

Отзыв официального оппонента
на диссертацию на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук Хрыстика Михаила Андреевича
на тему «Длины групповых алгебр»
по специальности 1.1.5 «Математическая логика,
алгебра, теория чисел и дискретная математика»

Диссертация М.А. Хрыстика посвящена оценкам длин групповых алгебр и их алгебр представлений над полями. Впервые задача вычисления длины конечномерной ассоциативной алгебры над полем возникла в работах Спенсера и Ривлина в конце пятидесятых-начале шестидесятых годов. Применительно к полной матричной алгебре над полем проблема вычисления длины как функции от порядка поставлена Пазом в работе 1984 года и на настоящий момент весьма далека от своего решения. Стоит отметить, что даже получение нетривиальных оценок длины конечномерной ассоциативной алгебры оказывает весьма плодотворное влияние на смежные области, такие как теория представлений (обыкновенная и модулярная). В то же время оценки длин алгебр имеют важное значение для построения эффективных алгоритмов при работе с такими объектами; это обстоятельство особенно ценно в теории шифрования, в построении помехоустойчивых кодов. Таким образом, тема диссертации является актуальной как в контексте теоретических исследований, так и для приложений.

В диссертации М.А. Хрыстика излагаются результаты серии довольно интенсивных исследований 2018-2023 годов, полученные научной школой А.Э. Гутермана, О.В. Марковой, и в которых диссертант сыграл ключевую роль. Диссертация состоит из введения и четырех глав.

Введение содержит информацию об актуальности темы диссертации, историю вопроса, изложение основных результатов.

В главе 1 подробно формулируется задача исследования длин конечномерных ассоциативных алгебр, вводятся необходимые обозначения и определения а также формулируются известные на момент написания диссертации результаты. Приводится обзор продвижений в направлении доказательства гипотезы Паза о длине полной матричной алгебры над полем как функции порядка.

В главе 2 изучаются длины групповых алгебр конечных абелевых групп. Доказывается результат о длине однопорожденной конечномерной ассоциативной алгебры над полем и, в частности, вычисляется длина групповой алгебры конечной

циклической группы над произвольным полем. В совместных работах диссертанта с А.Э. Гутерманом и О.В. Марковой получен ряд достаточных условий, позволяющих вычислить длину групповой алгебры конечной абелевой группы над полем в следующих случаях: 1. Алгебра полупростая, а мощность поля не менее порядка группы; 2. Поле конечно, экспонента группы делит порядок мультипликативной группы поля, а порядок поля меньше порядка группы; 3. Поле имеет характеристику $p > 0$, а группа является p -группой. В остальных случаях получены верхние и нижние оценки длины. Глава 2 диссертации обобщает и развивает данные результаты: именно, диссертант вычисляет длину групповой алгебры конечной группы над полем в предположениях: 1. Поле имеет характеристику $p > 0$, а группа является прямым произведением не более двух циклических p -групп и циклической p' -группы; 2. Поле имеет характеристику $p > 0$ и является совершенным, а группа является прямым произведением не более двух циклических p -групп и абелевой p' -группы порядка не большего мощности поля.

В главе 3 строится теория, позволяющая вычислить длину групповой алгебры диэдральной конечной группы порядка $2n$ с n не менее 3 над полем при условии, что характеристика поля не делит $2n$. Для этого, в частности, доказываются ряд утверждений о длине матричных алгебр, представляющих и самостоятельный интерес, а также используется техника теории представлений.

В главе 4 изучается длина групповых алгебр групп малых порядков (порядка не более 9) Для таких групповых алгебр длина вычисляется над произвольным полем. Эти результаты представляют интерес, т.к. позволяют увидеть отсутствие монотонности функции длины как по порядку группы, так и по порядку поля, даже если говорить только о нециклических группах в полупростом случае.

Диссертация представляет собой научное исследование актуальной и весьма перспективной области алгебры, результаты диссертации признаны специалистами, опубликованы в авторитетных научных журналах, докладывались на научных семинарах и конференциях. Работа написана четким математическим языком. В совместных работах с соавторами четко разделен вклад диссертанта и его соавторов. Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В.Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует специальности 1.1.5 «Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика» (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском

государственном университете имени М.В.Ломоносова. Диссертация оформлена согласно требованиям Положения о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова.

Таким образом, соискатель Хрыстик Михаил Андреевич заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.5 «Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика».

Официальный оппонент:

Доктор физико-математических наук, доцент
профессор кафедры информатики и математики

ФГБОУ ВО «Всероссийская академия внешней
торговли Министерства экономического развития
Российской Федерации»

Киселев Денис Дмитриевич

Контактные данные:

Тел.: 8 (499) 143-25-43, E-mail.: dkiselev1@vavt.ru

Специальность, по которой официальным оппонентом
защищена диссертация:

01.01.06 — «Математическая логика, алгебра и теория чисел»

Адрес места работы:

119285, Москва, Воробьевское ш., д. 6А

ФГБОУ ВО «Всероссийская академия внешней
торговли Министерства экономического развития
Российской Федерации»,

кафедра информатики и математики

Тел.: 8 (499) 143-25-43, E-mail.: dkiselev1@vavt.ru

Подпись Киселева Дениса Дмитриевича подтверждаю: