

**ОТЗЫВ научного руководителя**  
**на диссертацию Палионной Софьи Игоревны**  
**«Асимптотические свойства оценок риска**  
**в задачах множественной проверки гипотез»,**  
**представленную на соискание ученой степени**  
**кандидата физико-математических наук по специальности**  
**1.1.4 – теория вероятностей и математическая статистика**

Статистические методы анализа и обработки больших массивов данных имеют большое практическое значение для таких прикладных задач, как обработка сигналов и изображений, анализ генетической информации, анализ и обработка астрофизических данных и т.п. Одной из основных задач, решаемых этими методами, является подавление шума. При этом наиболее часто рассматривается модель с аддитивным шумом, в которой полезный сигнал предполагается разреженным, т.е. содержащимся лишь в небольшом числе наблюдений. Одним из подходов к решению задачи подавления шума в таких моделях является метод множественной проверки гипотез о значимости наблюдений в массиве данных. Этот метод фактически сводится к пороговой обработке наблюдений, при которой наблюдаемая величина считается нулевой, если ее абсолютное значение не превосходит некоторого порога.

В приложениях также часто возникают ситуации, в которых регистрируемые данные подвергаются некоторому преобразованию, и исследователю доступен для наблюдения только массив преобразованных данных. В этом случае возникает дополнительная задача обращения этого преобразования. Как правило, задача обращения при наличии шума является некорректно поставленной, и для ее решения необходимо использовать некоторые методы регуляризации. Для линейных и однородных преобразований в последние годы приобрели популярность методы регуляризации, основанные на теории вейвлет-анализа в сочетании с процедурами пороговой обработки. Основные преимущества этих ме-

тодов заключаются в «экономном», т.е. разреженном представлении данных, и наличии быстрых алгоритмов разложения и восстановления.

Большой вклад в развитие методов множественной проверки гипотез и связанных с ними методов пороговой обработки внесли Й. Бенжамини, Й. Хочберг, Д. Донохо, И. Джонстон, Б. Сильверман, Ф. Абрамович и другие. При этом в литературе, посвященной данной проблематике, основным критерием качества методов является величина среднеквадратичного риска. Опубликовано множество работ, посвященных оценкам теоретического риска в различных классах рассматриваемых массивов данных. Само значение теоретического риска вычислить невозможно, поскольку оно напрямую зависит от незашумленного вектора полезных данных, однако его можно статистически оценить по наблюдениям. Свойства таких оценок исследованы в гораздо меньшей степени.

Основной задачей, рассматриваемой в диссертации С.И. Палионной, является исследование статистических свойств оценок среднеквадратичного риска методов пороговой обработки в контексте множественной проверки гипотез при подавлении шума и обращении линейных однородных преобразований. Ей получен ряд новых результатов, устанавливающих сильную состоятельность и асимптотическую нормальность указанных оценок. Также получены оценки скорости сходимости распределений оценок риска к нормальному закону. Полученные в диссертации результаты позволяют делать выводы о качестве методов пороговой обработки, основываясь только на наблюдаемых данных.

Диссертация состоит из введения, двух глав, заключения и списка литературы. Во введении обосновывается актуальность рассматриваемой задачи и новизна полученных автором результатов, а также сделан краткий обзор прикладных областей применения методов пороговой обработки и исследований по данной тематике.

В первой главе диссертации рассматриваются векторы большой размерности для нескольких классов разреженности, доказываемая асимптотическая нормальность и сильная состоятельность оценки риска при применении FDR-порога в задаче множественной проверки гипотез. Кроме того, в первой главе полу-

чена оценка скорости сходимости распределения оценки риска к нормальному закону для разреженных векторов большой размерности.

Во второй главе рассматривается постановка задачи, при которой наблюдателю доступны данные, подвергнутые действию линейного однородного преобразователя. В этой главе решается задача обращения линейного однородного оператора и исследуются свойства оценки риска в данной постановке задачи. А именно, доказываемая сильная состоятельность и асимптотическая нормальность оценки риска, а также получена оценка скорости сходимости распределения оценки риска к нормальному закону для разреженных исходных данных в случае обращения линейного однородного оператора.

В заключении кратко перечислены основные результаты диссертации и приведены возможные задачи для дальнейших исследований по данной теме.

При работе над диссертацией С.И. Палионная продемонстрировала уверенное владение аналитическими методами теории вероятностей, математической статистики, математического анализа, а также теории вейвлет- и Фурье-анализа. Высокий профессиональный уровень позволил ей успешно решить сложные математические задачи в области статистических методов обработки массивов данных.

Диссертационная работа С.И. Палионной является законченным научным исследованием на актуальную тему и содержит новые интересные результаты, научная достоверность которых не вызывает сомнения. Эти результаты имеют существенное значение для статистической теории анализа и обработки массивов данных и ее практических приложений. Автореферат правильно отражает содержание диссертации. Результаты работы полно и своевременно опубликованы, докладывались на международных и всероссийских конференциях и семинарах.

Считаю, что диссертация Палионной С.И. «Асимптотические свойства оценок риска в задачах множественной проверки гипотез», представленная на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.4 – «теория вероятностей и математическая статистика», удовлетворя-

ет всем требованиям «Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова» и рекомендуется к защите в диссертационном совете МГУ.011.3(01.07).

Научный руководитель:  
профессор кафедры математической статистики  
факультета вычислительной математики и кибернетики  
МГУ им. М.В. Ломоносова  
(119991, Российская Федерация, Москва, Ленинские горы, д.1,  
МГУ имени М.В. Ломоносова, стр. 52,  
факультет ВМК, кафедра математической статистики, тел.: +74959395394),  
доктор физико-математических наук, доцент  
(email: oshestakov@cs.msu.ru)

“29” марта 2023 г.



О.В. Шестаков

Подпись профессора О.В. Шестакова удостоверяю.  
Декан факультета вычислительной математики и кибернетики  
МГУ им. М.В. Ломоносова  
академик РАН, доктор технических наук, профессор

“29” марта 2023 г.

  


И.А. Соколов