

**ОТЗЫВ официального оппонента
на диссертацию на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук Афанасьева Никиты
Александровича на тему: «Балансно-характеристические методы для
задач термоакустики и взаимодействия газовых потоков с упругими
телами»
по специальности 1.2.2. Математическое моделирование, численные
методы и комплексы программ**

Диссертационная работа Афанасьева Н.А. является законченным научно-исследовательским трудом, посвященным актуальной в научном и практическом плане теме - конструированию новых вычислительных моделей и численных алгоритмов высокой разрешающей способности для решения эволюционных задач, которые определяются системами уравнений в частных производных гиперболического типа. В качестве основы своих исследований автор использует балансно-характеристический подход, известный в современной литературе как предложенная В.М. Головизниным и А.А. Самарским схема КАБАРЕ. Эта схема применяется в вычислительной механике уже несколько десятилетий. Она имеет ряд неоспоримых преимуществ по сравнению с существующими альтернативными методами, но и ряд недостатков. В своей диссертационной работе автор попытался разобраться с природой некоторых недостатков схемы КАБАРЕ и разработать эффективные средства их устранения.

В частности одна из проблем схемы КАБАРЕ, как, впрочем, и многих других численных схем, состоит в нарушении энтропийного неравенства на дискретном уровне. Это приводит, как правило, к появлению нефизичных разрывных решений на звуковых точках (нулевые собственные значения матрица Якоби определяющей системы уравнений). Предложенный автором локально-неявный алгоритм обработки звуковой точки в схеме КАБАРЕ позволил решить проблему, не нарушая при этом основные положительные свойства схемы, – второй порядок аппроксимации по времени и

пространству, характеристический способ вычисления потоковых переменных и обратимость дискретной модели по времени.

Другая модификация базовой схемы, предложенная автором в диссертационной работе, касается улучшения дисперсионных свойств схемы КАБАРЕ. С помощью дифференциального приближения им построены поправки, улучшающие дисперсионную ошибку до четвертого порядка аппроксимации в случае линейного уравнения переноса. Эта методика перенесена на систему линейных уравнений гиперболического типа, а также предложено ее обобщение на нелинейные системы.

Предложенные методики, улучшающие свойства балансно-характеристической схемы КАБАРЕ, апробированы на решении двух важных прикладных задач. Первая связана с эффектом термоакустической неустойчивости, вторая – с численным моделированием сопряженных задач газовой динамики и динамики твердого деформируемого тела (в западной литературе задачи FSI – fluid structure interaction). При решении второй задачи автором, кроме всего прочего, было проведено обобщение численной методики КАБАРЕ на движущиеся сетки, а также предложен оригинальный метод сопряжения на интерфейсе решений уравнений упругости в лагранжевых координатах и уравнений газовой динамики в смешанных лагранжево-эйлеровых переменных. Полученные результаты могут быть использованы для моделирования сложных физико-химических процессов в газовых турбинах, возникающих при развитии вибрационного горения вследствие термоакустической неустойчивости. Предложенная схема решения FSI методом КАБАРЕ может применяться в прикладных задачах атомной энергетики, проектирования турбин, современных летательных аппаратов и ряда других приложений.

Содержание диссертации полностью соответствует названию специальности и содержит три основных элемента: исследование и выбор математических моделей, конструирование численных алгоритмов для решения уравнений математической модели и расчет на основе

разработанного автором комплекса программ сопряженных задач газодинамики и динамики деформируемого тела и моделирование термоакустической неустойчивости в трактах ракетных двигателей.

Диссертация начинается с описания и анализа аппроксимационных свойств базовой численной схемы, обсуждаются три проблемы балансно-характеристических методов, соответственно связанные со сменой знака собственного числа матрицы Якоби, большими дисперсионными ошибками при малых числах Куранта и обобщением на подвижные сетки.

Для решения первой проблемы автором предложен новый вариант второй фазы схемы КАБАРЕ для случая нулевого собственного числа. Он не нарушает второй порядок аппроксимации базовой схемы и также основан на характеристическом подходе. В работе дается теоретический анализ разработанного алгоритма на примере уравнений мелкой воды и доказывается лемма о сохранении обратимости схемы по времени.

Новые результаты получены автором в части устранения дисперсионных ошибок схемы КАБАРЕ при малых числах Куранта. Предложенные антидисперсионные поправки позволяют повысить формальный порядок аппроксимации схемы до четвертого. Приводятся результаты ряда вычислительных экспериментов, подтверждающих улучшенные дисперсионные свойства схемы с предложенными поправками.

Новым в развитии балансно-характеристических методик является предложенное автором обобщение на подвижные сетки. Здесь следует отметить специальный алгоритм передвижения узлов сетки, обеспечивающий свойство обратимости по времени численных решений. Точность и эффективность построенной автором схемы КАБАРЕ на произвольных лагранжево-эйлеровых сетках демонстрируется на численном решении сопряженных задач гидроупругости.

Обоснованность и достоверность полученных научных результатов подтверждается как математическими доказательствами, сформулированными автором в виде лемм, так и приведенными в работе

результатами расчетов тестовых задач и сравнением этих результатов с расчетами по альтернативным методикам.

К замечаниям по содержанию работы относятся следующие.

1. Некорректное использование терминологии. Так, например, определяя звуковые точки, автор пишет, что такими точками «называются области решения нелинейных уравнений в частных производных гиперболического типа, в которых дозвуковое течение переходит в сверхзвуковое или наоборот». Система УРЧП может не иметь никакого отношения к течениям. Неоднократно используется слово «раздифференцируем».

2. Не понятен переход к СЭЛ координатам (1.12) в гиперболической системе уравнений консервативного вида (1.9). Если речь идет о произвольной системе уравнений, что такое частицы среды и их скорость v . О каких лагранжевых координатах идет речь? Все это имеет отношение к частному случаю уравнений МСС.

3. Проблема звуковой точки и связанные с ней численные артефакты в виде возникающих в решениях нефизичных разрывов известны в литературе. Они связаны с нарушением энтропийного неравенства на дискретном уровне (реализацией в расчете разрывов, на которых нарушается принцип неубывания энтропии). Вопросу энтропийной коррекции (entropy fix) посвящено достаточное количество публикаций (Г.П. Прокопов, E. Harten, E. Yee, Chakravarthy и др.). Эта коррекция делается и аргументируется на основе энтропийного анализа схемы. В диссертации проблема звуковой точки рассматривается без связи с энтропийным исследованием схемы КАБАРЕ. Поэтому остается открытым вопрос является ли предложенный автором SP алгоритм энтропийной коррекцией схемы, т.е., удовлетворяет ли схема КАБАРЕ+SP алгоритм энтропийному условию? И в этой связи – насколько предложенный SP алгоритм универсален? На приведенных в диссертации примерах показана его эффективность. Но всегда ли он дает желаемый результат - не понятно.

Кроме этих замечаний следует указать на некоторые погрешности в оформлении работы, в частности, формат подписи к рисунку не соответствует стандарту.

Указанные замечания не умаляют значимости диссертационной работы и могут рассматриваться как пожелания автору для дальнейших исследований в данном направлении.

Результаты диссертационной работы, выносимые на защиту, с достаточной полнотой опубликованы. По теме диссертации опубликовано 20 работ, в том числе 6 статей в рецензируемых журналах из списка RSCI, Web of Science, SCOPUS. Основные результаты работы докладывались и обсуждались на отечественных и международных конференциях.

Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В.Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует специальности 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова, а также оформлена согласно требованиям Положения о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова.

Таким образом, соискатель Афанасьев Никита Александрович заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук,
старший научный сотрудник (уч.зв.),

главный научный сотрудник отдела № 8 “Прикладные задачи механики сплошных сред”
«ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ "ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ ИМ. М.В. КЕЛДЫША РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК"»

Меньшов Игорь Станиславович

08/11/2023

Контактные данные:

тел.: +7(499)978-13-14, e-mail: menshov@kiam.ru

Специальность, по которой официальным оппонентом защищена диссертация:

05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Адрес места работы:

125047, Москва, Миусская пл., д.4.

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, отдел № 8
“Прикладные задачи механики сплошных сред”

Тел.: +7(499)978-13-14, e-mail: menshov@kiam.ru

Подпись сотрудника

Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН И.С. Меньшова удостоверяю:

ученый секретарь ИПМ им.М.В. Келдыша РАН
к.ф.-м.н.



А.А. Давыдов

09.11.2023