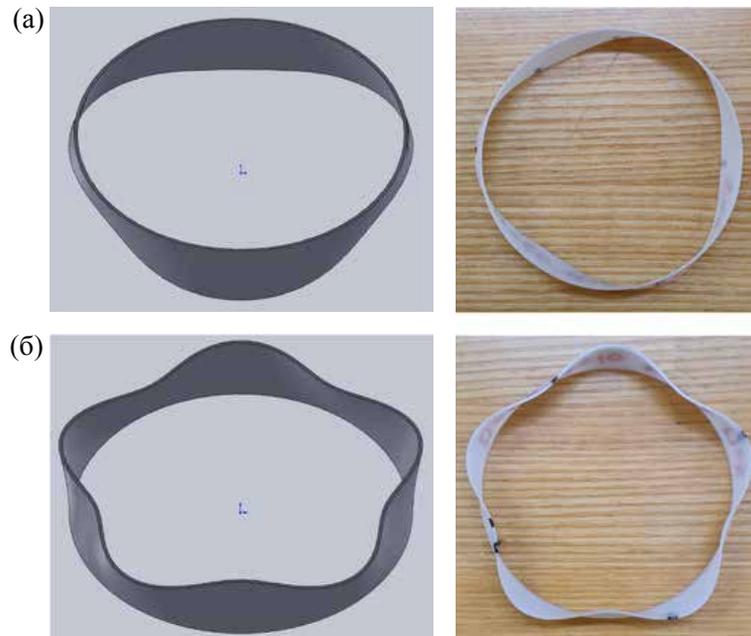


Рис. 4.7: 3D-модель (слева) и напечатанный на 3D-принтере дефлектор (справа) с азимутальными волновыми числами $n = 3$ (а) — показан выходной кромкой вниз, и $n = 5$ (б) — показан выходной кромкой вверх, с параметрами: $\varepsilon = 0.1$, $d_0 = 60$ мм.

Верхняя кромка дефлекторов представляет из себя окружность радиуса $r_0 = d_0/2$ ($= 30$ мм), а нижняя кромка — синусоидально деформированная окружность с заданным азимутальным волновым числом n и радиусом $r = \tilde{r}_0(1 + \varepsilon \sin(n\theta))$, где ε определяет безразмерную амплитуду отклонения от окружности, θ — полярную координату, а $\tilde{r}_0 \approx r_0$ — базовый радиус

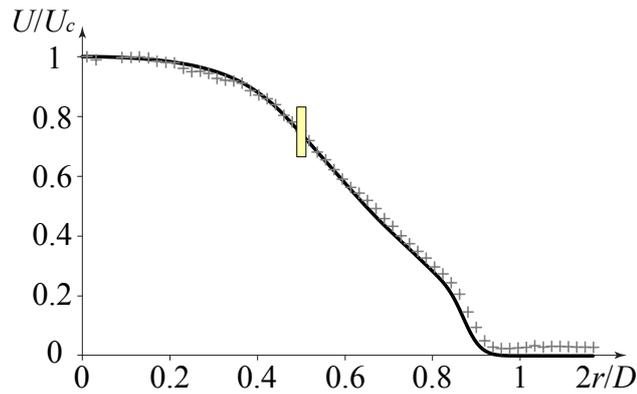


Рис. 4.8: Профиль скорости струи на выходе из сопла. Крестики показывают экспериментальные значения, полученные с помощью термоанемометра; сплошная линия показывает профиль, используемый в теоретическом анализе. Желтый прямоугольник указывает на радиальное положение $2r/D = 0.5$ дефлектора в потоке.

с поправкой на сохранение площади выходного сечения, равной площади входного сечения. Высота дефлектора между верхней и нижней кромками составляет $h = 10$ мм, толщина стенки — 0.6 мм. Между кромками был выполнен плавный переход (точки верхней и нижней кромок с одинаковой азимутальной координатой θ соединялись прямыми линиями). Модели проектировались в САД программе, а затем печатались на 3D-принтере из PLA пластика. Положение дефлектора в пространстве по отношению к профилю скорости набегающего потока показано на рис. 4.8.

Для установки дефлекторов в струю был разработан специальный держатель, конструктивные части которого находятся вне течения. Он крепится к диффузору как обжимное кольцо и позволяет изменять расстояние между соплом диффузора и верхней кромкой дефлектора, а также угол дефлектора вокруг оси струи. Нижняя кромка дефлектора опирается на натянутые лески диаметром 0.05 мм (число Рейнольдса обтекания лесок $Re \approx 5 < Re_{cr} = 47$ — дорожка Кармана за ними не формируется). Дефлекторы устанавливались в струю соосно ей, с входной кромкой на расстоянии $x = 20$ мм, т.е. при $x/D = 1/6$ (здесь и далее x обозначает расстояние от выходного сопла диффузора), при этом невозмущённая входная кромка была обращена вверх. Фотография держателя с установленным дефлектором показана на рис. 4.9.



Рис. 4.9: Фото держателя дефлектора.

4.3 Результаты экспериментов

Визуализация поперечного сечения струи

С целью качественного изучения эволюции структуры стационарного возмущения, в струю вносились дефлекторы с $\varepsilon = 0.1$ и $n = 3, 4, 5$ и проводились эксперименты по визуализации поперечных сечений с использованием лазерного ножа.

Возмущения, вносимые дефлекторами с начальными диаметрами $d_0 = 60$ мм ($d_0 = D/2$), развивались быстрее и вызывали турбулизацию потока раньше, чем возмущения, внесенные дефлекторами с $d_0 = 30, 90, 120$ мм. Этот факт объясняется относительно большой скоростью базового течения при $r = 30$ мм ($2r/D = 1/2$) и её большим градиентом (рис. 4.8). Конфигурации дефлекторов с большими или меньшими d_0 либо вносят возмущения в области, где градиенты скорости меньше, либо в зоны, где скорость потока значительно ниже, чем в центре струи.

Возмущения, вызванные дефлекторами, на малых расстояниях почти не деформируют поперечное сечение, но по мере развития стационарных возмущений вниз по потоку сечение изменяется, приобретая форму выходной кромки дефлекторов (рис. 4.10(б)). «Лепестки» увеличиваются, растягиваются в радиальном направлении от оси струи и образуют «шейки» — узкие области поперечного сечения струи, соединяющие «лепестки»

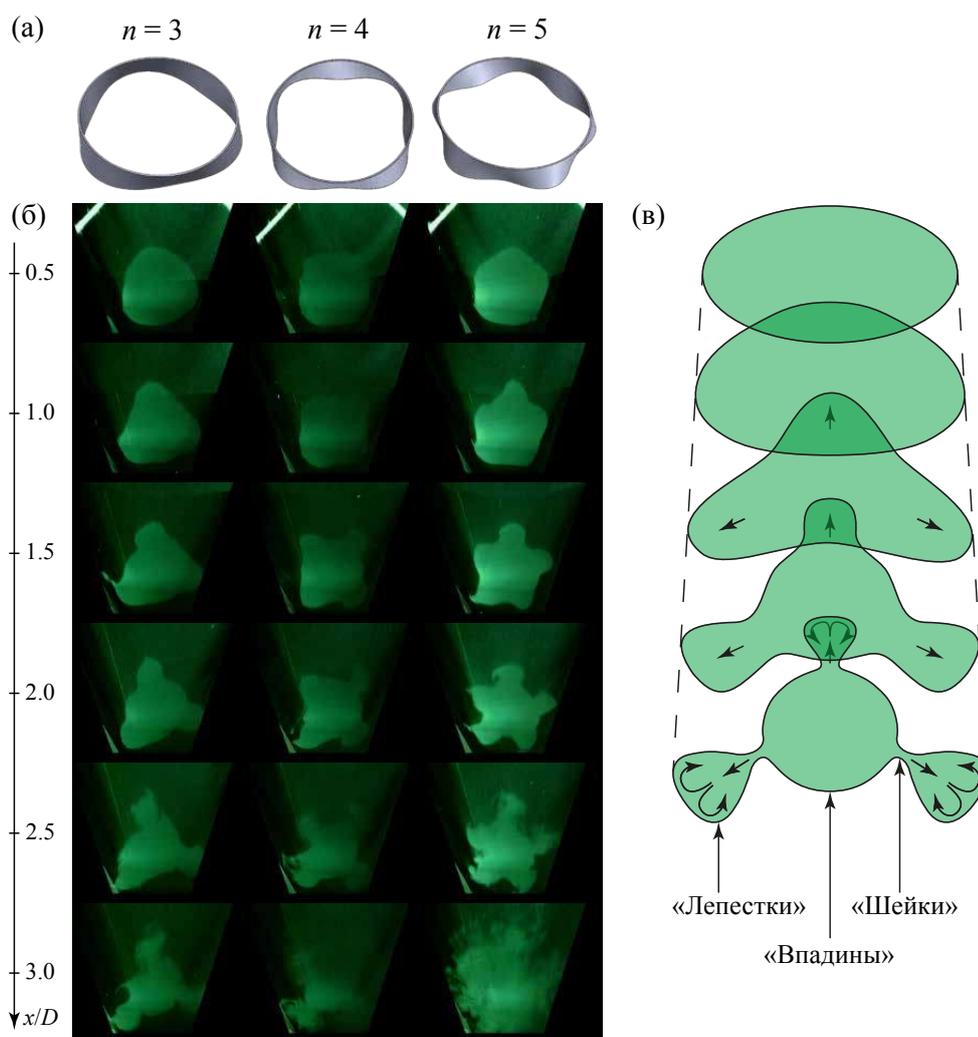


Рис. 4.10: 3D модели дефлекторов с азимутальными числами $n = 3, 4, 5$ (а), развитие стационарных возмущений вниз по потоку внесенных этими дефлекторами в фотографиях поперечного сечения (б) и качественная схема этого развития (в).

со «впадинами». Вскоре после формирования «шеек» наблюдается резкий рост нестационарных пульсаций и переход к турбулентности на расстояниях $x/D \approx 3$. Качественная схема развития таких возмущений показана на рис. 4.10(в) для $n = 3$.

Зависимости длины «лепестков» от расстояния x были получены из ручной обработки кадров поперечных сечений струи для дефлекторов с $n = 3, 4, 5$. Для каждой координаты x , на которой проводилась съемка, выбирался кадр с наилучшим по четкости и ровности формы поперечного сечения. Выбирался радиус окружности, наилучшим образом описывающей границу поперечного сечения (рис. 4.11(а)). Таким образом находились зна-

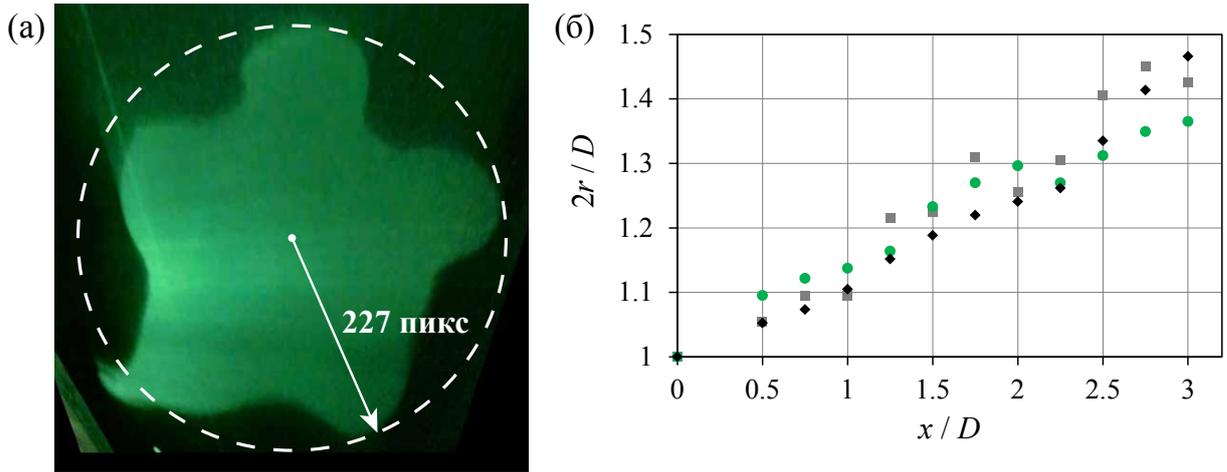


Рис. 4.11: Измерение длины «лепестка» в поперечном сечении струи, возмущенной дефлектором с $n = 5$, $\varepsilon = 0.1$ при $x = 1.5D$ (а); Длина «лепестка» как функция от x/D (б). Возмущения с $n = 3$ (серые квадраты), $n = 4$ (зелёные кружки), $n = 5$ (чёрные ромбы).

чения радиусов «лепестков» от расстояния вниз по потоку x (рис. 4.11(б)). Поскольку для каждой координаты вниз по потоку анализируется один мгновенный кадр сечения струи, неопределенность этого метода (из-за случайных колебаний струи и движения воздуха в комнате) оценивается $< 5\%$, что является приемлемым для оценки характера эволюции возмущенной струи.

Нараствания лепестков происходит линейно, следовательно, возмущение радиальной скорости примерно постоянно, что согласуется с теоретическими расчетами стационарных оптимальных возмущений струи (рис. 4.6).

Характер развития продольной компоненты скорости

Для того, чтобы убедиться, что развитие возмущений, внесенных дефлекторами, качественно соответствует развитию оптимальных возмущений, было исследовано изменение осевой скорости вниз по потоку. Была проведена серия термоанемометрических экспериментов для определения значений средней скорости вне ядра потока с дефлекторами с $n = 3, 4, 5$ и $\varepsilon = 0.05$ (рис. 4.12), $\varepsilon = 0.1$ (рис. 4.13). Измерения проводились в точках пространства с фиксированным значением радиальной и азимутальной координат вне следа от дефлектора в виде дефекта в профиле скорости.

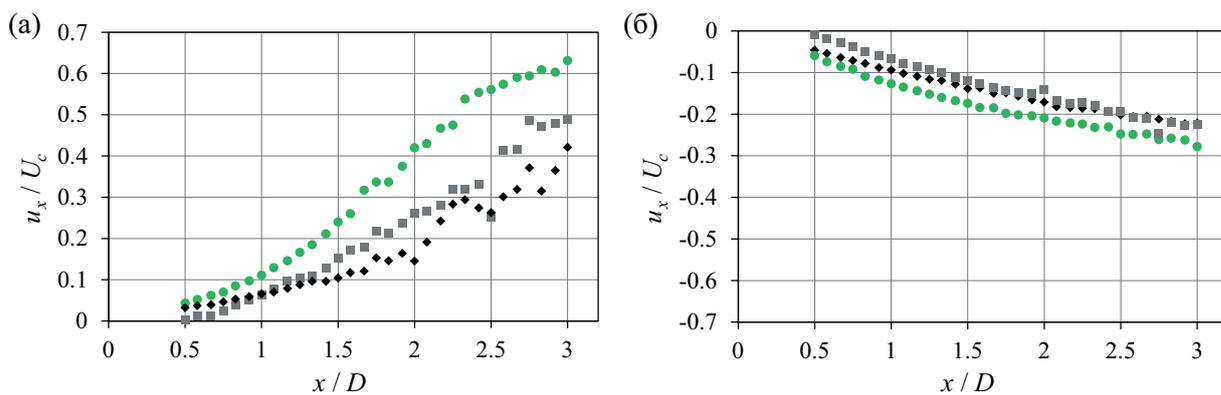


Рис. 4.12: Безразмерная осевая компонента возмущения скорости в зависимости от расстояния x вниз по потоку. Возмущения внесены дефлектором с $\varepsilon = 0.05$. Измерения в «лепестках» при $2r/D = 0.8$ (а) и «впадинах» при $2r/D = 0.55$ (б). Серые квадраты — $n = 3$, зелёные кружки — $n = 4$, чёрные ромбы — $n = 5$.

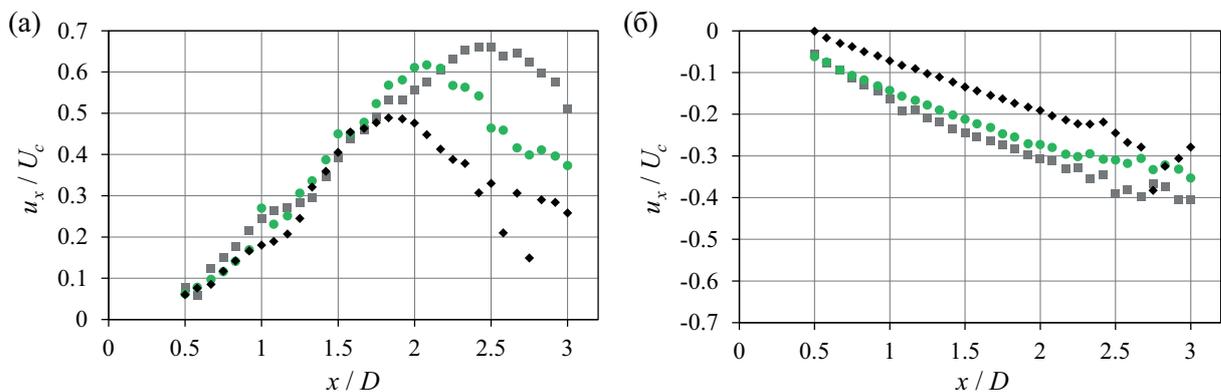


Рис. 4.13: Безразмерная осевая компонента возмущения скорости в зависимости от расстояния x вниз по потоку. Возмущения внесены дефлектором с $\varepsilon = 0.1$. Измерения в «лепестках» при $2r/D = 0.8$ (а) и «впадинах» при $2r/D = 0.55$ (б). Серые квадраты — $n = 3$, зелёные кружки — $n = 4$, чёрные ромбы — $n = 5$.

На рис. 4.12 и 4.13 представлены относительные амплитуды продольных компонент стационарных возмущений в зависимости от x/D в точках, соответствующих в сечения струи «лепесткам» (левые графики), и точках, соответствующих «впадинам» (правые графики). Видно, что в местах поджатия и расширения сечения осевая скорость изменяется алгебраически, близко к линейному закону, вдоль потока. Значительное отклонение от линейного роста появляется только для дефлекторов с $\varepsilon = 0.1$ в «лепестках» струи при $x/D > 2.0$. Осевая компонента, достигая своего пика при $x/D \approx 2.0$, начинает снижаться, что объясняется ростом нелинейных эффектов, возникающих при достижении достаточно большой амплитуды возмущения, а именно, образованием «шеек».

Характер нарастания осевой компоненты возмущения скорости, близкий к линейному, также согласуется с характером развитием теоретически оптимальных возмущений (рис. 4.6).

PIV-эксперименты

В этом разделе представлены результаты PIV-измерений в поперечных и продольных сечениях струи. Ниже приведены осреднённые поля возмущений, то есть возмущённый поток за вычетом основного течения. Линии тока поперечного возмущения скорости наложены на цветовые поля амплитуды или модуля завихренности этого возмущения. Картины течений в поперечных сечениях демонстрируют качественную структуру возмущений и представлены в размерных величинах: м/с для возмущений скорости и 1/с для завихренностей.

Поперечные картины течения

n = 1. На рис. 4.14 показаны картины течения с нанесёнными линиями тока для возмущения с $n = 1$, снятые при $x/D = 1$. Верхние изображения показывают поперечную компоненту (цвет обозначает модуль поперечного возмущения скорости), а нижние — значения продольной компоненты завихренности ω_x . Большая толщина отрезков линий тока соответствует большему значению модуля поперечной компоненты. Большое серое пунктирное кольцо имеет диаметр 120 мм и соответствует границам невозмущенной струи, малый белый контур соответствует выходной кром-

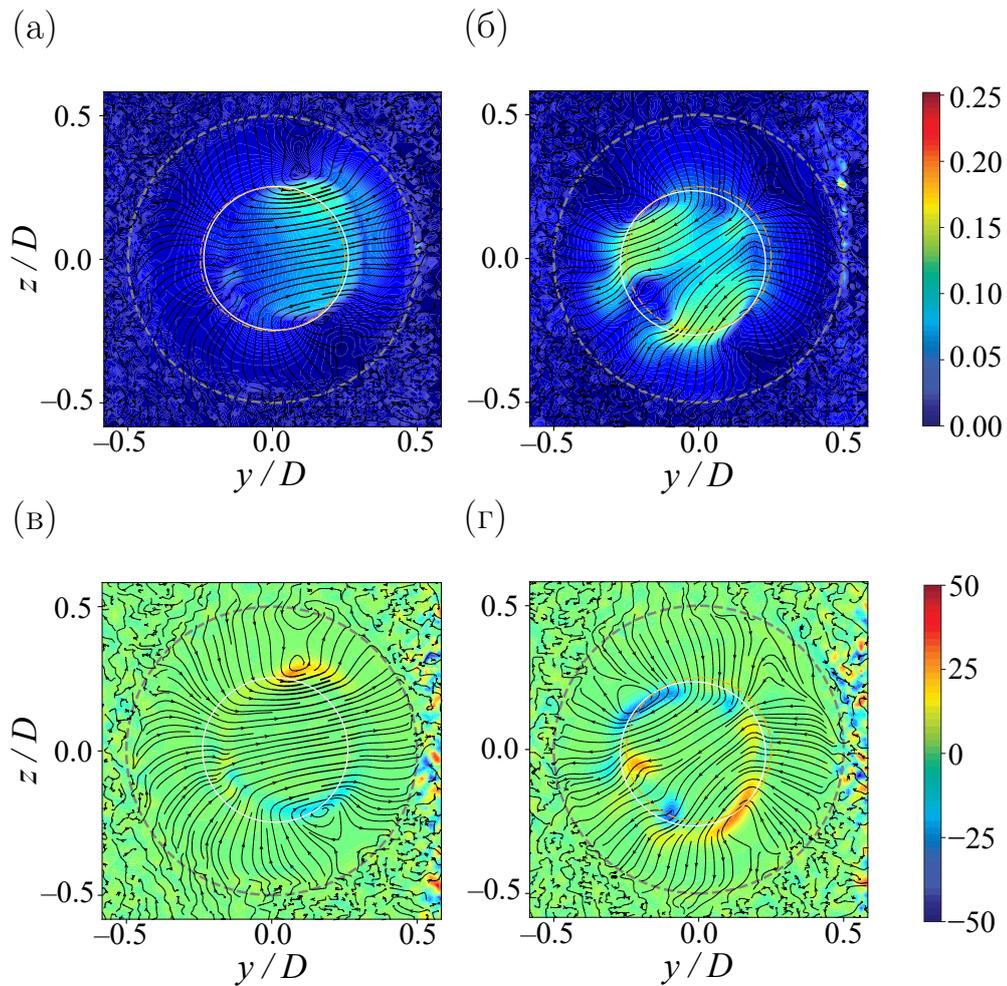


Рис. 4.14: Поперечная скорость (а, б) и завихренность (в, г) с нанесёнными линиями тока для возмущения с $n = 1$, $x/D = 1$ и $\varepsilon = 0.05$ (а, в) и $\varepsilon = 0.1$ (б, г). Оранжевая штрихпунктирная окружность — входная кромка дефлектора, белая сплошная окружность — выходная кромка.

ке дефлектора с величиной ε . Левый столбец (рис. 4.14(а, в)) соответствует меньшему возмущению потока, вызванному дефлектором с $\varepsilon = 0.05$, а правый (рис. 4.14(б, г)) — с $\varepsilon = 0.1$. Помимо того, что эти дефлекторы смещают поток от оси струи (для $n = 1$ также показан вход дефлектора как штрихпунктирная оранжевая окружность), следует отметить появление нескольких областей с высокой завихренностью. При $\varepsilon = 0.05$ наблюдаются две симметрично расположенные и чётко различимые области с противоположными завихренностями; при $\varepsilon = 0.1$ количество зон завихренности увеличивается, они становятся больше, а максимальные значения завихренности возрастают.

$n = 2$. Выходная кромка дефлектора с $n = 2$ имеет два минимума и два максимума, которые также видны на картинах возмущений, вызванных ими, при $x/D = 1$ (рис. 4.15). Наблюдается течение воздуха от оси к периферии в направлениях максимальных радиусов дефлекторов. В зонах минимумов радиусов видно противоположное течение — от периферии по направлению к оси. Между этими областями наблюдаются вихри, которые легко обнаруживаются по максимумам завихренности на рис. 4.15(в, г). Для $\varepsilon = 0.1$ распределение модуля скорости и завихренности более сложное, чем для $\varepsilon = 0.05$, что, вероятно, объясняется появлением нелинейных эффектов в потоке. Между основными зонами завихренности возникают дополнительные пары вихрей как в направлениях максимумов, так и минимумов дефлектора. При увеличении ε с 0.05 до 0.1 возмущение поджимается в направлении минимумов, где течение направлено к оси, и расширяется в максимумах, где воздух направлен в сторону периферии.

$n = 3$. Для $n = 3$ картина течения (рис. 4.16), в целом, подобна предыдущим случаям: около каждого из трёх «лепестков» генерируются два вихря, которые захватывают частички воздуха в области малой продольной скорости, расположенной на периферии, и переносят её к оси струи. Они также перемещают частички из области высокой продольной скорости от оси к периферии. При переходе от $\varepsilon = 0.05$ к $\varepsilon = 0.1$ максимальные значения модуля скорости и завихренности увеличиваются, течение в лепестках становится более сложным и значительно неоднородным, появляются дополнительные зоны завихренности.

$n \geq 4$. Дальнейшее увеличение n приводит сохраняет качественную поперечную картину течения (рис. 4.17 – 4.18 иллюстрируют пример для $n = 5$). Видно влияние ε на изменение угла между направлением вытянутых вихревых областей и максимальным радиусом дефлектора: вихревые зоны становятся более интенсивными и более выровненными по радиальному направлению. Для $\varepsilon = 0.1$ внутренние вихри, наблюдаемые для $n \leq 3$, исчезают, и на краю каждого «лепестка» заметна лишь одна пара противовращающихся вихрей.

Эволюция возмущения

Рассмотрим эволюцию поперечной картины течения вниз по потоку на

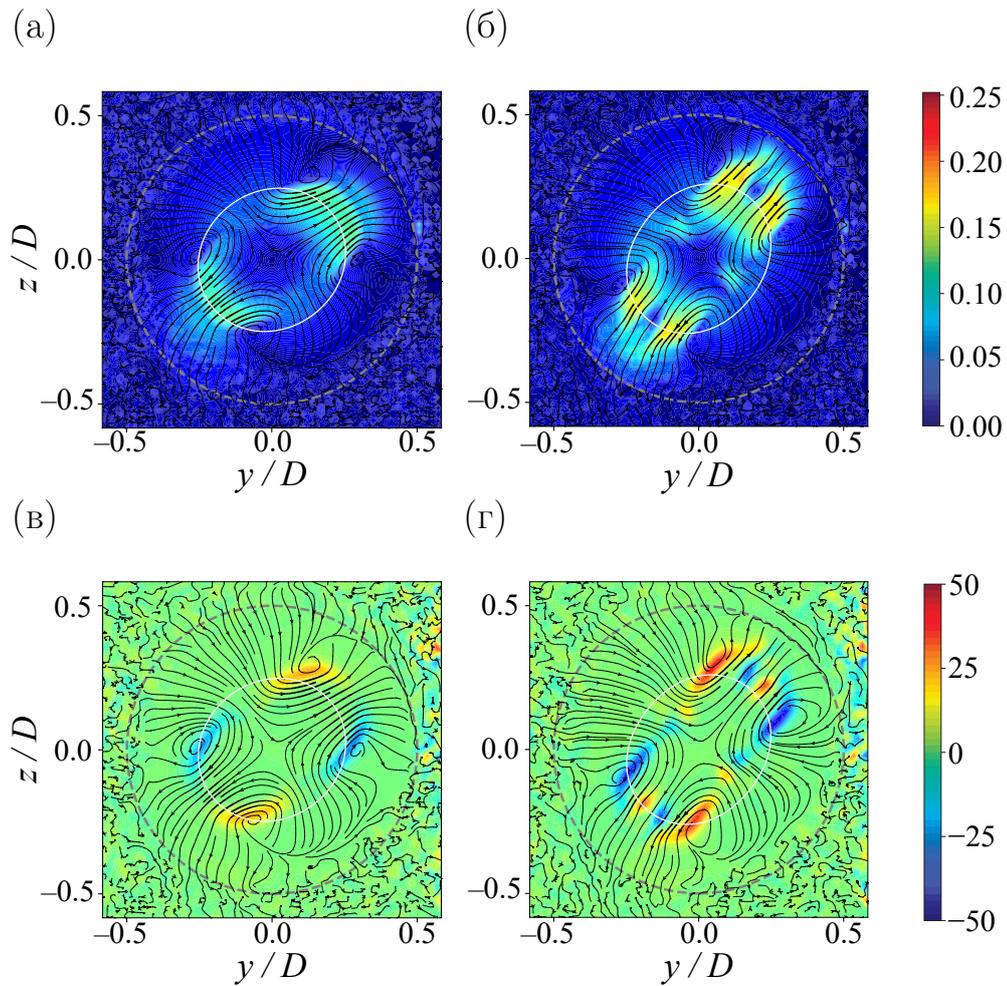


Рис. 4.15: Поперечная компонента (а, б) и завихренность (в, г) с нанесёнными линиями тока для возмущения с $n = 2$, $x/D = 1$, и $\varepsilon = 0.05$ (а, в) и $\varepsilon = 0.1$ (б, г). Обозначения аналогичны рис. 4.14. Белая сплошная линия — выходная кромка дефлектора.

примере $n = 5$ (для других n эволюция потока аналогична). На рис. 4.17 показана структура возмущения для $x/D = 1, 1.5, 2$ и $\varepsilon = 0.05$. Возмущение деформируется, но структура течения остается неизменной. Зоны увеличения скорости постепенно смещаются в радиальном направлении наружу, т.е. в зону более низких скоростей основного течения. Вихри, разделяющие «лепестки», постепенно ослабевают, и модуль максимальной завихренности уменьшается. Аналогичное развитие наблюдается для $\varepsilon = 0.1$ (рис. 4.18), где эти особенности более отчетливо видны благодаря большей амплитуде возмущения потока. Для $\varepsilon = 0.05$ форма «лепестков» изменяется в основном за счет их расширения в радиальном направлении, в то время как в азимутальном направлении они немного сужаются. При $\varepsilon = 0.1$ картина

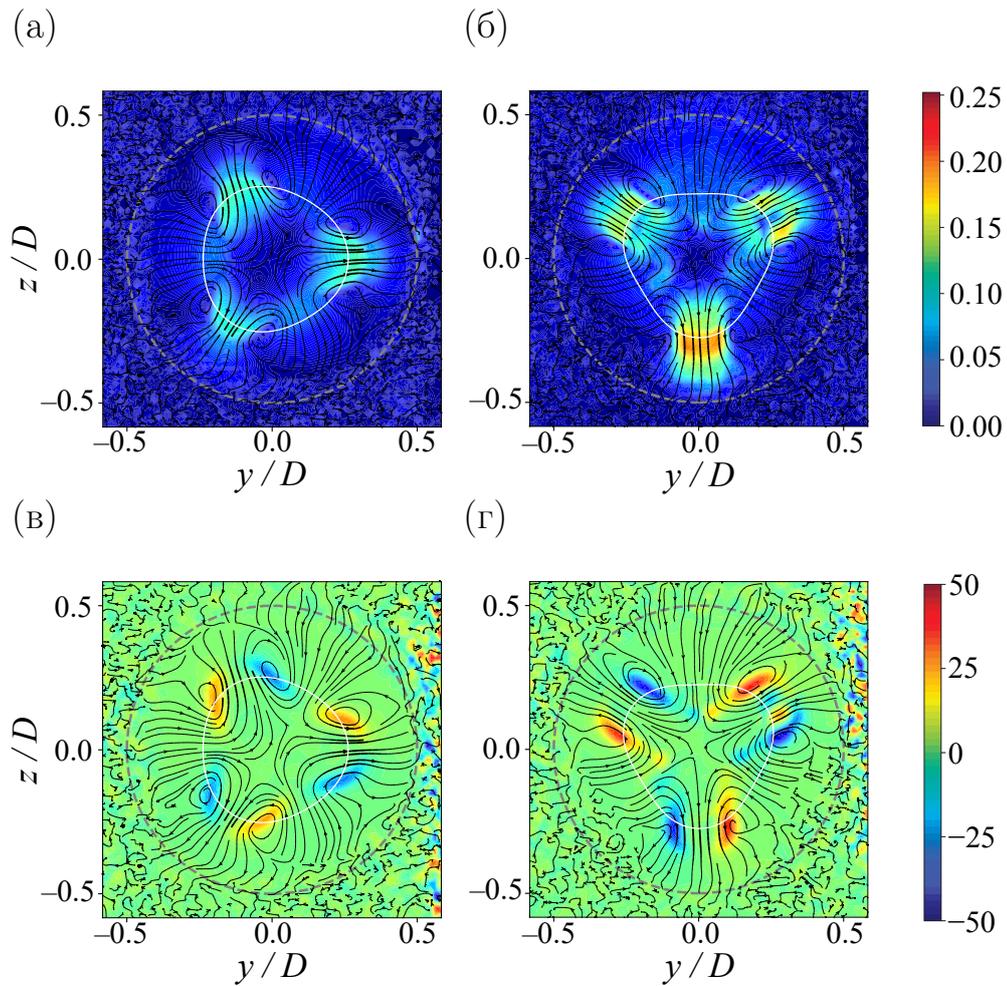


Рис. 4.16: Поперечная компонента (а, б) и завихренность (в, г) с нанесенными линиями тока для возмущений с азимутальным числом $n = 3$, при $x/D = 1$ и амплитуде возмущений $\varepsilon = 0.05$ (а, в) или $\varepsilon = 0.1$ (б, г). Легенда аналогична рис. 4.14.

поперечного возмущения в «лепестках» больше напоминает грибовидные структуры, а окружающие их вихри создают заметное азимутальное движение в этой области, что приводит к расширению «лепестков» с увеличением x .

Продольные картины течения

Измерения, описанные в предыдущем разделе, показывают, как эволюционируют поперечные скорость и завихренность, но не предоставляют информацию о продольной компоненте возмущения. Для получения соответствующих полей скорости была проведена серия экспериментов, в которых лазерный нож проходил через ось струи, а камера записывала течение в продольной плоскости.

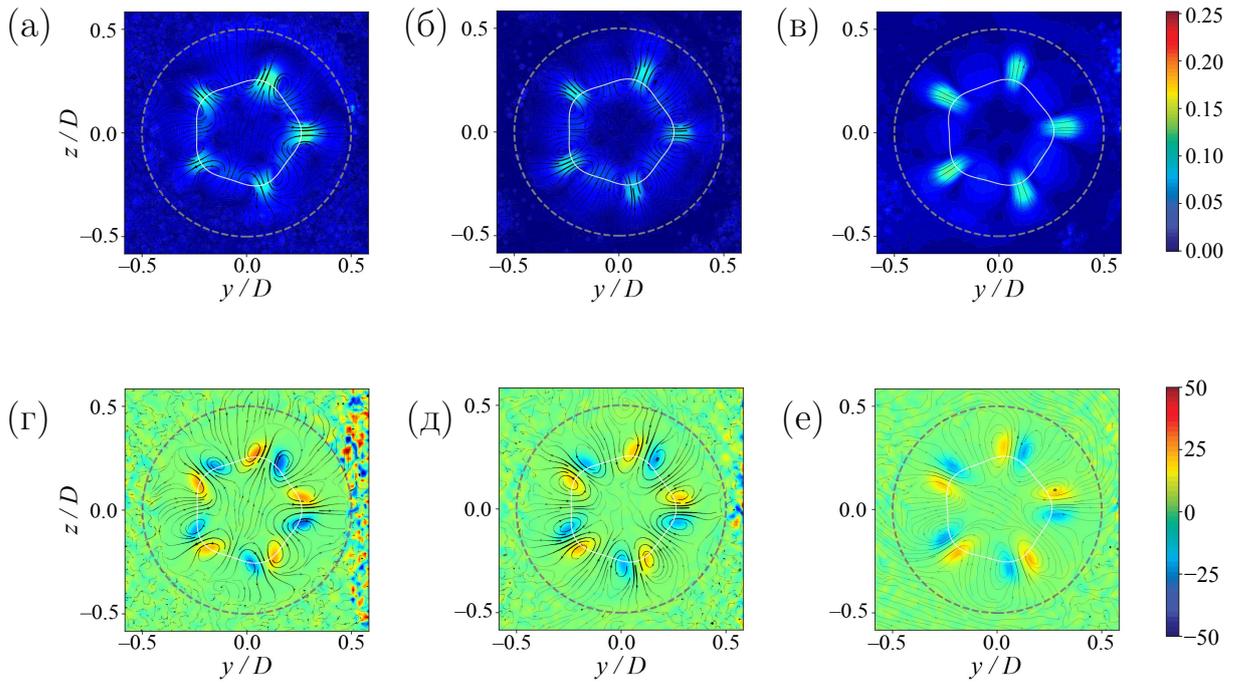


Рис. 4.17: Эволюция возмущения вниз по потоку для $n = 5$, $\varepsilon = 0.05$. Поперечная компонента возмущения скорости (верхний ряд) и завихренность (нижний ряд) для $x/D = 1$ (а, г); $x/D = 1.5$ (б, д); $x/D = 2$ (в, е).

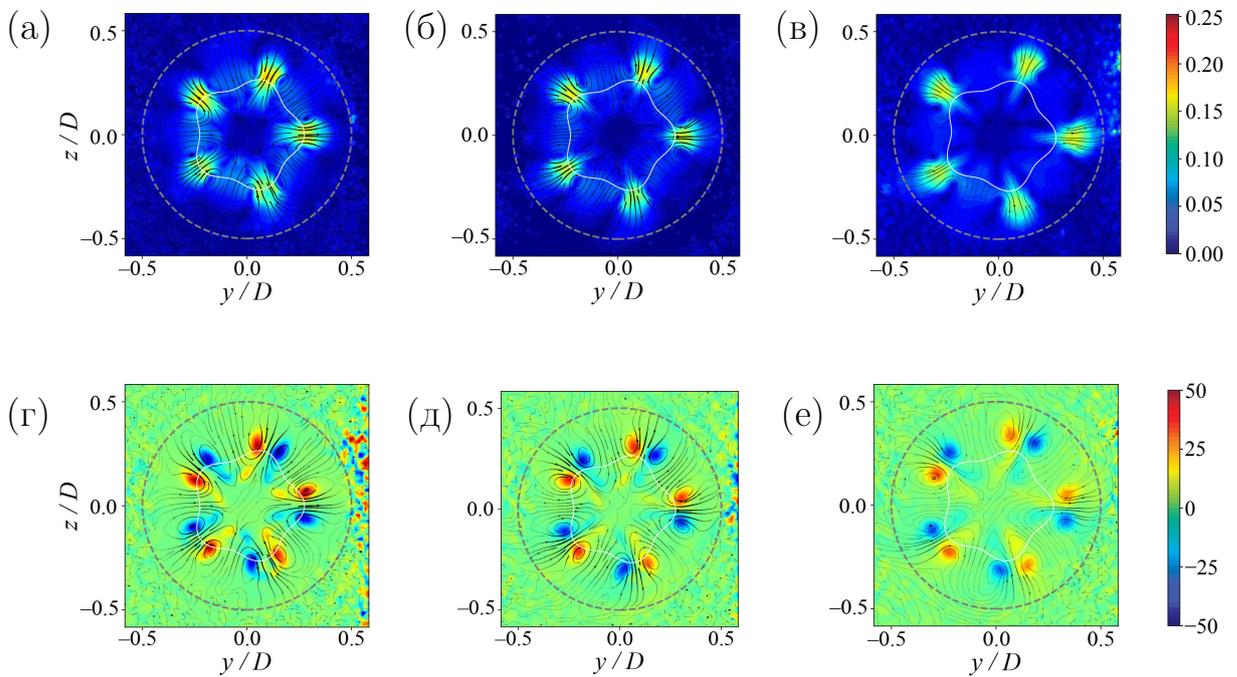


Рис. 4.18: Эволюция возмущения вниз по потоку для $n = 5$, $\varepsilon = 0.1$. Поперечная компонента возмущения скорости (верхний ряд) и завихренность (нижний ряд) для $x/D = 1$ (а, г); $x/D = 1.5$ (б, д); $x/D = 2$ (в, е).

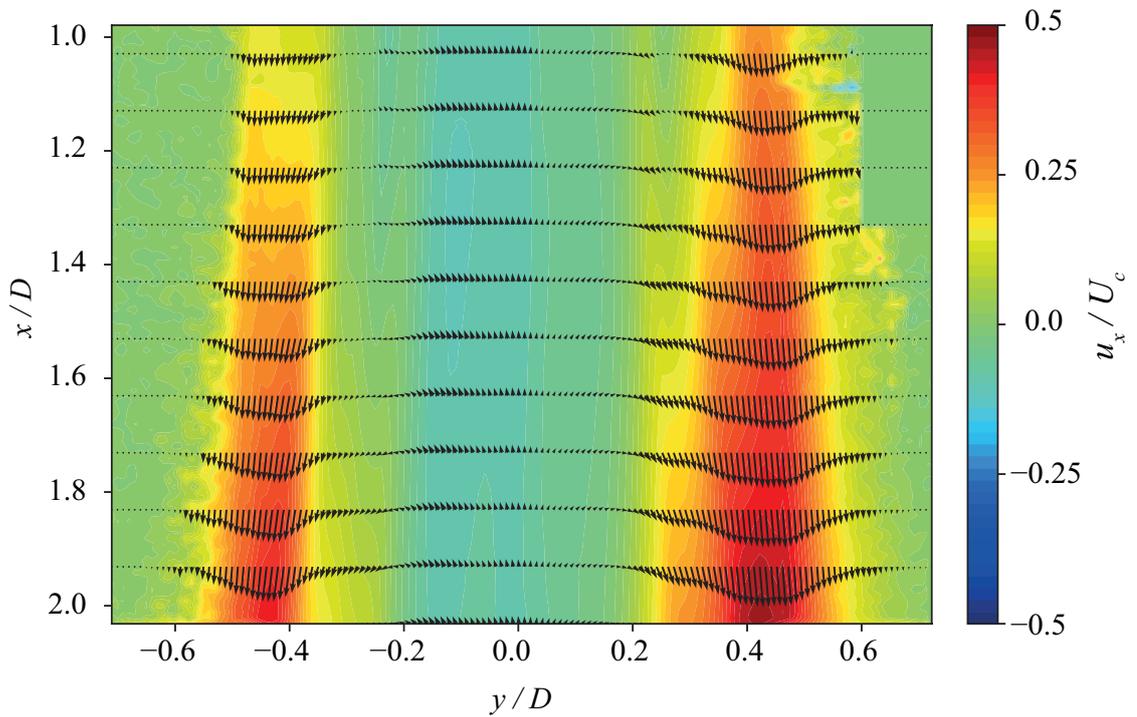
Из-за разной симметрии дефлекторов необходимы измерения в разном количестве плоскостей для полноты понимания структуры течения. Для нечетных $n = 1, 3, 5, \dots$ плоскость лазерного ножа проходит через пучность с одной стороны, а с другой стороны будет пучность противоположного типа («максимум-минимум» и наоборот), и, таким образом, достаточно провести лишь одно измерение в продольном разрезе для исследования характера развития «лепестка» и «впадины» возмущения. Для четных $n = 2, 4, \dots$ продольные срезы, проходящие через пучности одного типа («максимум-максимум», «минимум-минимум»), являются плоскостями симметрии — в этих случаях проводилось по два измерения в двух плоскостях.

Ниже, в качестве примера, приведены продольные картины возмущений для $n = 2$ и 3 при $\varepsilon = 0.1$. Для удобства ось, перпендикулярная оси x в разрезе, обозначена y (вместо r).

На рис. 4.19 показано два поля возмущений скорости, полученные в плоскостях «максимум-максимум» (а) и «минимум-минимум» (б) для $n = 2$. Стрелками обозначены векторы возмущения скорости, а цветное наполнение соответствует значениям продольной компоненты возмущения u_x нормированной по максимальному значению продольной скорости базового потока U_c . В плоскости (а) струя расширяется, продольная компонента скорости увеличивается вниз по течению. В ядре потока возникает небольшое обратное возмущение скорости. В плоскости «минимум-минимум» (б) картина течения иная: возмущённый поток смещается к оси струи и замедляется, так что возмущение имеет направление скорости, противоположное направлению основного течения.

Для $n = 3$ (рис. 4.20) возмущённый поток отклоняется влево относительно оси невозмущённого потока. Область возмущения с положительной продольной компонентой образовалась с левой стороны потока (под «максимумом» дефлектора), а область с отрицательной скоростью — с правой стороны (под «минимумом» дефлектора). Рядом с осью струи существует небольшая зона, в которой возмущение практически отсутствует по сравнению с его периферийными значениями. С увеличением x модули возмущения скорости увеличиваются, и радиальный размах продольного возмущения скорости возрастает.

(а)



(б)

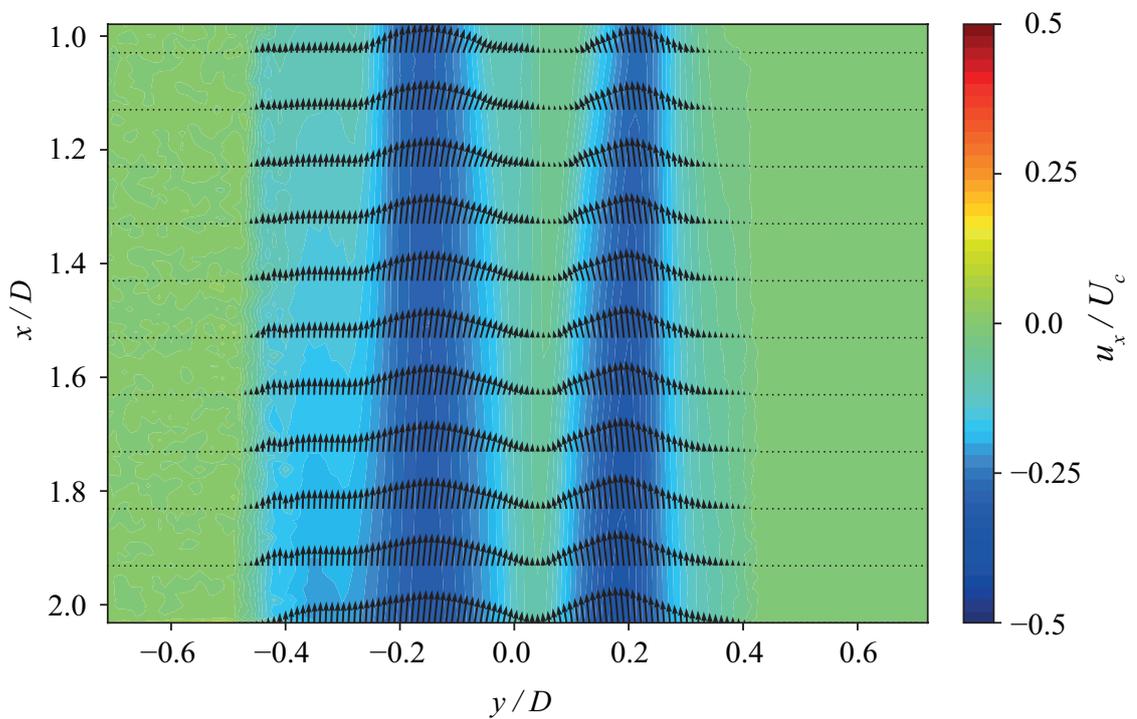


Рис. 4.19: Возмущение для $n = 2$, $\varepsilon = 0.1$ в продольной плоскости «максимум-максимум» (а) и «минимум-минимум» (б). Цветовым показана компонента u_x , обезразмеренная на максимальную скорость основного течения U_c .

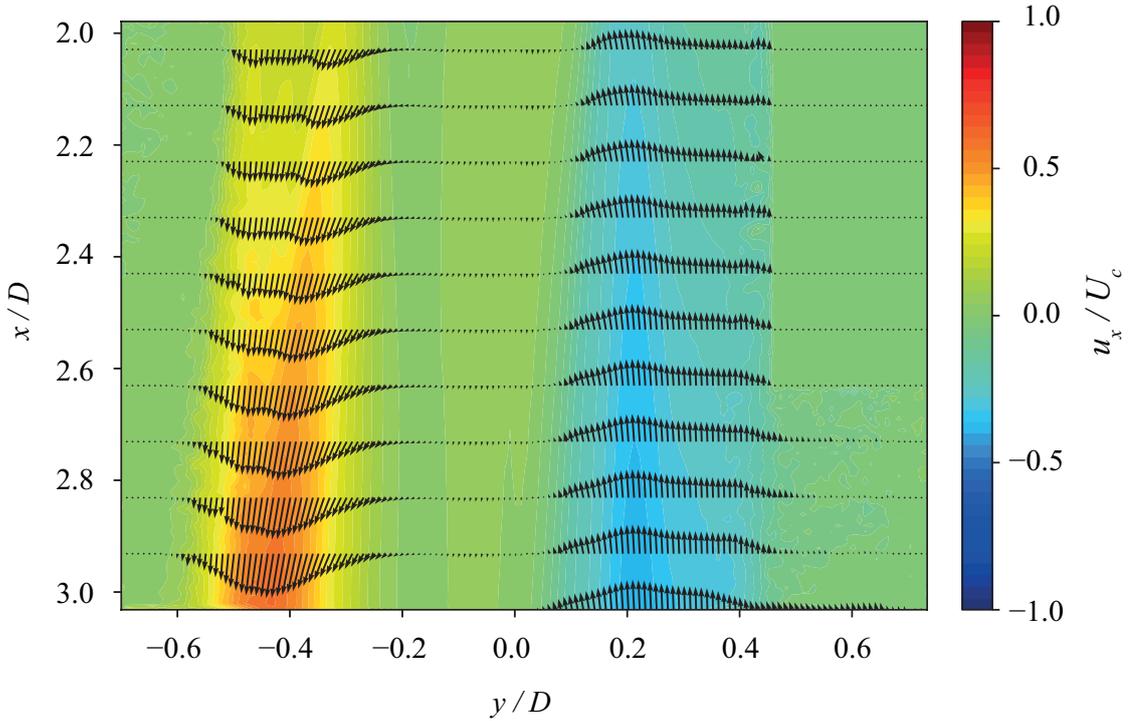


Рис. 4.20: Возмущение для $n = 3$, $\varepsilon = 0.1$ в продольной плоскости. На область $x/D < 2.7$, $y/D > 0.5$ наложена маска, закрывающая ложные векторы (см. раздел 2.2).

Рассмотрим, как изменяется кинетическая энергия возмущения вниз по течению для различных дефлекторов. Введем нормированную кинетическую энергию

$$K(x) = \frac{1}{LU_c^2} \int_L (u_x^2(x, y) + u_y^2(x, y)) dy,$$

где L — горизонтальная ширина кадра (стоит отметить, что из-за симметрии трехмерных полей скорости по отношению к этим плоскостям, азимутальная компонента скорости u_θ пренебрежимо мала). Измерения, проведённые для $n = 1, 2, 3, 5$ показали, что в этих плоскостях характер нарастания $K(x)$ близок квадратичному (рис. 4.21) — получено ещё одно качественное соответствие характеру развития оптимальных возмущений (см. раздел 4.1).

Теперь рассмотрим эволюцию отдельных компонент возмущения на примере возмущений от дефлектора с $n = 3$. На рис. 4.22(а) показана зависимость поперечной компоненты скорости u_y/U_c от x/D в точках «под» дефлектором ($y/D = \pm 0.25$). Также показана кривая, соответствующая

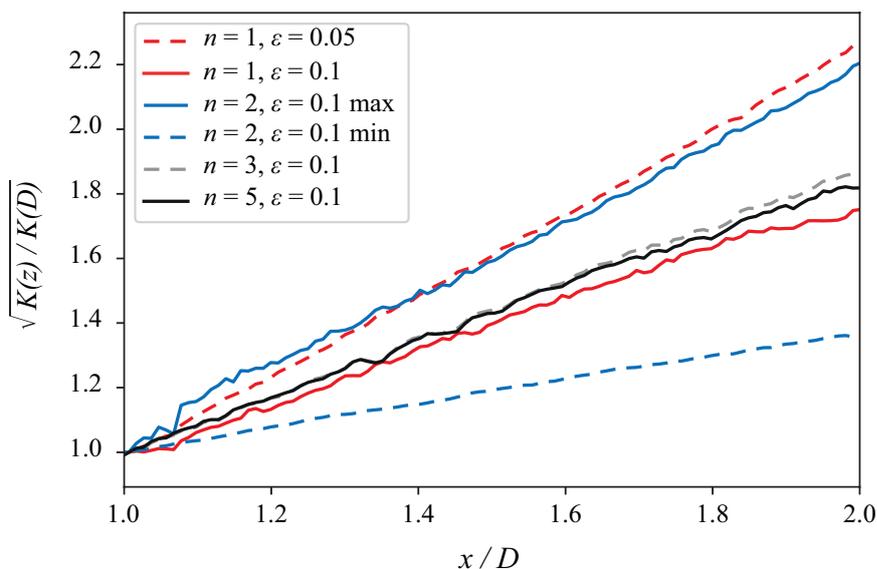


Рис. 4.21: Изменение $\sqrt{K(x)/K(D)}$ для различных дефлекторов. Для $n = 2$ «max» и «min» соответствуют измерениям в плоскостях «максимум-максимум» и «минимум-минимум».

минимумам u_y в каждом сечении, т.е.

$$u_y^-(x) = \min_y u_y(x, y).$$

Поскольку вся струя в этой плоскости смещена в одном направлении ($u_y(x, y) \leq 0$), следовательно, максимальная поперечная скорость $u_x^+(y) = 0$ достигается за пределами струи и не показана на этом рисунке. На рис. 4.22(б) показана зависимость продольной компоненты $u_x(x, y)$ от x в тех же точках $y/D = \pm 0.25$, а также максимальные и минимальные значения u_x в каждом сечении:

$$u_x^+(x) = \max_y u_x(x, y), \quad u_x^-(x) = \min_y u_x(x, y).$$

Для удобства на рис. 4.22(б) приведены модули отрицательных значений функции u_x во «впадинах».

Поперечная компонента u_y изменяется незначительно в рассматриваемой области пространства. Компонента u_x в $y/D = \pm 0.25$ растёт линейно, линейный рост также наблюдается и по максимальным, и по минимальным значениям u_x . Кроме того, линейный рост наблюдается практически в каждом фиксированном $y = \text{const}$. Т.к. имеется ненулевая поперечная

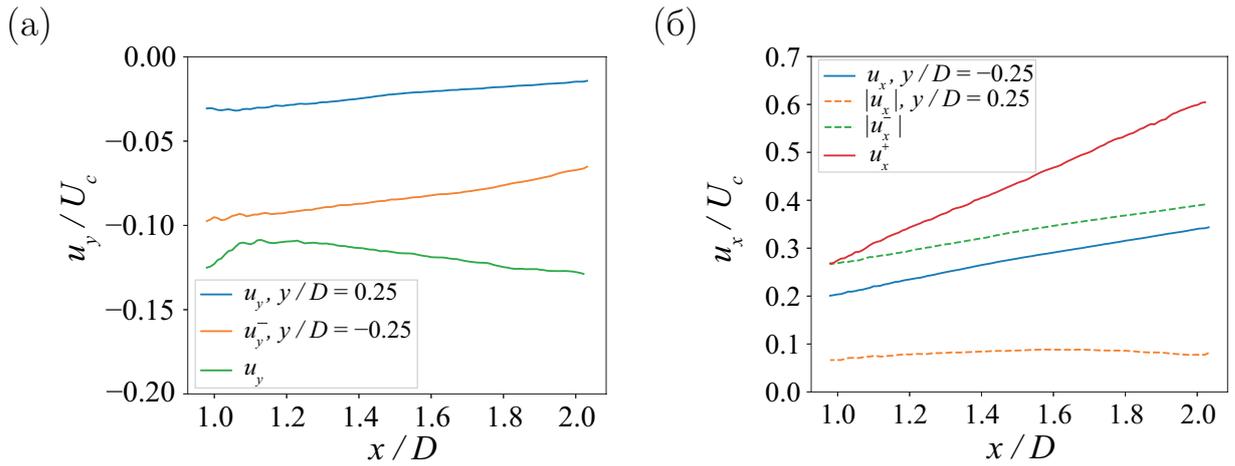


Рис. 4.22: Зависимость безразмерных поперечной u_y/U_c (а) и осевой u_x/U_c (б) компонент возмущения скорости от продольной координаты x для $n = 3$, $\varepsilon = 0.1$. Штриховыми линиями обозначены отрицательные значения, взятые по модулю.

компонента скорости, координата y максимальной амплитуды возмущения изменяется вниз по течению. Следовательно, при измерении амплитуды возмущения вдоль фиксированной координаты y , скорость роста возмущения будет недооценена по сравнению с истинным значением (см. u_x и $|u_x^\pm|$ на рис. 4.22(б) для сравнения).

Валидация линейности вносимых возмущений

Применение линейной теории устойчивости к описанию механизмов развития возмущений налагает условие малости рассматриваемых возмущений. Закономерным становится вопрос о том, насколько малые возмущения достаточно внести в струю, чтобы инициировать алгебраический механизм роста. Для его решения было предложено провести визуализации поперечного среза течения, зафиксировав $n = 3$ и варьируя $\varepsilon = 0, 0.01, \dots, 0.09, 0.1$. Азимутальное число $n = 3$ выбрано как более наглядное, т.к. для различных $n > 1$ характер развития возмущений одинаков (см. раздел 4.3): в поперечном срезе наблюдаются парные противовращающиеся продольные вихри. Одновременно ставится вопрос о том, как зависит амплитуда поперечного возмущения, при которой начинается переход к турбулентности, от величины начального внесенного дефлектором возмущения.

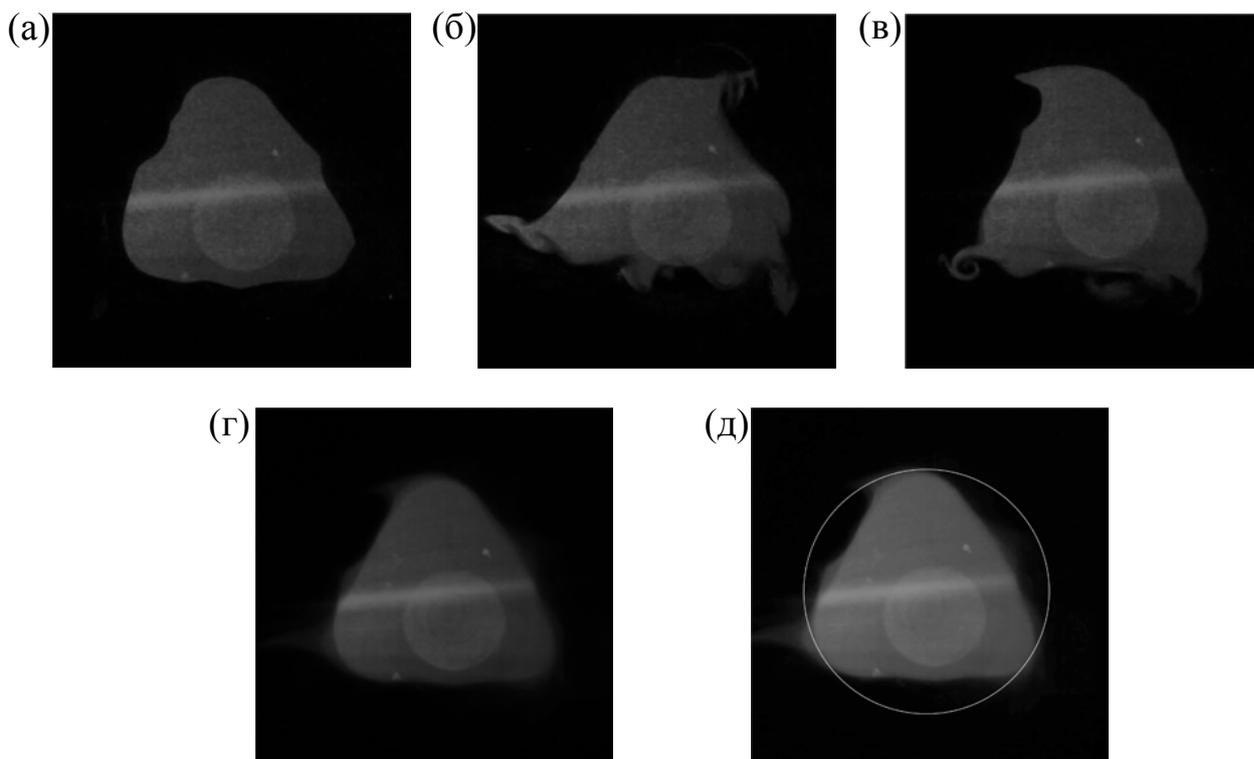


Рис. 4.23: Пример работы полуавтоматического алгоритма по определению радиуса «лепестка» из проведенных визуализаций поперечного сечения на разных расстояниях вниз по потоку. Показаны три мгновенных кадра для $n = 3$, $\varepsilon = 0.03$, $x/D = 4.25$ в начале (а), в середине (б), в конце (в) временного интервала, по которому проведено осреднение. Осредненный по яркости пикселей кадр (г), результат работы алгоритма (д).

Эксперименты по визуализации поперечного сечения были проведены, аналогично описанному в разделе 4.3, но с некоторыми различиями, направленными на уменьшения погрешности определения размера «лепестка». Лазер и веб-камера крепились к координатному устройству и перемещались вертикально так же синхронно, но камера находилась в данных экспериментах в потоке на расстоянии $3D$ ниже по течению, а линза камеры была параллельна плоскости лазерного ножа. Съемка проводилась на расстояниях лазерного ножа $x/D = 1 - 4.5$ от сопла с шагом $x/D = 0.25$ для $\varepsilon \leq 0.05$. Для $\varepsilon \geq 0.06$ начальное измерение проводилось в $x/D = 0.5$, а конечное постепенно уменьшалось до $x/D = 2.75$, т.к. на больших расстояниях струя турбулизуеться, и определить условный радиус струи далее не представляется возможным.

Из полученных видео выбирались интервалы (~ 5 с), соответствующие определенному ε и x/D . Был написан программный модуль полуавтомати-

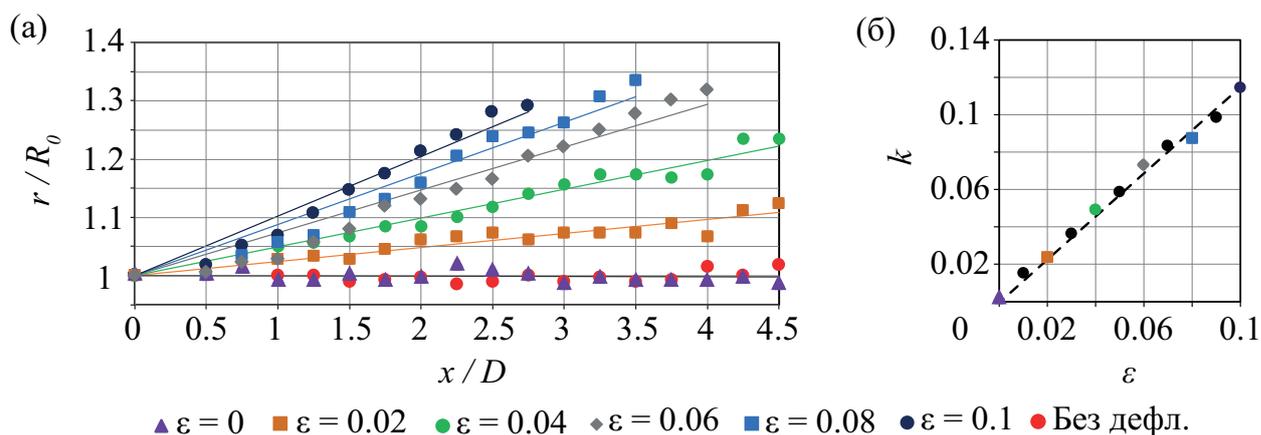


Рис. 4.24: Зависимость r/R_0 от x/D и линии тренда для разных ϵ (а), зависимость k от ϵ (б).

ческой обработки, который сохранял кадры из этих интервалов с заданной частотой, переводил каждый кадр в монохромную палитру (т.е. каждому пикселю соответствует одно число от 0 до 255, вместо трех) и усреднял цветное значение каждого пикселя по множеству кадров из интервала для устранения нерегулярных случайных колебаний струи (рис. 4.23). Далее, с использованием библиотеки алгоритмов компьютерного зрения, автоматически подбиралась окружность наименьшего радиуса, описывающая поперечное сечение струи в кадре (рис. 4.23(д)), и, следовательно, определялся и средний радиус r нарастающего «лепестка» (возмущения). Обезразмеривание полученных наборов r проводилось на радиус R_0 среза струи без внесенного дефлектора при $x/D = 0.5$. Законы нарастания полученных r/R_0 вниз по потоку приведены на рис. 4.24(а). Полуавтоматическим этот алгоритм является в смысле необходимости ручного задания соответствия временных интервалов видеозаписи и координаты x , а также из-за необходимости ручного подбора радиуса окружностей в случае некорректного автоматического определения.

Видно, что для всех экспериментальных серий, в том числе для $\epsilon = 0$ и случая без дефлектора, тренды наборов точек имеют очень близкий к линейному характер. Для $\epsilon \leq 0.05$ экспериментальные точки лучше ложатся на прямую линию, чем для больших ϵ . Это объясняется, во-первых, необходимостью в минимальном расстоянии для формирования возмущений и выхода на линейный рост (при малых ϵ это расстояние меньше), во-вторых, большим проявлением нелинейности вносимого возмущения. Ме-

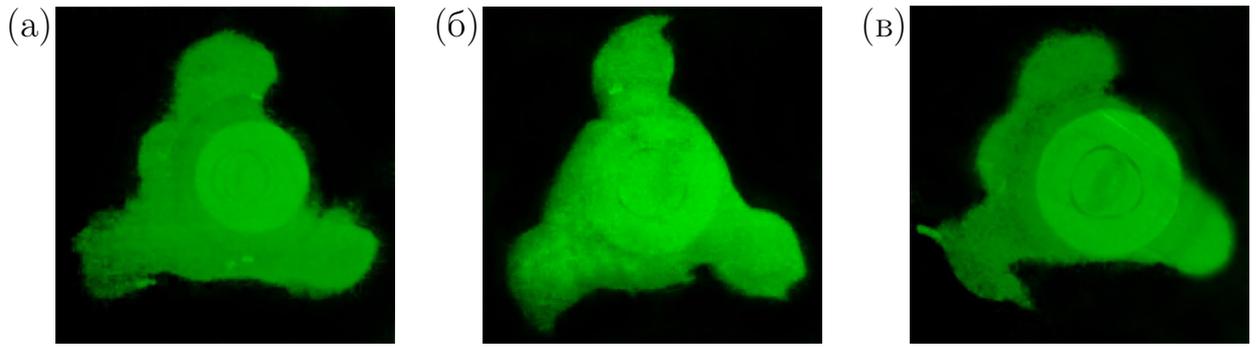


Рис. 4.25: Мгновенные кадры из визуализации поперечного сечения течения перед переходом к турбулентности при внесении возмущений дефлектором с $n = 3$ и $\varepsilon = 0.05$ (а), $\varepsilon = 0.08$ (б), $\varepsilon = 0.1$ (в)

тодом наименьших квадратов для каждого ε был определен коэффициент наклона прямой k (коэффициент постоянного нарастания, который пропорционален усредненной вниз по потоку радиальной компоненте возмущения скорости u_r). Видно, что k растет с увеличением ε практически линейно (рис. 4.24(б)). Следовательно, возмущения, которые вносят дефлекторы, подобны для разных ε . Этот факт также подтверждается тем, что расстоянию x/D , на котором поперечный срез окончательно теряет четкую структуру, предшествует один и тот же качественный вид пятна при примерно одинаковом значении $r/R_0 \approx 1.35$. Визуализации поперечного среза для $\varepsilon = 0.05$ и $x/D = 4.5$, для $\varepsilon = 0.08$ и $x/D = 3.25$ и для $\varepsilon = 0.1$ и $x/D = 2.75$ приведены на рис. 4.25. При таком уровне нарастания «лепестков» поперечное вихревое движение становится достаточно интенсивным (на рис. 4.26 характер поперечного движения виден по линиям тока), что ниже по потоку приводит к переходу к турбулентности.

4.4 Количественное сравнение роста возмущения, полученного в эксперименте, и оптимального

Выше было показано, что характеры развития внесённых возмущений и теоретически оптимальных возмущений качественно соответствуют. В частности, подтверждены следующие черты «lift-up» механизма роста. Во-первых, поперечная скорость остаётся практически постоянной вниз по потоку. Во-вторых, продольная скорость увеличивается по потоку почти линейно. Наконец, в поперечном сечении наблюдается «валикообразное»

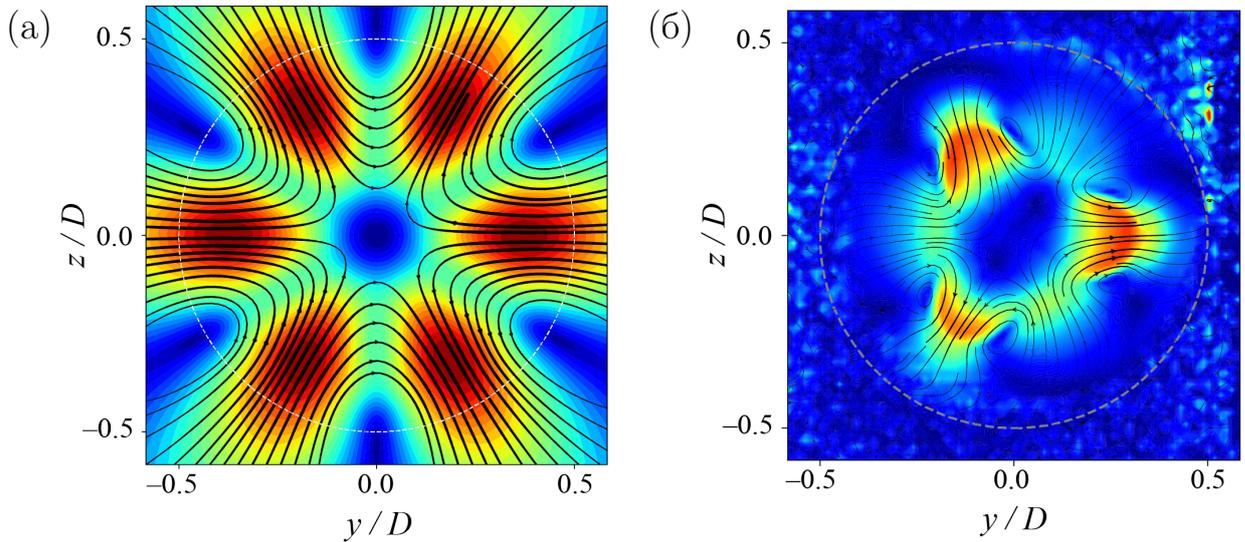


Рис. 4.26: Сравнение полей течения в поперечном сечении для теоретически оптимального возмущения (а) и эксперимента при $\varepsilon = 0.05$ (б). Цветная заливка соответствует поперечным скоростям возмущения для $n = 3$, нормализованным по его максимальному значению.

движение, благодаря которому переносятся внешние слои газа внутрь, а внутренние слои наружу. На рис. 4.26 показано сравнение структуры поперечного движения теоретически оптимального возмущения (соответствующего рис. 4.5(в)) и возмущения, полученного в эксперименте (рис. 4.16(а)). Видно, что вихревые структуры качественно похожи: 6 вихрей, которые переносят частички быстрых слоёв наружу, а медленных внутрь струи. Это движение вызывает локальное увеличение продольной компоненты возмущения скорости, что является аналогом полосчатых структур в пограничных течениях.

При количественном сравнении скоростей роста возмущений в теории и эксперименте, как это было проделано в главе 3 с собственными модами, возникают две основные сложности.

1. Во-первых, довольно сложно, если не невозможно, экспериментально воссоздать возмущение, близкое к оптимальному, так как оптимальное возмущение в общем случае имеет сложное трёхмерное поле скорости. Поэтому в этом исследовании не было стремления внести действительно оптимальное возмущения, а создавались такие, которые, как ожидалось, будут иметь схожий немодальный механизм роста: валики, переходящие в полосчатые структуры. Следовательно, скорости

роста созданных возмущений могут быть значительно ниже, чем у теоретически оптимальных, и в лучшем случае мы можем сравнить лишь порядок этой скорости.

2. Другая сложность в случае немодальных возмущений связана с определением «скорости роста». Для экспоненциально развивающейся собственной моды $v'(z) = Ae^{\delta x}$ измерения анемометром $v'_{\text{exp}}(x)$ вдоль одной линии сразу дают инкремент роста δ как наклон кривой $\ln v'_{\text{exp}}(x)$ на её линейном участке. В случае алгебраического (линейного) роста имеем

$$\begin{aligned} v'(x)/v'(x_0) &= 1 + \varkappa(x - x_0) \quad \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow v'(x) &= v'(x_0) + v'(x_0)\varkappa(x - x_0) = v'(x_0) + k(x - x_0). \end{aligned}$$

На первый взгляд, естественно рассматривать линейный коэффициент $\varkappa = k/v'(x_0) = (\Delta v'/\Delta x)/v'(x_0)$ как характеристику линейного роста. Однако такое определение не является инвариантным относительно выбора начального сечения x_0 . Действительно, поскольку k остаётся неизменным вниз по потоку для данного возмущения, а скорость $v'(x)$ растёт, выбор точки $x_1 > x_0$ и $v'(x_1) > v'(x_0)$ в качестве начальных значений приведёт к уменьшению экспериментально определяемого \varkappa для того же самого возмущения. Коэффициент k также не подходит в качестве меры роста, так как он не является инвариантным относительно амплитуды начального значения $v'(x_0)$.

Вторую сложность можно разрешить, исходя из физики немодального роста: поперечное валикообразное движение остаётся почти неизменным вниз по потоку, тогда как продольная компонента возмущения скорости увеличивается примерно линейно. Очевидно, что выбор сечения, расположенного ниже по потоку, в качестве начального увеличит начальную энергию E_0 и, следовательно, уменьшит линейную скорость роста $E(x)/E_0$. Следовательно, наиболее правильного коэффициента роста можно достичь, выбрав начальное сечение таким образом, что продольная компонента была бы близка к нулю, а поперечные компоненты (валики) доминировали бы в начальном поле возмущения скорости.

Это соображение приводит к двум возможным методам извлечения скорости роста из экспериментальных измерений. Рассмотрим PIV-измерения в продольной плоскости, показанные на рис. 4.19, 4.20. Как показано на рис. 4.22(б), продольная компонента здесь изменяется почти линейно. В первом методе этот график продолжается вверх по потоку как линейная функция и определяется координата x_0 , в которой продольная компонента близка к нулю. Это сечение x_0 считается начальным, в котором возмущение является «наиболее близким» к оптимальному, поскольку его начальная энергия по большей части зависит от поперечного движения (стоит заметить, что x_0 может находиться выше дефлектора, т.е. получается фиктивное начальное сечение). Тогда фиктивная начальная энергия возмущения вычисляется как

$$K_y(x) = \frac{1}{LU_c^2} \int_L u_y^2(x, y) dy.$$

Допустим, что $K_y(x)$ не зависит от x , что было бы верно для чистого «lift-up» механизма, и отрезок интегрирования может быть выбран при любом x . Также предположим, что в точке $x = x_0$ основной вклад в значение кинетической энергии возмущения идет от энергии валиков, т.е. предполагается, что экстраполяция линейной функции $\sqrt{K(x)}$ до точки $x = x_0$ должна дать $K(x_0) \approx K_y(x)$.

Тогда коэффициент роста \varkappa в эксперименте находится из линейной зависимости

$$\sqrt{\frac{K(x)}{K_y}} = 1 + \varkappa \frac{x - x_0}{D}. \quad (4.15)$$

В дальнейших расчётах выбирались $K_y = K_y(1D)$ и $x = x_1 = 2D$.

Полученное экспериментальное значение \varkappa затем сравнивается с теоретическим коэффициентом линейного роста $\sqrt{E(x)/E(0)}$ для оптимального возмущения.

Этот метод в теории корректен для получения коэффициента роста действительно оптимального возмущения. Однако для нашего возмущения и нашей установки существует неопределённость в выборе x_0 . Например, для $n = 3$ значения x_0 , полученные для графиков $u_x^-(x)$ и $u_x^+(x)$ на рис. 4.22, составляют соответственно $x_0^-/D \approx -1.04$ и $x_0^+/D \approx 0.13$. Хотя эти значения различаются, $x_1 - x_0$ имеют одинаковый порядок и этого достаточно для

получения порядка коэффициента роста из (4.15). Оценки \varkappa , полученные с помощью метода, показаны на рис. 4.27: закрашенные квадраты соответствуют случаю, когда для определения x_0 использовались u_x^- , а пустые квадраты — случаю, когда x_0 определялось как ноль для u_x^+ .

Второй метод основан на прямом допущении правильности зависимости (4.15). Минимальные ($K_{y,\min}$) и максимальные ($K_{y,\max}$) значения $K_y(x)$ в диапазоне $1 \leq x/D \leq 2$ берутся в качестве K_y для демонстрации возможного разброса при определении \varkappa . Затем \varkappa и x_0 можно найти с помощью метода наименьших квадратов для линейной интерполяции функций

$$F_{\min}(x) = \sqrt{\frac{K(x)}{K_{y,\min}}} - 1, \quad F_{\max}(x) = \sqrt{\frac{K(x)}{K_{y,\max}}} - 1. \quad (4.16)$$

Посчитанные по экспериментальным данным функции (4.16) достаточно близки к линейным: соответствующие значения \varkappa приведены на рис. 4.27. Поскольку $K_{y,\min} \leq K_{y,\max}$, величины \varkappa , найденные по F_{\min} , больше, чем те, которые найдены по F_{\max} . Все полученные значения \varkappa лежат в интервале $\varkappa \sim 1 - 5$, тогда как $\varkappa \sim 30$ для теоретически оптимальных возмущений (рис. 4.4), что на порядок больше, чем значения, полученные в экспериментах. Однако это различие неудивительно в связи с замечанием (1): наши возмущения не являются оптимальными (они лишь частично воспроизводят их структуру), но всё же растут в соответствии с тем же механизмом роста.

Тем не менее, в отсутствии других исследований, с которыми можно было бы провести сравнение, нелинейная эволюция внесенных возмущений согласуется с результатами теоретического исследования авторов [113]. В частности, на их рис. 2(a-d) демонстрируется нелинейная эволюция оптимально возмущённой струи, схожая с тем, что было зафиксировано в проведенных экспериментах (см. рис. 4.10): чётко различимы «шейки», возникающие во время эволюции «лепестков». Таким образом, можно предположить, что изображенная схема нелинейного развития возмущения, развивающегося в соответствии с «lift-up» механизмом, универсальна и применима не только к рассмотренному течению.

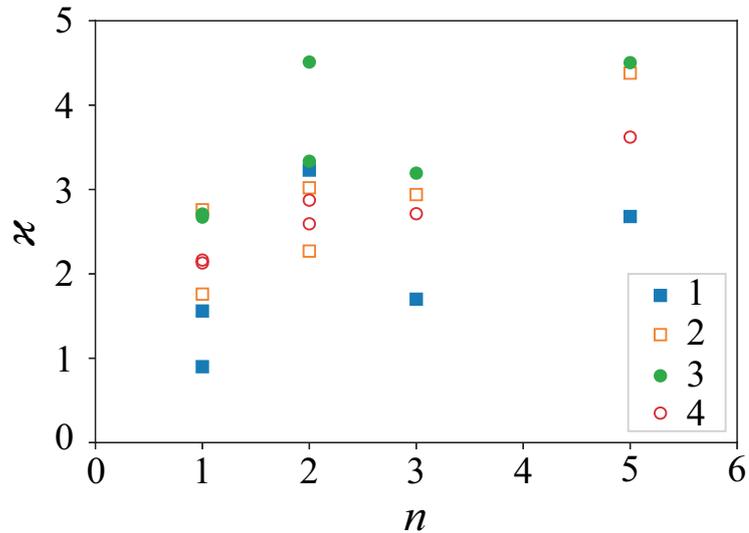


Рис. 4.27: Коэффициент роста κ , найденный двумя различными методами. В первом методе (1, 2) использовались минимумы и максимумы u_x для оценки x_0 (см. (4.15)). Точки (3, 4) относятся ко второму методу для $F_{\min}(x)$ и $F_{\max}(x)$, в котором использовались минимальные и максимальные значения K_y из (4.16). Случаи с разными ε объединены и не разделяются.

4.5 Выводы по четвертой главе

Экспериментально изучено развитие стационарных возмущений в затопленной струе с длинным ламинарным участком. Было возбуждено стационарное «валикообразное» движение в поперечном сечении струи, которое качественно схоже с оптимальными возмущениями, рассчитанными для рассматриваемого течения. Была проведена визуализация поперечных сечений струи на расстояниях $x/D = 0.5 - 3.5$ вниз по потоку, измерена продольная составляющая скорости при помощи термоанемометра, а также проведена серия PIV-измерений поперечных ($x/D = 1 - 2$) и продольных сечений.

Впервые экспериментально инициирован немодальный механизм роста возмущений в струйном течении, который является аналогом «lift-up» механизма в пристенных течениях. Были экспериментально подтверждены следующие характерные черты немодального роста возмущений:

1. поперечная скорость остаётся практически постоянной вниз по потоку;
2. продольная скорость увеличивается по потоку почти линейно;

3. поперечное движение имеет форму «валикообразного» движения, перенося внешние слои воздуха внутрь, а внутренние — наружу. Это движение вызывает локальное увеличение продольной компоненты возмущения скорости, что является аналогом образования полосчатых структур в пристенных течениях.

Развитие струи прослежено до перехода к турбулентности, которому предшествует отделение «лепестков» от ядра струи и образование «шеек» между «впадинами» и «лепестками». Вскоре после формирования «шеек» наблюдается резкий рост нестационарностей, что в итоге приводит к разрушению ламинарной структуры течения.

Таким образом, в данной главе продемонстрировано подавление модального сценария перехода к турбулентности через рост волн Кельвина–Гельмгольца (благодаря низкой интенсивности турбулентности на входе) и инициация «обходного» сценария перехода к турбулентности, через немодальный «lift-up» механизм роста малых возмущений. Этот сценарий ранее не наблюдался в струйных течениях.

Представляет интерес дальнейшее исследование этого сценария перехода, включая переход, вызванный комбинацией модального и немодального механизмов линейного роста. Наиболее быстрый переход к турбулентности может быть полезен в различных технических устройствах для интенсификации перемешивания и теплообмена. Кроме того, существует вероятность того, что правильная комбинация этих двух механизмов, напротив, сможет задержать переход к турбулентности в струях, как это было продемонстрировано для пограничного слоя в работе [107].

Заключение

Диссертация посвящена исследованию механизмов роста возмущений в струйных течениях. Во введении обоснована актуальность работы. Главная цель исследования заключается в экспериментальной валидации теоретических подходов к анализу неустойчивости в струях, включая как модальный, так и немодальный механизмы.

Экспериментальная установка, разработанная для исследования ламинарных струй с длинными участками, позволяет создавать условия для детального изучения как модальных, так и немодальных возмущений. Подробно описаны методы визуализации и измерения скоростей в струях. Для валидации теоретических моделей использовались визуализация, термоанемометрические и PIV-измерения. Полученные данные использовались для анализа эволюции возмущений в потоке и их сравнения с результатами линейной теории устойчивости.

Первая часть экспериментов была направлена на изучение собственных осесимметричных возмущений. Были отдельно исследованы две моды: первая локализована вблизи границы струи, а вторая связана с внутренней точкой перегиба профиля скорости. Оба режима были исследованы с помощью визуализации лазерным ножом и термоанемометрических измерений. Результаты экспериментов показали хорошее соответствие между теоретическими предсказаниями и экспериментальными данными, особенно в части радиальных распределений скорости. В особенности отмечается, что возмущения оставались малыми и сохраняли экспоненциальный характер роста на протяжении значительной части струи.

Во второй части экспериментов акцент сделан на исследовании немодального механизма роста возмущений, аналогичного механизму «lift-up» в пограничных слоях. Эксперименты показали, что поперечные валикообразные движения, создаваемые в струе, ведут к значительному увеличению продольной скорости, что подтверждает наличие немодального роста. Проводились измерения и визуализация возмущений на различных расстояниях от сопла, что позволило экспериментально выявить ключевые параметры «lift-up» механизма. Эти результаты вносят важный вклад в

понимание немодального роста в струйных течениях. Продемонстрирован новый сценарий перехода к турбулентности в затопленной струе, не связанный с развитием волн Кельвина-Гельмгольца.

Литература

1. Анискин В.М., Леманов В.В., Маслов Н.А., Мухин К.А., Терехов В.И., Шаров К.А. Экспериментальное исследование течения дозвуковых плоских мини- и микроструй воздуха // Письма в ЖТФ. — 2015. — Т. 41. — № 1. — С. 94–101.
2. Ашуров Д.А., Веденеев В.В., Гареев Л.Р., Иванов О.О. Экспериментальное изучение немодального механизма роста возмущений в ламинарной затопленной струе // Доклады РАН. Физика, технические науки. — 2023. — Т. 509. — С. 28–38.
3. Беляев И.В., Бычков О.П., Зайцев М.Ю., Копьев В.А., Копьев В.Ф., Остриков Н.Н., Фараносов Г.А., Чернышев С.А. Разработка стратегии активного управления волнами неустойчивости в невозбужденных турбулентных струях // Изв. РАН. МЖГ. — 2018. — № 3. — С. 14–27.
4. Веденеев В.В., Гареев Л.Р., Зайко Ю.С., Решмин А.И., Трифонов В.В. Анализ развития возмущений в ламинарной затопленной струе // Всероссийская конференция и школа для молодых ученых, посвященные 100-летию академика Л.В.Овсянникова «Математические проблемы механики сплошных сред» (13-17 мая 2019). — г. Новосибирск: изд-во Института гидродинамики им. М.А.Лаврентьева СО РАН, 2019. — С. 56–59.
5. Веденеев В.В., Гареев Л.Р., Зайко Ю.С., Решмин А.И., Трифонов В.В., Чичерина А.Д. Экспериментальное подтверждение результатов модальной теории устойчивости в применении к затопленной струе // Волны и вихри в сложных средах: 11-ая международная конференция

- школа молодых ученых, 1-3 декабря 2020 г., Москва: Сборник материалов школы. — г. Москва: ООО «ИСПО-принт», 2020. — С. 36–39.
6. *Веденеев В.В., Гареев Л.Р., Зайко Ю.С., Решмин А.И., Трифонов В.В.* Экспериментальное исследование роста вносимых возмущений в затопленную струю // Ломоносовские чтения. Научная конференция. Секция механики. — г. Москва: изд-во Московского университета, 2020. — С. 47–48.
 7. *Веденеев В.В., Гареев Л.Р., Зайко Ю.С., Решмин А.И., Трифонов В.В., Чичерина А.Д.* Экспериментальное изучение влияния контролируемых возмущений на устойчивость круглой затопленной струи // Всероссийская конференция молодых ученых-механиков YSM-2020. Тезисы докладов. — г. Москва: изд-во Московского университета, 2020. — С. 50.
 8. *Власов Е.В., Гиневский А.С.* Акустическое воздействие на аэродинамические характеристики турбулентной струи // Изв. АН СССР. МЖГ. — 1967. — № 4. — С. 133–138.
 9. *Гареев Л.Р., Иванов О.О., Веденеев В.В., Ашуров Д.А.* Влияние амплитуды вносимого стационарного возмущения на его немодальный рост в ламинарной затопленной струе // ПМТФ. — 2024. — Т. 65, № 1. — С. 70–74.
 10. *Гареев Л.Р.* Экспериментальное изучение развития возмущений в круглой струе // Труды конференции-конкурса молодых ученых (21–25 октября 2019 г.). — г. Москва: изд-во НИИ механики МГУ, 2020. — С. 58–65.
 11. *Гареев Л.Р., Веденеев В.В., Зайко Ю.С., Трифонов В.В., Решмин А.И.* Экспериментальное исследование развития возмущений в круглой струе // Материалы XXIV Международной конференции «Нелинейные задачи теории гидродинамической устойчивости и турбулентность». — г. Москва: изд-во Московского Университета, 2020. — С. 21.

12. *Гареев Л.Р., Веденеев В.В., Зайко Ю.С., Трифонов В.В., Решмин А.И.* Экспериментальное исследование развития возмущений в круглой струе // Проблемы механики: теория, эксперимент и новые технологии: тезисы докладов XIV Всероссийской школы-конференции молодых ученых (Новосибирск – Шерегеш, 28 февраля – 6 марта 2020 г.). — г. Новосибирск: изд-во Параллель, 2020. — С. 48–49.
13. *Гареев Л.Р.* Экспериментальное изучение устойчивости круглой ламинарной струи // Тезисы Конференции-конкурса молодых ученых Научно-исследовательского института механики МГУ имени М.В. Ломоносова (20–22 октября 2020 г.). — г. Москва: изд-во Института механики МГУ, 2020. — С. 7.
14. *Гареев Л.Р., Веденеев В.В., Зайко Ю.С., Трифонов В.В., Решмин А.И.* Экспериментальное обоснование применимости модальной теории устойчивости к круглой струе // Проблемы механики: теория, эксперимент и новые технологии: тезисы докладов XV Всероссийской школы-конференции молодых ученых (25 февраля – 5 марта 2021 г., Новосибирск – Шерегеш). — г. Новосибирск: изд-во Автограф, 2021. — С. 51–52.
15. *Гареев Л.Р., Веденеев В.В., Зайко Ю.С., Решмин А.И., Трифонов В.В.* Экспериментальное исследование модальной и алгебраической неустойчивости в затопленной струе воздуха // Всероссийская конференция молодых ученых-механиков YSM-2021, посвященная 60-летию первого полета человека в космос. (3–12 сентября 2021 г., Сочи, «Буревестник» МГУ). — г. Москва: изд-во Московского университета, 2021. — С. 44.
16. *Гареев Л.Р., Веденеев В.В., Зайко Ю.С., Решмин А.И., Трифонов В.В.* Применение модальной теории устойчивости к круглой затопленной струе: сравнение эксперимента с теорией // Ломоносовские чтения. Научная конференция. Секция механики. 20–26 апреля 2021 года. Тезисы докладов. — г. Москва: изд-во Московского университета, 2021. — С. 57–58.

17. *Гареев Л.Р.* Исследование модального и немодального механизмов перехода к турбулентности в ламинарной затопленной струе // Тезисы Конференции-конкурса молодых учёных Научно-исследовательского института механики МГУ имени М.В. Ломоносова (18–22 октября 2021 года). — г. Москва: изд-во Института механики МГУ, 2021. — С. 11.
18. *Гареев Л.Р.* Экспериментальное изучение развития возмущений в круглой струе // Труды конференции-конкурса молодых ученых (19 - 20 октября 2021 г.). — г. Москва: изд-во Московского университета, 2022. — С. 19–26.
19. *Гареев Л.Р., Ашуров Д.А., Веденеев В.В., Иванов О.О.* Экспериментальное исследование алгебраической неустойчивости в круглой ламинарной струе // XXVI Всероссийский семинар с международным участием по струйным, отрывным и нестационарным течениям, тезисы. — г. Санкт-Петербург, 2022. — С. 67.
20. *Гареев Л.Р., Ашуров Д.А., Веденеев В.В., Иванов О.О.* Экспериментальное исследование немодального механизма роста возмущений в круглой ламинарной струе // Всероссийская конференция молодых ученых-механиков YSM-2022 (4–14 сентября 2022 г., Сочи, «Буревестник» МГУ). — г.Москва: Издательский дом МГУ, 2023. — С. 66.
21. *Гареев Л.Р.* Алгебраический рост возмущений в затопленной струе // Тезисы Конференции-конкурса молодых учёных Научно-исследовательского института механики МГУ имени М.В. Ломоносова (19–20 октября 2022 года). — г. Москва: изд-во Института механики МГУ, 2022. — С. 8.
22. *Гареев Л.Р., Ашуров Д.А., Веденеев В.В., Иванов О.О.* Изучение устойчивости круглой затопленной струи // XXIII Зимняя школа по механике сплошных сред. Тезисы докладов. — г. Пермь: ИМСС, 2023. — С. 54.
23. *Гареев Л.Р., Ашуров Д.А., Веденеев В.В., Иванов О.О.* Экспериментальное исследование алгебраического механизма роста возмущений в

- затопленной струе // Тезисы XVII Всероссийской школы-конференции молодых ученых «Проблемы механики: теория, эксперимент и новые технологии» (ПМ: 2023). — г. Новосибирск: изд-во НГУ, 2023. — С. 45–46.
24. *Гареев Л.Р., Ашуров Д.А., Веденеев В.В., Иванов О.О.* Идентификация немодального механизма роста возмущений в экспериментах с ламинарной затопленной струей // XIII Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике. Сборник тезисов докладов. В 4-х томах, серия Том 2. Механика жидкости и газа. — г. Санкт-Петербург: изд-во Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, 2023. — С. 527–528.
25. *Гареев Л.Р., Иванов О.О., Веденеев В.В.* Исследование механизмов роста возмущений в ламинарной затопленной струе // Всероссийская конференция молодых ученых-механиков YSM-2023. Тезисы докладов (4–14 сентября 2023 г., Сочи, «Буревестник» МГУ). — г. Москва: Издательский дом МГУ, 2023. — С. 35.
26. *Гареев Л.Р.* Немодальный механизм нарастания возмущений в осесимметричной ламинарной струе // Тезисы Конференции-конкурса молодых учёных Научно-исследовательского института механики МГУ имени М.В. Ломоносова (16–19 октября 2023 года). — г. Москва: изд-во Института механики МГУ, 2023. — С. 2.
27. *Гареев Л.Р., Иванов О.О., Веденеев В.В., Трифонов В.В.* Влияние стационарных возмущений на развитие неустойчивости Кельвина-Гельмгольца в ламинарной струе // Всероссийская конференция молодых ученых-механиков YSM-2024. Тезисы докладов (4–14 сентября 2024 г., Сочи, «Буревестник» МГУ). — г. Москва: изд-во Московского университета, 2024. — С. 50.
28. *Гиневский А.С., Власов Е.В., Каравосов Р.К.* Акустическое управление турбулентными струями. — ООО «Физматлит», 2001. — 240 с.

29. Грек Г.Р., Катасонов М.М., Козлов В.В. Моделирование полосчатых структур и возникновения турбулентного пятна в пограничном слое крыла при повышенной степени турбулентности набегающего потока // Теплофизика и аэромеханика. — 2008. — № 4. — С. 584–598.
30. Зайко Ю.С., Гареев Л.Р., Чичерина А.Д., Трифонов В.В., Веденеев В.В., Решмин А.И. Экспериментальное обоснование применимости линейной теории устойчивости к затопленной струе // Доклады РАН. Физика, технические науки. — 2021. — Т. 497. — С. 44–48.
31. Иванов О.О., Гареев Л.Р., Ашуров Д.А., Веденеев В.В. О влиянии немодального возмущения на затопленную струю // XXIII Зимняя школа по механике сплошных сред. Тезисы докладов. — г. Пермь: ИМСС, 2023. — С. 134.
32. Иванов О.О., Гареев Л.Р., Ашуров Д.А., Веденеев В.В. Экспериментальное определение роста немодального возмущения в круглой струе // Тезисы XVII Всероссийской школы-конференции молодых ученых «Проблемы механики: теория, эксперимент и новые технологии» (ПМ: 2023). — г. Новосибирск: изд-во НГУ, 2023. — С. 79–80.
33. Иванов О.О., Гареев Л.Р., Ашуров Д.А., Веденеев В.В. Определение безразмерного коэффициента роста возмущения, развивающегося согласно немодальному механизму роста, в круглой затопленной струе // Ломоносовские чтения. Научная конференция. Секция механики. 4–23 апреля 2023 года. Тезисы докладов. — г. Москва: изд-во Московского университета, 2023. — С. 82.
34. Иванов О.О., Ашуров Д.А., Веденеев В.В., Гареев Л.Р. Исследование механизмов развития возмущений в затопленной струе // Тезисы докладов XX Научно-технической конференции по аэроакустике (24–29 сентября 2023 г.). — г. Москва: изд-во ЦАГИ им. проф. Н. Е. Жуковского, 2023. — С. 164–165.

35. *Карпов В.Л., Мостинский И.Л., Полежаев Ю.В.* Ламинарный и турбулентный режимы горения водородных затопленных струй // ТВТ. — 2005. — Т. 43, № 1. — С. 115–120.
36. *Качанов Ю.С., Козлов В.В., Левченко В.Я.* Развитие колебаний малой амплитуды в ламинарном пограничном слое // Учёные записки ЦАГИ. — 1975. — Т. 6, № 5. — С. 137–140.
37. *Косорыгин В.С., Поляков Н.Ф., Супрун Т.Т., Эпик Э.Я.* Влияние турбулентности потока на структуру возмущений в ламинарном пограничном слое // Пристеночные турбулентные течения. — г. Новосибирск: изд-во ИТФ СО АН СССР, 1984. — С. 79–83.
38. *Козлов В.В., Рамазанов М.П.* Экспериментальное исследование устойчивости течения Пуазейля // Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук. — 1981. — № 8, вып. 2. — С. 45–48.
39. *Козлов В.В., Грек Г.Р., Лефдаль Л.Л., Чернорай В.Г., Литвиненко М.В.* Роль продольных локализованных структур в процессе перехода к турбулентности в пограничных слоях и струях (обзор) // ПМТФ. — 2002. — № 2. — С. 62–76.
40. *Кривокорытов М.С., Голуб В.В., Моралев И.А., Володин В.В.* Экспериментальное исследование развития струи гелия при акустическом воздействии // ТВТ. — 2014. — Т. 52, № 3. — С. 450–455.
41. *Леманов В.В., Терехов В.И., Шаров К.А., Шумейко А.А.* Экспериментальное исследование затопленных струй при низких числах Рейнольдса // Письма в ЖТФ. — 2013. — Т. 39, № 9. — С. 34–40.
42. *Леманов В.В., Лукашов В.В., Шаров К.А.* Переход к турбулентности через перемежаемость в инертных и реагирующих струях // Изв. РАН. МЖГ. — 2020. — № 6. — С. 50–59.
43. *Литвиненко М.В., Козлов В.В., Козлов Г.В., Грек Г.Р.* Влияние продольных полосчатых структур на процесс турбулизации круглой струи // ПМТФ. — 2004. — Т. 45, № 3. — С. 50–60.

44. *Мулладжанов Р.И., Яворский Н.И.* Линейная гидродинамическая устойчивость дальнего поля затопленной ламинарной струи // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. — 2018. — Т. 11, № 3. — С. 108–121.
45. *Никитин Н.В., Попеленская Н.В.* Нелинейное развитие стационарных возмущений в пространственно развивающейся круглой затопленной струе // Журнал вычислительной математики и математической физики (в печати).
46. *Решмин А.И., Веденеев В.В., Гареев Л.Р., Зайко Ю.С., Трифонов В.В.* Аналитические модели и экспериментальные методы в исследовании ламинарных затопленных струй // Модели и методы аэродинамики. Материалы Двадцать первой международной школы-семинара. — г. Жуковский: изд. отдел ЦАГИ, 2021. — С. 118–119.
47. *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя. — Перев. Г.А. Вольперта с немецкого, под ред. Л.Г. Лойцянского. Главная редакция физико-математической литературы издательства «Наука», Москва, 1974. — 712 с.
48. *Andersson, P., Berggren, M., Henningson, D.S.* Optimal disturbances and bypass transition in boundary layers // Phys. Fluids. — 1999. — Vol. 11. — P. 134–150.
49. *Batchelor, G. K., Gill, A. E.* Analysis of the stability of axisymmetric jets // J. Fluid Mech. — 1962. — Vol. 14, no. 4. — P. 529–551.
50. *Boguslawski, A., Wawrzak, K., Tyliczszak, A.* A new insight into understanding the Crow and Champagne preferred mode: a numerical study // J. Fluid Mech. — 2019. — Vol. 869. — P. 385–416.
51. *Boiko, A.V., Westin, K.J.A., Klingmann, B.G.B., Kozlov, V.V., Alfredsson, P.H.* Experiments in a boundary layer subjected to free stream turbulence. Part 2. The role of TS-waves in the transition process // J. Fluid Mech. — 1994. — Vol. 281. — P. 219–245.

52. *Boiko, A.V., Grek, G.R., Dougal, A.V., Kozlov, V.V.* The Origin of Turbulence in Near-Wall Flows. — Springer Berlin, Heidelberg, 2002. — 268 p.
53. *Boiko, A. V., Dougal, A. V., Grek, G. R., Kozlov, V. V.* Physics of Transitional Shear Flows. — Springer Dordrecht, 2012. — 272 p.
54. *Boronin, S. A., Healey, J. J., Sazhin, S. S.* Non-modal stability of round viscous jets // J. Fluid Mech. — 2013. — Vol. 716. — P. 96–119.
55. *Burattini, P., Antonia, R. A., Rajagopalan, S., Stephens, M.* Effect of initial conditions on the near-field development of a round jet // Experiments in Fluids. — 2004. — Vol. 37. — P. 56–64.
56. *Butler, K.M., Farrell, B.F.* Three-dimensional optimal perturbations in viscous shear flow // Phys. Fluids A: Fluid Dyn. — 1992. — Vol. 4. — P. 1637–1650.
57. *Canuto, C., Hussaini, M.Y., Quarteroni, A., Zang, T.A.* Spectral Methods // Springer. 2007.
58. *Chorny, A., Zhdanov, V.* Turbulent mixing and fast chemical reaction in the confined jet flow at large Schmidt number // Chem. Eng. Sci. — 2012. — Vol. 68. — P. 541–554.
59. *Cohen, J., Wygnanski, I.* The evolution of instabilities in the axisymmetric jet. Part 1. The linear growth of disturbances near the nozzle // J. Fluid Mech. — 1987. — Vol. 176. — P. 191–219.
60. *Crow, S.C., Champagne, F.H.* Orderly structure of jet turbulence // J. Fluid Mech. — 1971. — Vol. 48. — P. 547–591.
61. *Ellingsen, T., Palm, E.* Stability of linear flow // Phys. Fluids. — 1975. — Vol. 18. — P. 487–488.
62. *Farrell, B.F., Ioannou, P.J.* Optimal excitation of three-dimensional perturbations in viscous constant shear flow // Physics of Fluids A: Fluid Dynamics. — 1993. — Vol. 5, no. 6. — P. 1390–1400.

63. *Fiedler, H.E., Fernholz, H.H.* On management and control of turbulent shear flows // *Prog. Aerospace Sci.* — 1990. — Vol. 27. — P. 305–387.
64. *Fransson, J.H.M., Matsubara, M., Alfredsson, P.H.* Transition induced by free-stream turbulence // *J. Fluid Mech.* — 2005. — Vol. 527. — P. 1–25.
65. *Gareev, L., Chicherina, A., Reshmin, A., Trifonov, V., Vedeneev, V., Zayko, J.* Comparison of Experimental and Theoretical Characteristics of Linear Waves in the Submerged Air Jet // *Proceedings of the 8th International Conference on Fluid Flow, Heat and Mass Transfer (FFHMT'21).* — 2021. — no. 138.
66. *Gareev, L., Zayko, J., Trifonov, V., Reshmin, A., Vedeneev, V.* Experimental investigation of perturbation growth in laminar jets // *Proceedings of the International Astronautical Congress, IAC-2021.* — 2022. — no. 64912.
67. *Gareev, L., Ashurov, D., Ivanov, O., Vedeneev, V.* Experimental detection of non-modal perturbation growth mechanism in a laminar jet // *Book of abstracts of European Drag Reduction and Flow Control Meeting (EDRFCM).* — Paris, France, 2022. — P. 40.
68. *Gareev, L.R., Zayko, J.S., Chicherina, A.D., Trifonov, V.V., Reshmin, A.I., Vedeneev, V.V.* Experimental validation of inviscid linear stability theory applied to an axisymmetric jet // *J. Fluid Mech.* — 2022. — Vol. 934. — A3.
69. *Gareev, L., Vedeneev, V., Ivanov, O., Zayko, J., Ashurov, D., Reshmin, A., Trifonov, V.* Experimental study of perturbation growth in a round laminar jet // *Proceedings in applied mathematics and mechanics.* — 2023. — Vol. 23. — no. e202300283.
70. *Garnaud, X., Lesshafft, L., Schmid, P. J., Huerre, P.* The preferred mode of incompressible jets: linear frequency response analysis // *J. Fluid Mech.* — 2013. — Vol. 716. — P. 189–202.

71. *Hilgers, A., Boersma, B.J.* Optimization of turbulent jet mixing // Fluid Dyn. Res. — 2001. — Vol. 29. — P. 345–368.
72. *Ivanov, O.O., Ashurov, D.A., Gareev, L.R., Vedeneev, V.V.* Non-modal perturbation growth in a laminar jet: an experimental study // J. Fluid Mech. — 2023. — Vol. 963. — A8.
73. *Jimenez-Gonzalez, J.I., Brancher, P., Martinez-Bazan, C.* Modal and non-modal evolution of perturbations for parallel round jets // Phys. Fluids. — 2015. — Vol. 27, no. 4. — 044105.
74. *Jiménez-González, J.I., Brancher, P.* Transient energy growth of optimal streaks in parallel round jets // Phys. Fluids. — 2017. — Vol. 29. — 114101.
75. *Jordan, P., Colonius, T.* Wave Packets and Turbulent Jet Noise // Ann. Rev. Fluid Mech. — 2013. — Vol. 45. — P. 173–195.
76. *Jung, D., Gamard, S., George, W.K.* Downstream evolution of the most energetic modes in a turbulent axisymmetric jet at high Reynolds number. Part 1. The near-field region // J. Fluid Mech. — 2004. — Vol. 514. — P. 173–204.
77. *Kachanov, Yu.S., Levchenko V.Ya.* The resonant interaction of disturbances at laminar-turbulent transition in a boundary layer // J. Fluid Mech. — 1984. — Vol. 138. — P. 209–247.
78. *Kendall, J.M.* Experimental study of disturbances produced in a pre-transitional laminar boundary layer by weak free stream turbulence // In 18th Fluid Dynamics and Plasmadynamics and Lasers Conference. — AIAA, 1985. — no. 1695.
79. *Khorrami, M.R., Malik, M.R., Ash, R.L.* Application of spectral collocation techniques to the stability of swirling flows // J. Comput. Phys. — 1989. — Vol. 81, no. 1. — P. 206–229.
80. *Kozlov, V., Grek, G., Litvinenko, Yu.* Visualization of Conventional and Combusting Subsonic Jet Instabilities. — Springer, 2015. — 126 p.

81. *Landahl, M.T.* A note on an algebraic instability of inviscid parallel shear flows // J. Fluid Mech. — 1980. — Vol. 98. — P. 243–251.
82. *Liepmann, D., Gharib, M.* The role of streamwise vorticity in the near-field entrainment of round jets // J. Fluid Mech. — 1992. — Vol. 245. — P. 643–668.
83. *Luchini, P.* Reynolds-number-independent instability of the boundary layer over a flat surface: optimal perturbations // J. Fluid Mech. — 2000. — Vol. 404. — P. 289–309.
84. *Mair, M., Bacic, M., Chakravarthy, K., Williams, B.* Jet preferred mode vs shear layer mode // Phys. Fluids. — 2020. — Vol. 32. 064106.
85. *Marant, M., Cossu, C.* Influence of optimally amplified streamwise streaks on the Kelvin–Helmholtz instability // J. Fluid Mech. — 2018. — Vol. 838. — P. 478–500.
86. *Matsubara, M., Alfredsson, P.H.* Disturbance growth in boundary layers subjected to free-stream turbulence // J. Fluid Mech. — 2001. — Vol. 430. — P. 149–168.
87. *Morkovin, M.V.* Bypass transition to turbulence and research desiderata // NASA Conf. Publ. — 1984. — Vol. 2386. — P. 161–204.
88. *Morris, P. J.* The spatial viscous instability of axisymmetric jets // J. Fluid Mech. — 1976. — Vol. 77(3). — P. 511–526.
89. *Mullyadzhyanov, R.I., Sandberg, R.D., Abdurakipov, S.S., George, W.K., Hanjalic, K.* Propagating helical waves as a building block of round turbulent jets // Phys. Rev. Fluids. — 2018. — Vol. 3. — 062601.
90. *Nastro, G., Fontane, J., Joly, L.* Optimal perturbations in viscous round jets subject to Kelvin-Helmholtz instability // J. Fluid Mech. — 2020. — Vol. 900. — A13.

91. *Nishioka, M., Iida, S., Ichikawa, Y.* An experimental investigation of the stability of plane Poiseuille flow // *J. Fluid Mech.* — 1975. — Vol. 72, no. 4. — P. 731–751.
92. *Ortiz, S., Chomaz, J.M.* Transient growth of secondary instabilities in parallel wakes: Anti lift-up mechanism and hyperbolic instability // *Phys. Fluids.* — 2011. — Vol. 23. — 114106.
93. *Paschereit, C.O., Oster, D., Long, T.A., Fiedler, H.E., Wagnanski, I.* Flow visualization of interactions among large coherent structures in an axisymmetric jet // *Experiments in Fluids.* — 1992. — Vol. 12. — P. 189–199.
94. *Petersen, R.A., Samet, M.M.* On the preferred mode of jet instability // *J. Fluid Mech.* — 1988. — Vol. 194. — P. 153–173.
95. *Pfenniger, W.* Boundary layer suction experiments with laminar flow at high Reynolds numbers in the inlet length of a tube by various suction methods. In *Boundary layer and flow control* (ed. G. Lachman). — Pergamon Press, 1961. — P. 961–980.
96. *Pickering, E., Rigas, G., Nogueira, P.A.S., Cavalieri, A.V.G., Schmidt, O.T., Colonius, T.* Lift-up, Kelvin-Helmholtz and Orr mechanisms in turbulent jets // *J. Fluid Mech.* — 2020. — Vol. 896. — A2.
97. *Pickering, E., Rigas, G., Schmidt, O.T., Sipp, D., Colonius, T.* Optimal eddy viscosity for resolvent-based models of coherent structures in turbulent jets // *J. Fluid Mech.* — 2021. — Vol. 917. — A29.
98. *Lord Rayleigh (Strutt, J.W.).* On the Stability, or Instability, of certain Fluid Motions // *Proceedings of the London Mathematical Society.* — 1880. — Vol. 11. — P. 57–70.
99. *Reshotko, E., Tumin, A.* Spatial theory of optimal disturbances in a circular pipe flow // *Phys. Fluids.* — 2001. — Vol. 13. — P. 991–996.
100. *Roshko, A.* On the development of turbulent wakes from vortex streets // *NASA Rep.* — 1954. — Tech. Rep. 1191.

101. *Sadeghi, H., Pollard, A.* Effects of passive control rings positioned in the shear layer and potential core of a turbulent round jet // *Phys. Fluids.* — 2012. — Vol. 24. — 115103.
102. *Samimy, M., Webb, N., Crawley, M.* Excitation of free shear-layer instabilities for high-speed flow control // *AIAA J.* — 2018. — Vol. 56 no. 5. — P. 1770–1791.
103. *Sazhin, S.* *Droplets and Sprays.* — Springer London, 2014. — 345 p.
104. *Schmid, P.J., Henningson, D.S.* Optimal energy density growth in Hagen–Poiseuille flow // *J. Fluid Mech.* — 1994. — Vol. 277. — P. 197–225.
105. *Schmid, P.J., Henningson, D.S.* *Stability and Transition in Shear Flows.* — Springer New York, 2001. — 558 p.
106. *Schubauer, G.B., Skramstad, H.K.* Laminar boundary-layer oscillations and transition on a flat plate // *Journal of Research of the National Bureau of Standards.* — 1948. — Vol. 38. — P. 251–292.
107. *Shahinfar, S., Sattarzadeh, S.S., Fransson, J.H.M.* Passive boundary layer control of oblique disturbances by finite-amplitude streaks // *J. Fluid Mech.* — 2014. — Vol. 749. — P. 1–36.
108. *Semeraro, O., Lesshafft, L., Jaunet, V., Jordan, P.* Modeling of coherent structures in a turbulent jet as global linear instability wavepackets: Theory and experiment // *Int. J. Heat and Fluid Flow.* — 2016. — Vol. 62. — P. 24–32.
109. *Shtern, V., Hussain, F.* Effect of deceleration on jet instability // *J. Fluid Mech.* — 2003. — Vol. 480. — P. 283–309.
110. *Trefethen, L.N., Trefethen, A.E., Reddy, S.C., Driscoll, T.A.* Hydrodynamic stability without eigenvalues // *Science.* — 1993. — Vol. 261. — P. 578–584.
111. *Trefethen, L.N.* *Spectral Methods in MATLAB.* — SIAM, 2000. — 183 p.

112. *Tumin, A., Reshotko, E.* Spatial theory of optimal disturbances in boundary layers // *Phys. Fluids*. — 2001. — Vol. 13. — P. 2097–2104.
113. *Wang, C., Lesshafft, L., Cavalieri, A.V., Jordan, P.* The effect of streaks on the instability of jets // *J. Fluid Mech.* — 2021. — Vol. 910. — A14.
114. *Westin, K.J.A., Boiko, A.V., Klingmann, B.G.B., Kozlov, V.V. Alfredsson, P.H.* Experiments in a boundary layer subjected to free stream turbulence. Part 1. Boundary layer structure and receptivity // *J. Fluid Mech.* — 1994. — Vol. 281. — P. 193–218.
115. *Zaman, K.B.M.Q., Hussain, A.K.M.F.* Vortex pairing in a circular jet under controlled excitation. Part 1. General jet response // *J. Fluid Mech.* — 1980. — Vol. 101, no. 3. — P. 449–491.
116. *Zayko, J., Teplovodskii, S., Chicherina, A., Vedeneev, V., Reshmin, A.* Formation of free round jets with long laminar regions at large Reynolds numbers // *Phys. Fluids*. — 2018. — Vol. 30. — 043603.
117. *Zayko, J.S., Reshmin, A.I., Trifonov, V.V., Gareev, L.R., Vedeneev, V.V.* Experimental confirmation of linear stability analysis for a submerged jet // 25th International Congress of Theoretical and Applied Mechanics. Abstract book (August 22–27, 2021). — Milan, Italy, 2021. — P. 902–903.