

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

На правах рукописи

Гаджиев Максим Магомедович

О движении твердого тела с неподвижной точкой в потоке частиц

1.1.7. – Теоретическая механика, динамика машин.

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва – 2024

Диссертация подготовлена на кафедре теоретической механики и мехатроники механико-математического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова

Научный руководитель – *Кулешов Александр Сергеевич, кандидат физико-математических наук*

Официальные оппоненты – *Маркеев Анатолий Павлович, доктор физико-математических наук, профессор, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук, лаборатория механики систем, главный научный сотрудник*

Тхай Валентин Николаевич, доктор физико-математических наук, профессор, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова Российской академии наук, лаборатория 16 «Нелинейных систем управления им. Е.С. Пятницкого», главный научный сотрудник

Чекина Евгения Алексеевна, кандидат физико-математических наук, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», кафедра мехатроники и теоретической механики, доцент

Защита диссертации состоится 5 апреля 2024 г. в 17 часов 30 минут на заседании диссертационного совета МГУ.011.7 Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова по адресу: 119234, Москва, Ленинские горы, д. 1, Главное здание МГУ, механико-математический факультет, аудитория 1610.

E-mail: dissovet.msu.011.7@math.msu.ru.

С диссертацией можно ознакомиться в отделе диссертаций научной библиотеки МГУ имени М.В. Ломоносова (Ломоносовский просп., д. 27) и на портале: <https://dissovet.msu.ru/dissertation/011.7/2842>.

Автореферат разослан 21 февраля 2024 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
кандидат физико-математических наук

М.А. Муницина

Общая характеристика работы

Настоящая диссертационная работа посвящена исследованию задачи о движении твердого тела в следующей постановке: твердое тело с неподвижной точкой находится в однородном молекулярном потоке частиц, двигающихся с постоянной скоростью вдоль направления, фиксированного в неподвижном пространстве. Данная задача является естественным обобщением классической задачи о движении тяжелого твердого тела с неподвижной точкой.

Актуальность темы. Модель, в которой твердое тело движется под воздействием свободномолекулярного потока частиц, может быть применена в задачах, посвящённых движению спутников в верхних слоях атмосферы или движению аппаратов на планетах с разреженной атмосферой. Впервые такая модель взаимодействия твердого тела со свободномолекулярным потоком частиц была предложена в работах А.А. Карымова¹ и В.В. Белецкого², в которых рассматривалась задача об обтекании спутника свободномолекулярным потоком газа. В дальнейшем выражения для сил и моментов, действующих на тело со стороны потока частиц, использовались во многих работах, посвященных движению спутников, например в работах В.В. Белецкого с соавторами³, В.В. Сидоренко⁴, А.Ю. Когана и Т.С. Кирсановой⁵, В.В. Сазонова⁶, Д. Ширса⁷, Л.А. Васильева⁸, Д.Д. Лещенко⁹ и др.

Впервые задачу о движении твердого тела с неподвижной точкой в потоке частиц рассмотрели в своей работе А.А. Буров и А.В. Карапетян¹⁰. В ней были получены уравнения движения тела в потоке частиц, указаны достаточные условия существования интеграла энергии, а также представлены несколько интегрируемых случаев, аналогичных случаям Эйлера – Пуансо,

¹ Карымов А.А. Определение сил и моментов сил светового давления, действующих на тело при движении в космическом пространстве // Прикладная математика и механика. 1962. Т. 26. Вып. 5. С. 867–876.

² Белецкий В.В. Движение искусственного спутника относительно центра масс. М.: Наука. 1965.

³ Белецкий В.В., Янилин А.М. Влияние аэродинамических сил на вращательное движение искусственных спутников. Киев: Наукова думка. 1984.

⁴ Сидоренко В.В. О вращательном движении космического аппарата с солнечным стабилизатором // Космические исследования. 1992. Т. 30. № 6. С. 780–790.

⁵ Коган А.Ю., Кирсанова Т.С. Вращение закрученного КА в световом потоке // Космические исследования. 1994. Т. 32. № 3. С. 74–87.

⁶ Сазонов В.В. Движение астероида относительно центра масс под действием момента сил светового давления // Астрономический вестник. 1994. Т. 28. № 2. С. 95–107.

⁷ Scheeres D.J. and Mirrahimi S. Rotational Dynamics of a Solar System Body under Solar Radiation Torques // Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy. 2008. Vol. 101. P. 69–103.

⁸ Васильев Л.А. Определение давления света на космические летательные аппараты. М.: Машиностроение. 1985. 206 с.

⁹ Лещенко Д.Д., Шамаев А.С. О движении спутника относительно центра масс под действием моментов сил светового давления // Известия АН СССР. Механика твердого тела. 1985. № 1. С. 14–21.

¹⁰ Буров А.А., Карапетян А.В. О движении твердого тела в потоке частиц // Прикладная математика и механика. 1993. Т. 57. Вып. 2. С. 77–81.

Лагранжа и Гесса в классической задаче о движении тяжелого твердого тела с неподвижной точкой.

Цели и задачи работы. Цель диссертации заключается в том, чтобы выяснить, какие результаты, известные в классической задаче о движении тяжелого твердого тела с неподвижной точкой имеют место и в задаче о движении твердого тела с неподвижной точкой в потоке частиц. Работа посвящена исследованию интегрируемости уравнений движения, а также устойчивости стационарных движений.

Методология и методы исследования. Исследование выполнено с использованием известных аналитических методов теоретической механики, математического анализа, качественной теории дифференциальных уравнений, а также теории устойчивости и бифуркаций движения.

Достоверность и обоснованность результатов. Результаты диссертации получены аналитически на основании строгих математических методов. Все вычисления проверены с помощью пакета символьных вычислений MAPLE 7. Графики и изображения, иллюстрирующие полученные аналитические результаты, построены численно.

Научная новизна.

1. Для задачи о движении твердого тела с неподвижной точкой в свободномолекулярном потоке частиц впервые получены необходимые условия интегрируемости уравнений движения тела, ограниченного поверхностью эллипсоида вращения.

2. Впервые доказано, что в задаче о движении динамически симметричного твердого тела с неподвижной точкой в потоке частиц, ограниченного поверхностью эллипсоида вращения, не существует случая интегрируемости, аналогичного случаю Ковалевской в классической задаче о движении тяжелого твердого тела с неподвижной точкой.

3. Впервые исследованы регулярные прецессии динамически симметричного твердого тела, ограниченного поверхностью эллипсоида вращения, с неподвижной точкой в потоке частиц. Найдены параметры системы, при которых регулярные прецессии являются устойчивыми. Результаты представлены в виде бифуркационных диаграмм Пуанкаре – Четаева.

Теоретическая и практическая значимость. Диссертация носит теоретический характер. Предложенный для данной задачи метод поиска необ-

ходимых условий существования дополнительного интеграла вместе с уже полученными условиями может быть применён для поиска других интегрируемых случаев или для доказательства того, что других интегрируемых случаев кроме приведённых у задачи не существует.

Результаты работы могут найти применение при изучении динамики свободно закрепленных деталей космических аппаратов в верхних слоях атмосферы или на планетах с разреженной атмосферой.

Личный вклад автора. Все задачи, вошедшие в работу, были решены лично автором. Научный руководитель предложил постановку задачи и методы её исследования, осуществлял общее руководство работой и контролировал достоверность полученных результатов.

В работах [1, 2] автор получил выражения для главного вектора и главного момента сил, действующих на тело с неподвижной точкой со стороны потока частиц, для тел различной формы: пластинки, шара, тела, ограниченного поверхностью эллипсоида и поверхностью вращения. Также в работе [2] вклад автора состоит в доказательстве существования интеграла энергии для тела, ограниченного поверхностью вращения.

В работах [3, 4] вклад автора состоит в получении функции Гамильтона рассматриваемой системы, а также в применении к системе канонических уравнений теоремы В.В. Козлова и получении необходимых условий существования дополнительного интеграла, квадратичная часть которого независима с квадратичной частью функции Гамильтона. Автором проведён анализ полученных необходимых условий, в результате которого было доказано, что в задаче об обтекании свободномолекулярным потоком частиц динамически симметричного твердого тела с неподвижной точкой, ограниченного поверхностью эллипсоида вращения, не существует случая интегрируемости, аналогичного случаю Ковалевской в классической задаче о движении тяжелого твердого тела с неподвижной точкой. Автором также получены несколько различных параметров системы, которые удовлетворяют необходимым условиям существования дополнительного интеграла.

Апробация работы. Основные результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на следующих научных конференциях и научных семинарах:

1. XXI Международная конференция и молодежная школа "Математическое моделирование и суперкомпьютерные технологии", Нижний Новгород, Россия, 22-26 ноября 2021 года;

2. Научная конференция "Ломоносовские чтения — 2022" , Москва, Россия, 18-20 апреля 2022 года;
3. XVI Международная конференция "Устойчивость и колебания нелинейных систем управления" (конференция Пятницкого), Москва, Россия, 1-3 июня 2023 года;
4. Международная конференция по дифференциальным уравнениям и динамическим системам DIFF – 2022, Суздаль, Россия, 30 июня – 5 июля 2022 года;
5. Международная конференция "Dynamical Systems of Classical and Celestial Mechanics" , Сочи, Россия, 19-23 сентября 2022 года;
6. XXII Международная конференция и молодежная школа "Математическое моделирование и суперкомпьютерные технологии" , Нижний Новгород, Россия, 14-17 ноября 2022 года;
7. Семинар секции теоретической механики имени профессора Н. Н. Поляхова Санкт – Петербургского Дома ученых РАН (под руководством профессора А. А. Тихонова), 11 мая 2022 года и 5 октября 2022 года;
8. Научный семинар "Дифференциальная геометрия и приложения" кафедры дифференциальной геометрии и приложений (под руководством академика РАН А. Т. Фоменко), МГУ, 6 декабря 2021 года;
9. Научный семинар "Аналитическая механика и теория устойчивости" имени В. В. Румянцева (под руководством профессора А. А. Зобовой, профессора Е. И. Кугушева), МГУ, 19 апреля 2022 года;
10. Научный семинар "Динамические системы и механика" (под руководством профессора П. С. Красильникова, профессора Б. С. Бардина), МАИ, 21 ноября 2021 года и 20 апреля 2023 года;
11. Научный семинар по геометрии дифференциальных уравнений под руководством профессора И. С. Красильщика, Независимый университет, 31 мая 2023 года;
12. Научный семинар "Гамильтоновы системы и статистическая механика" (под руководством академика РАН В. В. Козлова, академика РАН Д. В. Трещёва, члена-корреспондента РАН С. В. Болотина), Математический институт им. В.А. Стеклова, 9 октября 2023 года;

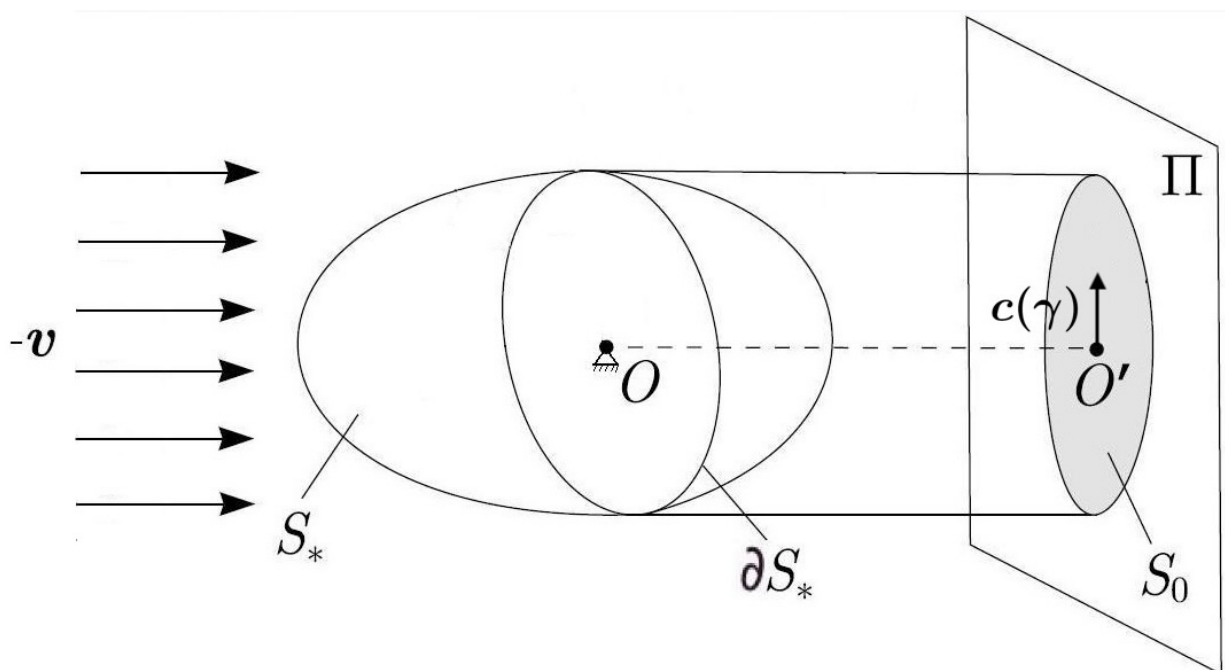


Рис. 1

13. Научный семинар кафедры теоретической механики МФТИ (под руководством профессора С. В. Соколова), МФТИ, 12 октября 2023 года.

Публикации. Основные результаты и положения диссертации изложены в 9 научных работах автора, в том числе в 4 публикациях в рецензируемых научных изданиях, индексируемых в базах данных Web of Science и Scopus, 2 опубликованы в сборниках трудов международных конференций, включенных в международные базы Web of Science и Scopus, 3 в прочих изданиях.

Объём и структура работы. Диссертационная работа состоит из введения, шести глав, заключения и списка литературы. Общий объём работы составляет 129 страниц, содержащие 14 иллюстраций. Список литературы включает 104 наименования.

Содержание работы

Во **введении** приводится обзор научной литературы по данной тематике, формулируется цель работы, обосновывается актуальность задач и научная новизна проводимых исследований. Приводятся ссылки на работы автора и список конференций и научных семинаров, на которых докладывались основные результаты работы.

Первая глава посвящена постановке задачи, описанию модели и выводу основных уравнений. Рассматривается твердое тело с неподвижной точкой

O , находящееся в свободномолекулярном потоке частиц (см. рис. 1). Поток частиц постоянной плотности ρ движется вдоль постоянного в абсолютном пространстве вектора $\boldsymbol{\gamma}$ с постоянной скоростью $-\boldsymbol{v} = v_0\boldsymbol{\gamma}$. Через S_* обозначена часть поверхности тела, "омываемая" потоком частиц, с границей ∂S_* . В качестве механизма взаимодействия молекул набегающего потока с поверхностью тела выбрана следующая модель – частица, сталкиваясь с телом, совершает абсолютно неупругий удар и не отражается, соскальзывая в окружающее пространство. Скорость теплового движения молекул считается пренебрежимо малой по сравнению со скоростью потока. Также для вывода уравнений используются следующие дополнительные построения: фигура, которая образуется в результате проекции точек поверхности тела на перпендикулярную потоку плоскость Π , называется "тенью", которую отбрасывает тело в потоке частиц, и обозначается через S_0 . Вектор $\boldsymbol{c}(\boldsymbol{\gamma})$ соединяет точку O' – проекцию неподвижной точки на плоскость Π с центром масс однородной пластины, имеющей форму фигуры S_0 . На основании подхода, предложенного в работах В. В. Белецкого и А. А. Карымова, получено явное выражение для главного вектора и главного момента внешних сил относительно неподвижной точки. Приведён общий вид уравнений движения твердого тела. Найдены выражения для главного вектора и момента внешних сил для случая обтекания потоком частиц пластины, а также тел, ограниченных поверхностью эллипсоида, центрально-симметричной поверхностью, поверхностью вращения. Получены явные выражения для главного вектора и главного момента внешних сил в случае обтекания однородного диска и цилиндра. Указаны достаточные условия существования дополнительного интеграла типа интеграла энергии. Приведено несколько частных случаев, когда система уравнений движения твердого тела в потоке частиц обладает полным набором первых интегралов (аналоги случаев Эйлера – Пуансо, Лагранжа и Гесса в классической задаче).

Во **второй главе** диссертации изучается задача о движении в потоке частиц твердого тела с неподвижной точкой, ограниченного поверхностью эллипсоида вращения. Предполагается, что эллипсоид инерции твердого тела относительно неподвижной точки, представляет собой произвольный трехосный эллипсоид. Получена функция Гамильтона рассматриваемой системы. Рассмотрен случай, аналогичный возмущённой интегрируемой задаче Эйлера – Пуансо – обтекание тела, ограниченного поверхностью эллипсоида вращения, близкого по форме к шару (полуоси эллипсоида связаны соотношением $b = a(1 + \varepsilon)$, $\varepsilon \ll 1$), с неподвижной точкой, расположенной на малом расстоянии от центра эллипсоида ($l = \varepsilon c$). Методом расщепления сепаратрис доказано, что канонические уравнения движения несимметричного

твердого тела в потоке частиц не имеют третьего аналитического и аналитически зависящего от параметра ε интеграла, независимого от классических и находящегося в инволюции с интегралом площадей.

В **третьей главе** диссертации снова рассматривается задача о движении в потоке частиц твердого тела с неподвижной точкой, ограниченного поверхностью эллипсоида вращения. В предположении, что тело является динамически симметричным, а центр эллипсоида лежит на первой главной оси инерции, построенной в неподвижной точке, при помощи теоремы В. В. Козлова получены необходимые условия существования дополнительного интеграла, квадратичная часть которого независима с квадратичной частью интеграла энергии, аналитического по каноническим переменным и параметру x (параметром в данном случае является квадрат постоянной интеграла площадей). Показано, что если полуоси эллипсоида равны (a, a, b) , тензор инерции в главных осях имеет вид $\mathbb{J}_0 = \text{diag}(A_1, A_1, A_3)$, а интеграл площадей равен p_ψ , то в обозначениях

$$x = p_\psi^2, \quad y = \frac{A_1}{A_3}, \quad z = \frac{b^2}{a^2},$$

необходимые условия представляют из себя систему из двух уравнений с тремя неизвестными:

$$9x^2 - 82xy + 9y^2 + 118x - 82y + 9 = 0,$$

$$27x^3z + 111x^2yz - 159xy^2z - 243y^3z - 9x^3 - 617x^2y - 39x^2z + \\ + 2093xy^2 - 118xyz + 1701y^3 + 621y^2z + 653x^2 - 4374xy - 59xz - \\ - 2727y^2 - 129yz + 2633x + 543y + 7z - 29 = 0.$$

Показано, что соответствующие необходимые условия не выполняются, если распределение масс в теле соответствует классическому интегрируемому случаю С. В. Ковалевской. Таким образом, можно утверждать, что в задаче о движении в потоке частиц твердого тела с неподвижной точкой не существует интегрируемого случая, аналогичного случаю С. В. Ковалевской в классической задаче.

В **четвертой главе** диссертации исследуются стационарные движения твердого тела с неподвижной точкой в потоке частиц. Показано, что у динамически несимметричного твердого тела с неподвижной точкой в потоке частиц существует однопараметрическое семейство стационарных движений, когда тело совершает вращения с постоянной угловой скоростью вокруг

единичного вектора, задающего направление потока частиц (перманентные вращения). Путем анализа корней линеаризованной системы уравнений возмущенного движения получены необходимые условия устойчивости соответствующих стационарных движений. В случае, когда твердое тело с неподвижной точкой является динамически симметричным и ограничено поверхностью вращения, ось симметрии которой совпадает с осью динамической симметрии, получено необходимое и достаточное условие устойчивости стационарных движений, аналогичное условию Маиевского — Четаева. Кроме того, показано, что для динамически симметричного твердого тела с неподвижной точкой, ограничено поверхностью вращения, ось симметрии которой совпадает с осью динамической симметрии, существует двухпараметрическое семейство стационарных движений тела — регулярные прецессии. Исследованию устойчивости соответствующих стационарных движений посвящена пятая глава диссертации.

В **пятой главе** диссертации изучается устойчивость регулярных прецессий динамически симметричного твердого тела с неподвижной точкой в потоке частиц, ограниченного поверхностью эллипсоида вращения, причем неподвижная точка лежит на оси геометрической и динамической симметрии эллипсоида. Показано, что при значениях параметра z , лежащих в промежутке

$$\frac{1}{25} \leq z \leq 2,$$

регулярные прецессии тела будут устойчивы при всех значениях величин угловых скоростей прецессии и собственного вращения, при которых они существуют. При $z > 2$ регулярные прецессии твердого тела с неподвижной точкой в потоке частиц будут устойчивы при всех значениях величин угловых скоростей прецессии и собственного вращения, при которых они существуют, если постоянный угол θ между осью динамической симметрии тела и направлением потока лежит в промежутке

$$\theta \in \left(0, \pi - \arccos \left(\frac{1}{6} \sqrt{25 + \frac{24}{z-1}} - \frac{1}{6} \right) \right).$$

При $z < 1/25$ регулярные прецессии твердого тела с неподвижной точкой в потоке частиц будут устойчивы при всех значениях величин угловых скоростей прецессии и собственного вращения, при которых они существуют, если постоянный угол θ между осью динамической симметрии тела и направлением потока лежит в промежутке

$$\theta \in \left(0, \arccos \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{6} \sqrt{\frac{1-25z}{1-z}} \right) \right) \cup \left(\arccos \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{6} \sqrt{\frac{1-25z}{1-z}} \right), \pi \right).$$

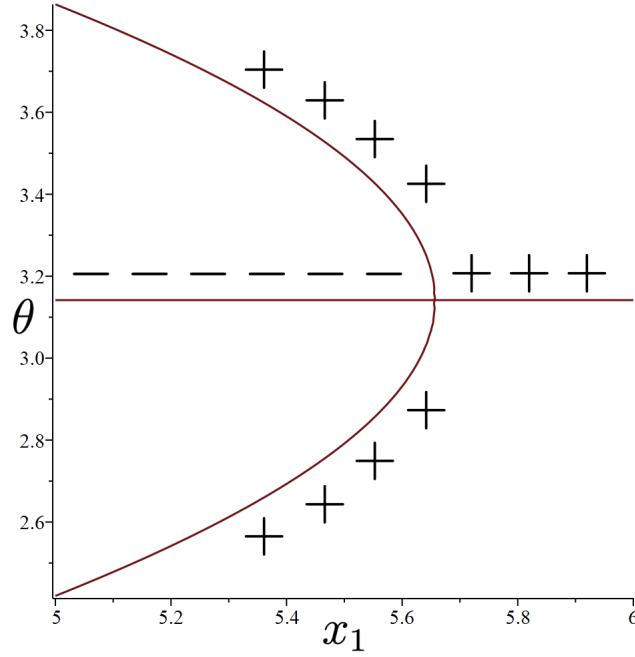


Рис. 2. Бифуркационная диаграмма в плоскости (x_1, θ) при $y = 2, z = \frac{12}{11}$.

В случае же, когда условия, приведённые выше, не выполняются, то есть при $z > 2$ и

$$\theta \in \left[\pi - \arccos \left(\frac{1}{6} \sqrt{25 + \frac{24}{z-1}} - \frac{1}{6} \right), \pi \right],$$

или при $z < \frac{1}{25}$ и

$$\theta \in \left[\arccos \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{6} \sqrt{\frac{1-25z}{1-z}} \right), \arccos \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{6} \sqrt{\frac{1-25z}{1-z}} \right) \right],$$

регулярные прецессии будут устойчивыми при условии выполнения следующего неравенства:

$$\frac{(\mathbb{J}_0 \boldsymbol{\omega} \cdot (\boldsymbol{\gamma} - \mathbf{e}_z))^2}{A_3 \rho v_0^2 \pi a^2 l} > \frac{y \sin^4 \theta \sqrt{z \sin^2 \theta + \cos^2 \theta}}{(1 + \cos \theta)^2} \left(2 - 3 \cos \theta + \frac{\cos \theta}{z \sin^2 \theta + \cos^2 \theta} \right),$$

где $\boldsymbol{\omega}$ – угловая скорость тела, \mathbf{e}_z – единичный вектор оси динамической симметрии тела, l – расстояние от неподвижной точки до центра эллипсоида.

Полученные аналитически выводы об устойчивости стационарных движений подтверждены построенными численно бифуркационными диаграммами Пуанкаре – Четаева, см. рис. 2-4.

В **шестой главе** подробно рассмотрен случай интегрируемости, аналогичный случаю Гесса в классической задаче о движении тяжёлого твёрдого тела с неподвижной точкой. Уравнения движения твёрдого тела с неподвижной точкой в потоке частиц записаны в специальной системе координат

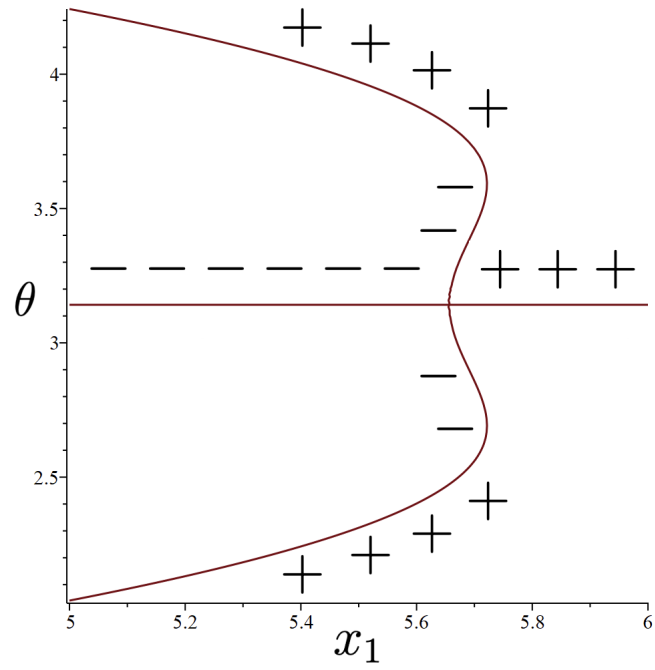


Рис. 3. Бифуркационная диаграмма в плоскости (x_1, θ) при $y = 2, z = \frac{5}{2}$.

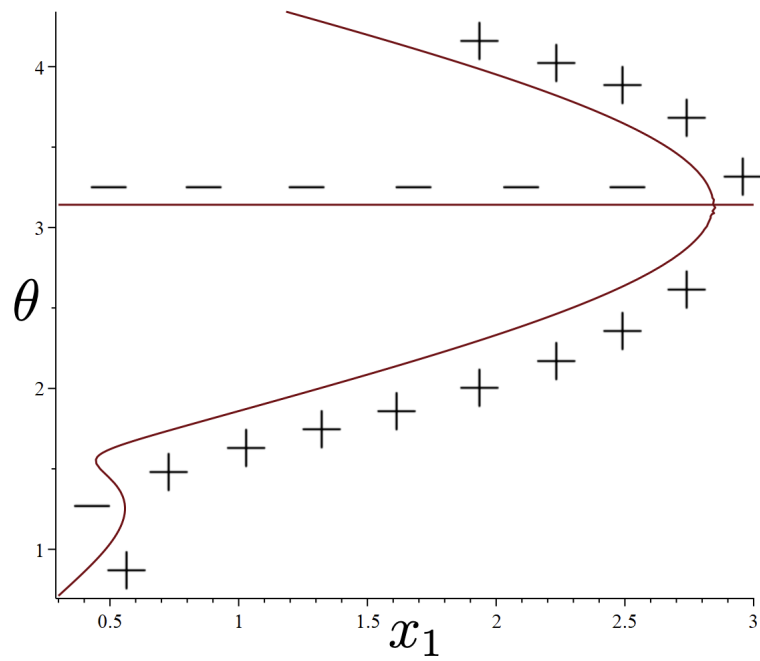


Рис. 4. Бифуркационная диаграмма в плоскости (x_1, θ) при $y = \frac{101}{200}, z = \frac{1}{100}$.

П. В. Харламова. Затем показано, что получение общего решения уравнений движения приводится к решению линейного дифференциального уравнения второго порядка с переменными коэффициентами. Показано также, что на нулевом уровне интеграла площадей уравнения движения тела в потоке частиц могут быть проинтегрированы в квадратурах.

В **заключении** сформулированы основные результаты диссертационной работы.

Основные положения, выносимые на защиту

1. Система уравнений движения в потоке частиц динамически несимметричного твердого тела с неподвижной точкой, ограниченного поверхностью эллипсоида вращения, не обладает полным набором интегралов.

2. В задаче о движении в потоке частиц динамически симметричного твердого тела с неподвижной точкой, ограниченного поверхностью эллипсоида вращения, не существует случая интегрируемости, аналогичного случаю Ковалевской в классической задаче о движении тяжелого твердого тела с неподвижной точкой.

3. В задаче о движении тела с неподвижной точкой в потоке частиц получены условия устойчивости стационарных движений. Результаты представлены в виде бифуркационных диаграмм Пуанкаре – Четаева для разных параметров системы.

4. В случае, аналогичном случаю Гесса, на нулевом уровне интеграла площадей уравнения движения твердого тела с неподвижной точкой в потоке частиц могут быть проинтегрированы в квадратурах.

Публикации автора по теме диссертации

Статьи в рецензируемых научных изданиях, индексируемых в базах данных Web of Science и Scopus:

1. *Кулешов А.С., Гаджиев М.М.* Задача о движении твердого тела с неподвижной точкой в потоке частиц // Вестник Санкт-Петербургского университета. Серия 1. Математика. Механика. Астрономия. 2022. Т. 9 (67), № 3. С. 550–560. = *Kuleshov A. S., Gadzhiev M. M.* Problem of Motion of a Rigid Body with a Fixed Point in a Particle Flow // Vestnik of the St. Petersburg University: Mathematics. 2022. Vol. 55, № 3. P. 353-360. <https://doi.org/10.1134/s1063454122030116> (0,53 п.л. / авторский вклад определен; JCI 0.25; SJR 0.208)

2. *Гаджиев М.М., Кулешов А.С.* О движении твердого тела с неподвижной точкой в потоке частиц // Вестник Московского университета. Серия 1: Математика. Механика. 2022. № 3. С. 58–68. = *Gadzhiev M. M., Kuleshov A. S.* On the Motion of a Rigid Body with a Fixed Point in a Flow of Particles // Moscow University Mechanics Bulletin. 2022. Vol. 77, № 3, P. 75–86. <https://doi.org/10.3103/S0027133022030037> (0,95 п.л. / авторский вклад определен; JCI 0.07; SJR 0.174)

3. *Гаджиев М.М., Кулешов А.С.* Необходимые условия существования дополнительного интеграла в задаче о движении в потоке частиц твердого тела с неподвижной точкой, ограниченного поверхностью эллипсоида вращения // Вестник Московского университета. Серия 1: Математика. Механика. 2023. № 2. С. 40–46. = *Gadzhiev M. M., Kuleshov A. S.* Necessary existence conditions for an additional integral in the problem of motion of a rigid body with a fixed point bounded by the surface of an ellipsoid of revolution in a particle flow // Moscow University Mechanics Bulletin. 2023. Vol. 78, № 2. P. 36–41. <https://doi.org/10.3103/S0027133023020048> (0,63 п.л. / авторский вклад определен; JCI 0.07; SJR 0.174)

4. *Gadzhiev M. M., Kuleshov A. S.* Nonintegrability of the Problem of the Motion of an Ellipsoidal Body with a Fixed Point in a Flow of Particles // Russian Journal of Nonlinear Dynamics. 2022. Vol. 18. № 4. P. 629–637. <https://doi.org/10.20537/nd221216> (0,58 п.л. / авторский вклад определен; SJR 0.259)

Публикации в трудах конференций, индексируемых в Web of Science и Scopus:

5. *Gadzhiev M. M., Kuleshov A. S.* The Problem of Motion of a Rigid Body with a Fixed Point in a Flow of Particles // 16th International Conference "Stability and Oscillations of Nonlinear Control Systems" (Pyatnitskiy's Conference), Moscow, Russian Federation. IEEE. 2022. P. 1–4.

6. *Kuleshov A. S., Gadzhiev M. M.* Nonintegrability of the Problem of Motion of an Ellipsoidal Body with a Fixed Point in a Flow of Particles // International Conference on Mathematical Modeling and Supercomputer Technologies. MMST 2022. Communications in Computer and Information Science. 2022. Vol. 1750. P. 1–12.

Прочие публикации:

7. *Гаджиев М. М., Кулешов А. С.* Об устойчивости стационарных движений тела с неподвижной точкой в потоке частиц // Труды МАИ. 2023. № 129. С. 1–20.
8. *Кулешов А. С., Гаджиев М. М.* Задача о движении твердого тела с неподвижной точкой в потоке частиц // Математическое моделирование и суперкомпьютерные технологии. Труды XXI Международной конференции (Нижний Новгород, 22–26 ноября 2021 г.). Нижний Новгород: Издательство Нижегородского госуниверситета. 2021.
9. *Гаджиев М. М., Кулешов А. С.* Задача о движении твердого тела с неподвижной точкой в потоке частиц // Устойчивость и колебания нелинейных систем управления (конференция Пятницкого). Материалы XVI Международной конференции. 1–3 июня 2022 г, Москва. М.: ИПУ РАН. 2022. С. 111–114.