ОТЗЫВ официального оппонента
о диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук Козика Игоря Александровича
на тему: «Исследование и применение связи дискретного и непрерывного времени при моделировании траекторий гауссовских процессов с учетом высоких выбросов»
по специальности
1.1.4. «Теория вероятностей и математическая статистика»

Диссертация Игоря Александровича Козика посвящена исследованию соотношения дискретного и непрерывного времени для асимптотик больших выбросов для гауссовских процессов и двухпараметрических полей. Актуальность данного исследования связана в первую очередь с необходимостью численного моделирования процессов реального мира и соответствующего перехода от непрерывного времени к дискретному в компьютерных симуляциях при использовании гауссовских процессов и полей как одного из наиболее изученных классов случайных функций. Полученные И.А. Козиком результаты позволяют оценить и сравнить качество асимптотик максимумов гауссовских процессов и полей в дискретном времени с уже полученными асимптотиками для непрерывного времени, а также определить оптимальный характер дискретизации.

Диссертация состоит из введения, пяти глав, содержащих основные результаты, заключения и списка литературы, состоящего из 29 наименований, общий объем работы — 97 страниц. Во введении обосновывается актуальность проводимых исследований и подробно перечисляются математические методы, использованные для получения результатов. Приведена краткая история исследований в данной области. Указана как теоретическая, так и практическая значимость работы. Также описана структура диссертации, заявлены цели исследования и приведены основные результаты.

Первая глава диссертации посвящена асимптотикам высоких выбросов для стационарных гауссовского процессов в дискретном времени в зависимости от характера выбранной решетки. В этой главе приводятся постановка задачи, определения процесса и трех типов решеток (плотная, Пикандса и разреженная), а также полный вывод результатов. Результатом первого раздела главы является локальная лемма (лемма 1), в которой для каждого из типов дискретизации находится асимптотика максимума стационарного гауссовского процесса на отрезке, длина которого зависит от уровня максимума u, что является формализацией результатов, приведенных в статье V.I. Piterbarg, 2004 ([9] в списке литературы). Далее во втором разделе приведен основной результат главы – теорема 1, аналог теоремы Пикадса в дискретном времени. В ней произведен переход к отрезку фиксированной длины по сравнению с леммой 1. Формулировка как леммы, так и теоремы по своей структуре схожи с аналогичными результатами для стационарных гауссовских процессов в непрерывном времени, например, из монографии В.И. Питербарга, 2015 ([18] в списке литературы). Однако доказательство становится гораздо сложнее технически в силу наличия трех типов решеток.

Во второй главе происходит переход от стационарного гауссовского процесса к нестационарному. Асимптотики так же, как и во второй части первой главы, ищутся для дискретного случая на отрезке фиксированной длины. В начале главы вводятся дополнительные ограничения на процесс, в том числе на его корреляцию и дисперсию. Эти ограничения будут иметь влияние на полученную итоговую асимптотику. Центральным результатом главы является теорема 2, в которой приводятся асимптотики высокого выброса нестационарного гауссовского процесса для трех разных типов решетки в трех разных случаях сравнения степенного поведения функций дисперсии и корреляции. С учетом аналогичного поведения вероятностей для всех типов решеток в одном из случаев в формулировке теоремы приведены семь асимптотик.

Третья глава содержит переход от стационарного гауссовского процесса к двухпараметрическим однородным гауссовским полям. По структуре третья глава аналогична первой: вначале вводятся все необходимые определения, включая определения поля и двумерных решеток (являющихся произведением решеток из первой главы), доказывается локальная лемма и уже на ее основе теорема. Особенность главы заключается в возрастающей сложности: требуется рассматривать уже два типа ковариационных функций и шесть типов решеток. В первом разделе главы формулируется и доказывается локальная лемма (лемма 4) на всех 6 типах решеток для двухпаметрического однородного гауссовского поля на прямоугольнике, размер которого по каждой из координат зависит от u. В следующем разделе приведен аналог теоремы Пикандса для двухпаметрического однородного гауссовского поля на четырех наиболее показательных типах решеток на измеримом по Жордану множестве.

В четвертой главе приведены приложения теоретических результатов, полученных во второй главе к моделям из актуарной математики. В первом разделе в качестве нестационарного гауссовского процесса берется дробное броуновское движение (ДБД) с показателем Хёрста H. В зависимости от значений, принимаемых параметром H, для ДБД может выполняться любой из случаев по соотношению корреляции и дисперсии, а также возможно рассмотрение на всех типах решеток. В трех утверждениях раздела сформулированы все семь асимптотик с соответствующими выводами. Во втором разделе рассматривается задача о разорении для ДБД. Для данной задачи определяется нужный случай из теоремы 2 и находятся три асимптотики для каждой из трех типов решеток. Особенность главы заключается в поиске и проведении необходимых замен для приведения моделей к формату, который можно соотнести с формулировкой теоремы 2.

В пятой главе исследуются приложения белого шума в задаче стохастизации дифференциальной модели афферентного первичного нейрона (АПН) с последующей численной симуляцией полученной модифицированной модели. В первом разделе приводится описание вывода математической модели Ходжкина–Хаксли для АПН с модификацией Сото–Александрова. В следующем разделе изучается поведение этой модели с учетом стохастизирующей добавки в виде белого гауссовского шума, реализующей шумовой ток. Для полученной модели приведена симуляция поведения системы путем численного моделирования, соответствующая основному закону нейрофизиологии «Всё или ничего». В третьем разделе данная модель еще усложняется – в ней появляется стимулирующая добавка, отвечающая за управление в данной системе. С помощью этой модели исследуется возможность управления системой при разных значениях амплитуды шумовой составляющей: показан случай успешного управления и пограничные случаи (результат от каждой конкретной реализации симуляции).

По содержанию диссертации имеются ряд замечаний:

1) На с. 9 настоящая диссертация названа «научно-квалификационной работой».
2) На с. 12 в замечании 1 говорится, что если аргумент решетки положительный, то шаг решетки увеличивается, а если отрицательный, то уменьшается. На самом деле все с точностью до наоборот.
3) На с.39, 52 вводится множество, «являющееся замыканием открытого». Достаточно было потребовать его замкнутости.

4) На с. 40, 41 наряду с термином «двумерная решетка» используется режущий слух термин «двуХмерная решетка», что вообще довольно странно в применении к размерности пространства.

5) На с. 52 упоминается «первое из условий (3.1)». Однако указанном соотношении только одно условие. Автор имел ввиду просто условие (3.1). В таком случае следовало бы написать: «пусть из двух условий (3.1) и (3.2) (на ковариационную функцию) выполняется первое».

6) То же самое на с. 53: «В случае выполнения второго условия на ковариационную функцию (3.2)». Имелось ввиду второе из условий (3.1) и (3.2), или просто условие (3.2).

7) Местами хромает стиль русского языка, например:

— с. 42: «Проведем доказательство аналогичное с доказательством Леммы 1.»

— с. 53, первый абзац: «В случае выполнения второго условия на ковариационную функцию (3.2), то есть имеется гауссовское поле с ковариационной функцией *r2*, имеют место эти же утверждения, заменив *alpha=alpha1=alpha2* и взяв соответствующий набор констант Пикандса из приведенных выше для поля *Chi2*». Более грамотный вариант мог бы звучать, например, так: «В случае удовлетворения ковариационной функции условию (3.2) вместо (3.1), то есть для гауссовского поля с ковариационной функцией *r2*, имеют место эти же утверждения с заменой *alpha=alpha1=alpha2* и набором констант Пикандса для поля *Chi2*.»

8) с. 39: существование такого T вытекает из вида функций *r1*, *r2*, поэтому здесь идет речь лишь о введении обозначения, а не дополнительного условия или ограничения.

9) В четвертой главе на стр. 57 приводится определение дробного броуновского движения как процесса, имеющего «стационарные

приращения», хотя для этого свойства имеется более общепринятый термин «однородность».

10) На той же странице в определении ковариационной функции $r(s,t)$ пропущен множитель *sigma^2*. Предположение о том, что *sigma^2=1* делается только ниже.

11) В тексте диссертации имеется ряд орфографических и пунктуационных ошибок, перечислять которые в отзыве нецелесообразно.

Однако сделанные замечания не умаляют достоинств диссертационного исследования и не влияют на его общую положительную оценку.

Результаты диссертации являются новыми и получены автором самостоятельно. Достоверность положений, выносимых на защиту, не вызывает сомнений, поскольку все результаты диссертации сопровождаются строгими математическими доказательствами. Научные заключения четко обоснованы. Сформулированные в диссертации выводы адекватны и могут быть использованы для дальнейшего изучения рассматриваемых задач, что свидетельствует о хорошем понимании диссертантом рассматриваемой проблематики.

Положения, выносимые на защиту автором, прошли апробацию на конференциях и научных семинарах, а также были опубликованы в четырех работах в рецензируемых научных журналах, входящих в базы SCOPUS, Web of Science, РИНЦ.

Несмотря на стилистические ошибки диссертация и автореферат написаны ясным языком, соблюден научный стиль изложения. Автореферат верно отражает содержание диссертации и содержит ее основные результаты.

Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В.Ломоносова к работам такого рода. Ее содержание соответствует специальности 1.1.4 «Теория вероятностей и математическая статистика», а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова. Диссертация оформлена согласно требованиям Положения о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова.

Таким образом, считаю, что соискатель И.А. Козик заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.4. «Теория вероятностей и математическая статистика».

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук,
профессор
Кафедры математической статистики
Факультета вычислительной математики и кибернетики,
Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова»

Шевцова Ирина Геннадьевна И.Шев

31.05.2024г

Контактные данные:

тел.: +7(495)9393010, e-mail: ishevtsova@cs.msu.ru
Специальность, по которой официальным оппонентом защищена диссертация:
01.01.05 – Теория вероятностей и математическая статистика

Адрес места работы:

119991 ГСП-1 Москва, Ленинские горы, МГУ имени М.В. Ломоносова, д.1, стр. 52

Подпись удостоверяю
Специалист по кадрам
А.А. Ревина