

ОТЗЫВ

научного руководителя на диссертационную работу

Ворушилова Константина Сергеевича

«Инварианты Жордана-Кронекера конечномерных алгебр Ли»,

представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.3 (01.01.04) – геометрия и топология

Тематика диссертации К.С. Ворушилова связана с интегрируемыми системами, естественным образом возникающими на многообразиях с бигамильтоновой структурой. Как хорошо известно, наличие такой структуры (т.е. пучка согласованных скобок Пуассона) часто позволяет построить набор функций, задающий интегрируемую по Лиувиллю гамильтонову систему. Классическим примером такой ситуации является пучок скобок Пуассона на двойственном пространстве к алгебре Ли, порожденный скобкой Ли-Пуассона и постоянной скобкой. В случае, когда алгебра Ли, например, полупростая, такой пучок действительно позволяет построить полный коммутативный набор полиномов, что было доказано в 1970-х годах прошлого века А.С. Мищенко и А.Т. Фоменко с помощью разработанного ими метода сдвига аргумента. Обсуждение и развитие этого метода привело к целому ряду задач, некоторые из которых и рассматриваются в диссертации К.С. Ворушилова.

В достаточно общем виде круг вопросов, обсуждаемых в диссертации, может быть описан как изучение свойств указанных пучков скобок Пуассона для произвольных алгебр Ли. Одним из важных интересных вопросов здесь является проверка так называемой “обобщенной гипотезы Мищенко-Фоменко” о существовании полного набора полиномов в биинволюции для произвольной алгебры Ли. В настоящее время эта гипотеза доказана лишь для некоторых классов алгебр Ли. Вопрос о том, справедлива ли она в общем случае, скорее всего связан со свойствами указанного пучка скобок Пуассона, в частности со свойствами соответствующего пучка кососимметрических билинейных форм для точек общего положения в двойственном пространстве к алгебре Ли. Алгебраические свойства таких пучков (тип и размеры блоков в смысле теоремы Жордана-Кронекера) одинаковы для всех точек общего положения и поэтому характеризуют саму алгебру Ли. Эти характеристики, называемые инвариантами Жордана-Кронекера для алгебр Ли, были введены в статье А.В. Болсинова и П. Чанг, где были изучены их основные свойства.

Следует отметить, что в настоящий момент нет универсального способа вычисления инвариантов Жордана-Кронекера для произвольной алгебры Ли. Ответ

известен лишь для некоторых серий алгебр Ли, и вычисление этих инвариантов для различных других классов алгебр Ли, как правило, является интересной и нетривиальной задачей.

В представленной диссертационной работе эта задача решена для нескольких важных классов алгебр Ли, а именно, для полупрямых сумм вида $g+(R^n)^k$, где g – одна из классических алгебр Ли $so(n)$, $sp(n)$ (для всех n и k), $sl(n)$ и $gl(n)$ (кроме случая, когда $k < n$ и k не делит n), а также для борелевских подалгебр полупростых классических алгебр Ли (кроме серии sl , для которой это было сделано раньше в работе А.В. Болсинова и П. Чанг).

Кроме того, для семимерных нильпотентных алгебр Ли из списка М.-П. Гонга, а также для некоторых вышеперечисленных алгебр Ли, в работе построены наборы полиномов в биинволюции, что также является интересным результатом в связи с обобщенной гипотезой Мищенко-Фоменко.

Таким образом, в диссертации К.С. Ворушилова решено несколько важных интересных задач, связанных с инвариантами Жордана-Кронекера алгебр Ли, а также развиты новые методы их вычисления. Эта работа безусловно будет способствовать дальнейшему продвижению в изучении свойств бигамильтоновых систем на алгебрах Ли.

Основные результаты диссертации К.С. Ворушилова изложены в четырех статьях в рецензируемых научных изданиях, определенных п. 2.3 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова; публикации дают полное представление о результатах выполненных исследований. Кроме того, К.С. Ворушилов рассказывал о полученных в диссертации результатах на многих международных математических конференциях и научных семинарах как в России, так и за рубежом.

Считаю, что диссертация Ворушилова Константина Сергеевича «Инварианты Жордана-Кронекера конечномерных алгебр Ли» соответствует критериям, установленным в «Положении о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова», и рекомендую ее к защите в диссертационном совете МГУ.011.4(МГУ.01.17) ФГБОУ ВО МГУ по специальности 1.1.3 (01.01.04) - геометрия и топология (физико-математические науки).

Доктор физ.-мат. наук, профессор

А.А. Ошемков

23.05.2022 г.