

ОТЗЫВ официального оппонента
о диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук
Сташа Айдамира Хазретовича
на тему «Показатели колеблемости решений линейных
дифференциальных уравнений и систем»
по специальности 1.1.2 — «Дифференциальные уравнения и
математическая физика»

Диссертационная работа А.Х. Сташа представляет собой исследование в области качественной теории дифференциальных уравнений. Автором изучаются характеристические частоты, показатели колеблемости и вращаемости решений дифференциальных уравнений и систем. В качественной теории обыкновенных дифференциальных уравнений одними из важнейших составляющих являются теория устойчивости и теория колебаний. С теорией устойчивости, созданной А.М. Ляпуновым, естественным образом связаны, прежде всего, характеристические показатели Ляпунова решений дифференциальных систем, а также введенные позже показатели Перрона, Боля, Винограда, Миллионщикова и Изобова, отвечающие за разнообразные асимптотические свойства решений. В свою очередь, в теории колебаний немалая роль отводится вопросам колеблемости решений дифференциальных уравнений, восходящим к фундаментальным исследованиям Ж. Штурма и более поздним исследованиям А. Кнезера. В связи с этим, особенно интересной и актуальной представляется задача о нахождении аналогов показателей Ляпунова, отвечающих за колеблемость решений дифференциальных уравнений и систем. Этими вопросами занимались многие известные математики, такие как В.А. Кондратьев, И.Т. Кигурадзе, Т.А. Чантурия, А.Н. Левин, И.В. Асташова, А.Ю. Колесов, Н.Х. Розов и другие. Заметим, что перечисленных авторов в основном интересовали вопросы, связанные с наличием у заданного уравнения хотя бы одного колеблющегося решения, а также с описанием всего множества таких решений или каких-либо дополнительных их свойств. Последнее время в результате бурного развития теории колебаний возник вопрос об определении аналогов показателей Ляпунова для описания колебательных свойств решений дифференциальных уравнений и систем.

Новый импульс исследованиям в данной области был дан серией работ И.Н. Сергеева, получившего целый ряд содержательных результатов для ха-

рактических характеристик колеблемости и блуждаемости решений линейных однородных дифференциальных уравнений и систем. Оказалось, что колеблемость решений дифференциальных уравнений также поддается качественному описанию с помощью функционалов ляпуновского типа. Так, благодаря работам И.Н. Сергеева, в качественной теории обыкновенных дифференциальных уравнений была намечена новая область, в которой методы теории показателей Ляпунова были приложены к теории колебаний. Представленная диссертация продолжает исследования в теоретически важных и практически актуальных задачах в области описания различных свойств характеристических частот и показателей колеблемости.

Структурно диссертация состоит из введения, общей характеристики работы, перечня условных обозначений, четырех глав, заключения и библиографического списка.

Во введении дается обзор литературы, обоснована актуальность диссертационной работы, сформулирована цель и аргументирована научная новизна исследований, показана теоретическая и практическая значимость полученных результатов, представлены выносимые на защиту научные положения.

В первой главе вводятся необходимые обозначения, понятия и приводятся известные факты об объектах исследования.

Во второй главе доказаны утверждения о возможных значениях характеристик колеблемости решений линейного однородного дифференциального уравнения с непрерывными коэффициентами. Изучено свойство остаточности у сильных показателей колеблемости (т.е. их инвариантности относительно изменения решения на отрезке конечной длины) на множестве решений дифференциальных уравнений порядка выше второго, а также возможность выполнения строгих неравенств между слабыми и сильными показателями в некоторой точке указанного множества. Методом варьирования системы соискателем установлено отсутствие свойства остаточности у сильных показателей колеблемости на множестве всех решений всех уравнений порядка выше второго и построен пример линейного однородного дифференциального уравнения порядка выше второго, спектры верхних сильных показателей колеблемости знаков, нулей и корней которого совпадают с наперед

заданным суслинским множеством неотрицательной полуоси расширенной числовой прямой, содержащим нуль.

В третьей главе на множестве решений линейных однородных автономных дифференциальных систем полностью описаны показатели колеблемости и ориентированной вращаемости, а также найдены спектры этих показателей линейных однородных треугольных дифференциальных систем и установлена взаимосвязь спектров показателей колеблемости и вращаемости взаимно сопряженных двумерных систем. Кроме того, доказаны утверждения о возможных спектрах показателей колеблемости смен знаков, нулей, корней и гиперкорней линейных однородных дифференциальных систем. Проведено исследование показателей колеблемости по первому приближению. Автором установлено отсутствие непосредственной взаимосвязи между мощностями спектров показателей колеблемости нелинейной системы и системы ее первого приближения. А именно, методом варьирования системы построена двумерная нелинейная система, все нетривиальные решения которой бесконечно продолжимы вправо и спектры показателей колеблемости могут быть бесконечными, а спектры линейной системы ее первого приближения состоят только из одного неотрицательного числа. Более того, спектры показателей колеблемости сужения построенной нелинейной двумерной системы на прямое произведение любой открытой окрестности нуля фазовой плоскости и временной полуоси могут состоять из заданного количества элементов, или быть счётными, или даже достигать мощности континуума.

В четвертой главе изучены вопросы разрывности крайних показателей колеблемости на множестве линейных однородных дифференциальных систем с равномерной топологией. Соискателем с помощью метода варьирования системы установлена их разрывность в смысле равномерной топологии и инвариантность относительно сколь угодно малых возмущений.

В заключении приводятся итоги выполненного исследования, рекомендации по использованию полученных результатов и перспективы дальнейшего развития темы.

Научные результаты диссертации новы и интересны, получены соискателем самостоятельно и подтверждены строгими математическими доказательствами. Они потребовали от автора не только высокой квалификации в исследуемой области, но и немалой изобретательности.

В работе применяются аналитические методы качественной теории дифференциальных уравнений, теории колебаний, математического анализа и линейной алгебры, а также разработанный автором метод варьирования системы, позволяющий преобразовывать исходные линейные однородные дифференциальные системы (уравнения) из различных классов так, чтобы они обладали наперед заданными свойствами.

Текст работы написан ясным математическим языком. Она является самостоятельным, законченным и актуальным исследованием, вносящим важный вклад в качественную теорию дифференциальных уравнений, а именно, в теорию ляпуновских характеристик колеблемости и вращаемости.

Основные положения исследования были представлены на всероссийских и международных конференциях, а также научных семинарах, где автор выступал с докладами. Основное содержание диссертации опубликовано в 77 печатных работах (без соавторов) автора, 18 из которых — в рецензируемых научных изданиях, индексируемых в базах данных Web of Science, Scopus, RSCI, рекомендованных для защиты в диссертационном совете МГУ по специальности.

Автореферат правильно и полно отражает структуру, содержание и основные положения диссертации, дает представление о рассматриваемых задачах, используемых методах исследования и полученных результатах.

Перейдем к замечаниям по работе.

1. На мой взгляд, следовало бы привести большее количество примеров, иллюстрирующих ключевые результаты работы.

2. Второе замечание является в большей степени пожеланием и состоит в необходимости разработки численных методов для оценки показателей колеблемости, что позволило бы использовать их более активно.

3. Отмечу наличие некоторого (некритического) количества опечаток и технических погрешностей.

Перечисленные замечания никоим образом не сказываются на научной ценности полученных соискателем результатов и общей положительной оценке самой диссертации.

Таким образом, диссертация отвечает всем требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В. Ломоносова к докторским диссертациям. Содержание диссертации соответствует специальности 1.1.2 — «Дифференциальные уравнения и математическая физика»

(по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1–2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова. Работа оформлена согласно требованиям Положения о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени доктора наук Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова.

Считаю, что соискатель Сташ Айдамир Хазретович заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.2 — «Дифференциальные уравнения и математическая физика».

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук, профессор,
заведующий кафедрой компьютерных сетей
математического факультета ФГБОУ ВО
«Ярославский государственный университет имени П.Г. Демидова»

Глызин Сергей Дмитриевич

« 09 » 12 2024 г.

Контактные данные:

тел.:

Специальность, по которой официальным оппонентом защищена диссертация: 01.01.02 – Дифференциальные уравнения.

Адрес места работы:

150003, г. Ярославль, ул. Советская, д.14,
ФГБОУ ВО «Ярославский государственный университет имени П.Г. Демидова», математический факультет, кафедра компьютерных сетей.
Тел.: +7 (4852) 78-85-86; e-mail: glyzin@uniyar.ac.ru

Подпись сотрудника кафедры компьютерных сетей математического факультета
ФГБОУ ВО «Ярославский государственный университет имени П.Г. Демидова»
Глызина С.Д. удостоверяю: