

**ОТЗЫВ официального оппонента  
на диссертацию на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук  
Балашовой Дарьи Михайловны  
на тему: «Ветвящиеся случайные блуждания  
со знакопеременными источниками»  
по специальности 1.1.4 – «теория вероятностей  
и математическая статистика»**

Работа Д. М. Балашовой посвящена изучению ветвящихся случайных блужданий на решетке и, в частности, особое внимание уделено исследованию их поведения за большое время. В работе рассматривается широкий класс ветвящихся случайных блужданий – процессы с конечным и бесконечным числом источников, в каждом из которых возможно деление на произвольное число потомков, процессы с частицами разных типов и марковским процессом ветвления в каждой точке решетки. Все модели рассматриваются в непрерывном времени и задаются в терминах интенсивностей соответствующих переходов - скачков случайного блуждания на решетке, рождения или гибели частиц в конфигурации.

В первой главе диссертации рассматривается ветвящееся случайное блуждание с конечным числом знакопеременных источников ветвления частиц. Знакопеременность означает, что в одних источниках интенсивность рождения превышает интенсивность гибели, а в других - наоборот. Начальная конфигурация состоит из одной точки, а источники ветвления рассматриваются трех типов, в зависимости от того, как в узле источника меняется поведение процесса - происходит рождение или гибель, либо локально меняются интенсивности случайного блуждания. Основные результаты первой главы относятся к изучению вопросов о положительном дискретном спектре эволюционного оператора, а именно, при каких условиях

появляется положительное собственное значение, кратность старшего собственного значения, оценка на число точек положительного дискретного спектра. Такая информация важна для изучения асимптотического поведения модели, так как наличие положительного собственного значения приводит к экспоненциальному росту числа частиц в каждой точке решетки, что и доказывается в работе. В первой главе также детально изучается случай трех источников и случай конечного числа источников ветвления, располагающихся в узлах некоторого симплекса.

Вторая глава диссертации посвящена ветвящемуся случайному блужданию с бесконечным количеством источников и с возможностью деления на произвольное число потомков. Начальная конфигурация состоит из бесконечного числа частиц. Доказано, что в критическом режиме и в случае невозвратного случайного блуждания на решетке, например, в случае, когда дисперсия скачков конечна и размерность решетки больше или равна 3, существует предельное распределение поля частиц.

В третьей главе рассматривается симметричное ветвящееся случайное блуждание на решетке с частицами нескольких типов и марковским процессом ветвления в каждой точке решетки. Процесс ветвления предполагает, что любая частица может либо погибнуть, либо произвести произвольное число потомков каждого типа с соответствующей интенсивностью, зависящей от типа материнской частицы. При условии суперэкспоненциального убывания хвостов распределения случайного блуждания и критического режима процесса ветвления доказывается пространственная кластеризация при малых размерностях решетки  $d=1,2$ . Показаны результаты численного моделирования этого эффекта в размерности  $d=1$ .

Данная тематика весьма актуальна и востребована в настоящее время. Дело в том, что многие модели популяционной динамики, описывающие большие биологические системы, а также некоторый класс социальных процессов, происходящих в обществе, таких как распространение

информации или распространение эпидемий, хорошо укладываются именно в рамки ветвящихся случайных блужданий. Поэтому изучение ветвящихся случайных блужданий, в частности, спектральных характеристик этих процессов и более деликатных свойств, описывающих поведение типичных конфигураций, является важной и актуальной задачей современной науки.

Диссертационная работа носит теоретический характер. Результаты диссертации представляют несомненный интерес для теории ветвящихся случайных процессов и теории больших многокомпонентных систем. Методы и подходы, предложенные в диссертации, в дальнейшем могут быть использованы в работе многих научных учреждений – механико-математического факультета МГУ, Математического института им. В. А. Стеклова РАН, ПОМИ и других. Все результаты своевременно опубликованы в печати. Автореферат полностью соответствует содержанию диссертации.

В качестве основного замечания к работе следует отметить, что в формулировках некоторых теорем не всегда указаны все необходимые условия, требуемые в теореме и используемые далее при доказательстве. Например, в формулировке теоремы 1.2 не указаны требуемые условия на интенсивности источников второго и третьего типа, при которых теорема справедлива.

Стоит также сказать о некоторых неточностях в терминологии. Говоря о нарушениях симметрии случайного блуждания, автор не имеет в виду нарушение условия симметричности переходных интенсивностей, а имеет в виду пространственную неоднородность этих интенсивностей, когда полная интенсивность скачка может измениться в тех узлах, где находятся источники определенного типа.

Вместе с тем, указанные замечания не снижают научного уровня работы и значимости диссертационного исследования. Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М. В. Ломоносова к работам подобного рода. Содержание

диссертации соответствует паспорту специальности 1.1.4 – «теория вероятностей и математическая статистика» (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М. В. Ломоносова, а также оформлена, согласно приложениям № 5, 6 Положения о диссертационном совете Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова.

Таким образом, соискатель Балашова Дарья Михайловна заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.4 – «теория вероятностей и математическая статистика».

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук,  
ведущий научный сотрудник Института проблем передачи информации  
имени А. А. Харкевича РАН

ЖИЖИНА Елена Анатольевна

Контактные данные:

тел.: +7(910) 470-62-39, e-mail: [ejj@iitp.ru](mailto:ejj@iitp.ru)

Специальность, по которой официальным оппонентом  
защищена диссертация:

05.13.17 – теоретические основы информатики

Адрес места работы:

127051, г. Москва, Б. Каретный пер., 19, Институт проблем передачи  
информации имени А. А. Харкевича РАН  
Тел.: +7(910) 470-62-39, e-mail: [ejj@iitp.ru](mailto:ejj@iitp.ru)

Подпись сотрудника Института проблем передачи информации имени А. А. Харкевича  
РАН Е. А. Жижиной удостоверяю: