

ОТЗЫВ научного руководителя
на диссертацию Орловой Анастасии Сергеевны
«О сходимости и скорости сходимости жадных приближений
в специальных случаях»,
представленную на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук по специальности
1.1.1 – вещественный, комплексный и функциональный анализ

Жадные приближения представляют собой активно изучаемый в последние десятилетия способ (или, более точно, семейство способов) построения n -членных аппроксимаций, крайне естественный с вычислительной точки зрения. В случае ортогональных словарей в гильбертовых пространствах жадные приближения совпадают с частичными суммами классического ряда Фурье, переупорядоченного по убыванию норм членов, обеспечивая таким образом минимизацию погрешности. Однако в отличие от ортогональных разложений жадные приближения могут быть построены и для неортогональных словарей, но в этом случае они уже могут не реализовывать наилучшее n -членное приближение.

Естественные задачи, возникающие при изучении жадных приближений, включают получение достаточных условий сходимости к приближаемому элементу, оценку скорости сходимости и сравнение скорости сходимости различных видов жадных приближений. При этом результаты могут быть общими, классовыми (то есть связанными с определенным классом приближаемых элементов или определенным классом словарей) и индивидуальными (в которых рассматриваются индивидуальные приближаемые элементы или конкретные словари). Интересно, что, например, при сравнении скорости сходимости жадных приближений классовые и индивидуальные результаты могут оказываться противоположными. Так, с точки зрения скорости сходимости на всем классе $\mathcal{A}_1(D)$ ортогональный жадный алгоритм оптимален, значительно опережая чисто жадный алгоритм. В то же время, как показал А.В. Деревенцов, на индивидуальных элементах этого класса ортогональный жадный алгоритм может быть существенно медленнее с точки зрения скорости сходимости, чем чисто жадный алгоритм.

В своем диссертационном исследовании А.С. Орлова получила новые классовые и индивидуальные результаты о жадных приближениях. Структурно диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы.

Введение содержит, в частности, постановку задач и цели работы, обоснование актуальности и положения, выносимые на защиту.

В первой главе напоминаются необходимые определения, в том числе определения слабого жадного и слабого ортогонального жадных алгоритмов, а также жадных алгоритмов по паре словарей.

Во второй главе основное внимание уделяется изучению сходимости слабого ортогонального жадного алгоритма для ортогонального словаря на подпространстве $\ell_1 \subset \ell_2$. Полученные результаты являются классовыми сразу в двух смыслах: рассматривается классический класс словарей – ортогональные словари, и при этом исследуется скорость сходимости для естественного класса приближаемых элементов. А.С. Орловой удалось показать, что общие результаты о сходимости слабого ортогонального жадного алгоритма в рассматриваемом случае могут быть значительно уточнены. Также ей было показано, что полученное уточнение асимптотически неуплучшаемо.

Полученный результат естественным образом привел к вопросу о возможности аналогичного уточнения общих результатов для классов словарей, более широких, чем ортогональные словари. Третья глава содержит ответ на этот вопрос для ℓ_1 , и этот ответ оказывается отрицательным. Более конкретно, показано, что даже добавление к ортогональному словарю одного дополнительного элемента приводит к нарушению результатов, имеющих место для слабого ортогонального жадного алгоритма и слабого жадного алгоритма в ортогональном случае.

В четвертой главе рассматриваются жадные приближения по паре словарей и приводятся индивидуальные результаты, показывающие, что жадные приближения по паре словарей на индивидуальных элементах могут быть как быстрее, так и медленнее, чем жадные приближения по отдельным словарям из пары.

В заключении кратко перечислены основные результаты диссертации и приведены возможные направления дальнейших исследований.

Диссертационная работа А.С. Орловой является законченным научным исследованием и содержит новые интересные результаты, полученные автором самостоятельно. Все результаты работы аккуратно сформулированы и строго доказаны. Приятно отметить

систематичность диссертационной работы: А.С. Орлова не фокусировалась на отдельных далеких друг от друга вопросах и подобластях, а планомерно рассмотрела задачи и вопросы, достаточно полно покрывающие изучаемые подобласти теории жадных приближений. Автореферат правильно отражает содержание диссертации. Основные результаты диссертации своевременно опубликованы в 3 научных статьях в рецензируемом журнале, входящем в список ВАК, а также базы Scopus и Web of Science – «Вестнике Московского Университета. Серия 1. Математика. Механика». Решение о публикации трех статей в одном журнале было принято с учетом того, что статьи (как и разделы диссертации) являются тесно связанными, по сути представляя собой части единого исследования. А.С. Орлова многократно докладывала результаты диссертационного исследования на международных конференциях и научных семинарах Московского университета.

Считаю, что диссертация А.С. Орловой «О сходимости и скорости сходимости жадных приближений в специальных случаях», представленная на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.1 – вещественный, комплексный и функциональный анализ, удовлетворяет всем требованиям Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова и рекомендуется к защите в диссертационном совете МГУ.011.3(01.07).

Научный руководитель:

Старший научный сотрудник
Evotec International GmbH (Геттинген, Германия:
Marie-Curie-Straße 7, 37079 Göttingen, Deutschland;
www.evotec.com; +49 551 505 580),

доцент кафедры математического анализа
механико-математического факультета
МГУ имени М.В.Ломоносова (до 05.2022)
кандидат физико-математических наук



Галатенко Владимир Владимирович

10 октября 2023 года

Подпись В.В. Галатенко удостоверяю.

Заместитель заведующего кафедрой
математического анализа
механико-математического факультета
МГУ имени М.В.Ломоносова
доктор физико-математических наук, профессор



Лукашенко Тарас Павлович

“25” октября 2023 года