ОТЗЫВ
официального оппонента
на диссертацию Бузикова Максима Эмонайевича
на тему: «Построение траектории наискорейшего перехвата движущейся цели» представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук
по специальности 1.2.2. – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»

В диссертационной работе М.Э. Бузикова «Построение траектории наискорейшего перехвата движущейся цели» рассматривается задача, которая относится к классическим проблемам дифференциальных игр и оптимального управления. Теория дифференциальных игр является естественным развитием математической теории оптимальных процессов, основанной на применении теории дифференциальных уравнений и вариационного исчисления. С конца 1970-х годов прошлого века появилась своего рода самостоятельная часть прикладной теории дифференциальных игр, в которой рассматриваются задачи преследования, задачи убегания, задачи защиты цели. В задачах дифференциальной игры с заданным интервалом управления с нулевой суммой и квадратичным функционалом качества синтез оптимальных управлений приводит при их реализации к необходимости решать в темпе функционирования объекта скалярное дифференциальное уравнение в частных производных Беллмана-Айзекса с коэффициентами, зависящими от состояния объекта. Кроме этого, решение требует предварительного знания отслеживаемой траектории на всем интервале управления. Аналитическое решение такого уравнения в общем случае является проблемным. В задачах с линейными объектами можно получить реализуемые решения только для случая, когда желаемая траектория описывается соответствующим дифференциальным уравнением. В этом случае параметры регулятора определяются решениями двух дифференциальных уравнений (одно из которых является матричным дифференциальным уравнением типа Риккати, второе – матричным неоднородным линейным дифференциальным уравнением), краевые условия для которых задаются на правом конце. В современной литературе достаточно большое количество моделей подвижных объектов исследовано аналитически (изотропная ракета, модель Дубинса, модель Ридса-Шеппа и др). Из упомянутых моделей объектов управления в диссертационной работе особое внимание уделяется модели Дубинса в задаче наискорейшего перехвата движущейся цели с фиксированным и не фиксированным углом перехвата. Предполагается, что цель движется по произвольной и *заранее известной непрерывной траектории*, а функция управления считается ограниченной функцией времени, при этом критерием эффективности выполняемой задачи является время до перехвата.

Несмотря на обилие отечественных и зарубежных публикаций по обозначенному направлению, тема диссертации безусловно ***актуальна***. Это связано со стремительно возрастающим мировым интересом в усовершенствовании систем автоматизации движения автономных устройств, а также в усовершенствовании систем предупреждения о столкновении.

Объектом исследования являются оптимальные по быстродействию траектории управляемых объектов, а предметом исследования выступают численно-аналитические методы и алгоритмы расчёта таких траекторий.

Целью диссертационных исследований является поиск путей повышения эффективности построения опорных траекторий для динамических объектов управления, математического обоснования и тестирования алгоритмов построения наискорейшей траектории перехвата движущейся цели.

Для достижения указанной цели были ***поставлены и решены следующие задачи:***

1. Задача оптимального быстродействия с изменяющимся во времени терминальным условием.

2. Разработка алгоритмов и реализация комплекса программ, функционирование которых обеспечивает наименьшее время перехвата и строит соответствующую оптимальную траекторию перехвата.
3. Получить и обосновать аналитические решения для нескольких конкретных и практически значимых моделей движения объекта управления в задаче перехвата: модель простых движений, модель Дубинса.

Теоретическая часть исследований проводилась с применением современных методов математической теории управления.

Степень научной разработанности темы является высокой, подтверждаемой в достаточным для кандидатской диссертации количеством авторских публикаций по заданной тематике (3 работы опубликованы в рецензируемых высокорейтинговых журналах, 6 докладов на научных конференциях различного уровня).

Основными ***научно-практическими результатами***, представленными в диссертации, являются решения задач, обеспечивающих достижения цели исследований: нахождения путей повышения эффективности построения опорных траекторий для динамических объектов управления, математического обоснования и тестирования алгоритмов построения наискорейшей траектории перехвата движущейся цели.

Краткий обзор представленных в диссертации материалов исследования:

Введение

В этом разделе диссертации дан содержательный обзор состояния проблемы наискорейшего перехвата движущейся цели машиной Дубинса с фиксированным и не фиксированным углом перехвата цели, движущейся по произвольной и заранее известной непрерывной траектории. Под перехватом, в случае не фиксированного угла перехвата, понимается сближение положения движущейся цели и машины Дубинса на плоскости на заданную величину.

Замечания

Стр. 4. «Большинство современных законов наведения, используемых на практике, выводятся с использованием теории оптимального управления для линейно-квадратичных моделей [1].»

Может быть только в журнале «Johns Hopkins Apl Technical Digest. — 2010» так считают

Стр. 12-13. «Единственное ограничение, которое накладывается на траекторию движущейся цели, состоит в том, что она должна быть липшиц-непрерывной функцией времени. С практической точки зрения это означает, что координаты движущейся цели меняются с ограниченной скоростью.»

Не ясно как связана «липшиц-непрерывность функции» *с* «ограничениями скорости» *объекта.*

Глава 1. Наискорейший перехват цели, движущейся известным образом

Эта глава диссертации посвящена формальной постановке задачи наискорейшего перехвата движущейся цели как задачи оптимального быстродействия. Изложены так же вспомогательные теоретические выкладки, необходимые для построения универсальных и всегда сходящихся алгоритмов вычисления наименьшего времени перехвата.

Вариационный метод поиска оптимального быстродействия в диссертации заменятся геометрическими способами нахождения наикратчайшего пути до точки перехвата движущейся цели машиной Дубинса. Показано, что если функция расстояния $\rho(\cdot)$ от произвольной точки до соответствующей проекции множества достижимости может быть эффективно вычислена, то наименьшее время перехвата может быть вычислено как наименьший неотрицательный корень уравнения $\rho(t, y_T(t)) = l$, в котором расстояние от проекции множества достижимости объекта управления до положение движущейся цели y_T приравнивается к радиусу захвата (теорема 1.1). На основе этого получена *последовательность универсальных оценок снизу* для наименьшего времени перехвата, каждый элемент которой не дальше от наименьшего времени перехвата чем предыдущий элемент. Также показано, что шаг метода простой итерации на основе функции универсального оценивания снизу для наименьшего времени перехвата является наибольшим из тех, что можно сделать для произвольной траектории цели с гарантией не пропуска оптимального решения.

Изучение вопроса о свойствах метода простой итерации (теорема 1.3), использующего функцию универсального оценивания снизу для наименьшего времени перехвата, позволило формализовать алгоритм (рис. 1.5), который имеет конечное количество итераций для достижения заданной точности сближения объекта управления с целью в финальный момент времени.

Замечания

Хорошо бы ввести нумерацию формул.

Стр.18-19. «Здесь вектор $x(t) \in X = Y \times Z$. Множество X является пространством состояний динамической системы. Пространство Y является конечномерным нормированным пространством с нормой $\|\ .\ \|: Y \to R^{+}_{0}$. Предполагается, что вектор $y(t) \in Y$ отвечает только тем компонентам вектора состояния, которые важны при перехвате движущейся цели. Оставшиеся компоненты вектора состояния включены в вектор $z(t) \in Z$ и могут быть произвольными при перехвате.»

1) *Хорошо бы определить размерности множеств X, Y, Z . Что означает* «компоненты вектора $z(t) \in Z$ могут быть произвольными при перехвате»?
2) «Предполагается, что вектор $y(t) \in Y$ отвечает только тем компонентам вектора состояния, которые важны при перехвате движущейся цели». *Следовало бы сделать предположение о наблюдаемости системы.*

3) «Пусть начальные условия заданы с помощью вектора $x(0) = x_0 \in X$.

Без потери общности, будем считать, что вектор $y(0) = 0 \in Y$».

Если $x(0) = x_0 \in X$, то почему «будем считать, что вектор $y(0) = 0 \in Y$»? *Как связаны «компоненты вектора состояния» с «векторами состояния, которые важны при перехвате движущейся цели»?*

4) «Постоянная v по смыслу является максимально доступной для цели абсолютной величиной скорости её движения».

Что означает «максимально доступной… абсолютной величиной скорости» *движения скорости преследуемого объекта?*

5) *Существует ли такое управление, принадлежащее заданному множеству допустимых управлений, которое сможет «справиться» с* «максимально доступной для цели абсолютной величиной скорости её движения»*?*

Стр.21. «Согласно общим результатам теории оптимального управления множество…».

1) *Что за* «…общие результатам теории оптимального управления»?

«В дальнейшем нам понадобится функция расстояния от проекции множества достижимости $\Re(.)$ до точки $y \in Y$…»

2) *Из приведенной формулы следует, что это расстояние от точки* η *до точки y. Об этом и говорится в Леммах 1.1, 1.2.*

3) *Левая часть уравнения:* $\rho(t, y)$*, но правая часть уравнения в явном виде не зависти от t. Ни левая часть уравнения не зависит от* η *, тогда как в правую часть этот параметр входит.*

Глава 2. Наискорейший перехват известно движущейся цели машиной Дубинса

Во второй главе задача перехвата движущейся по непрерывной и предписанной траектории цели машиной Дубинса исследуется аналитически как задача оптимального управления по критерию быстродействия с произвольным направлением скорости машины Дубинса при перехвате.

Другими словами, рассматривается задача быстродействия вывода и сопровождения объекта с по заданной траектории с неопределенностью в 7 отношении значения его скорости, на которую наложены известные ограничения (рис. 2.1). Единицы измерения длины и времени выбираются так, чтобы абсолютная скорость и наименьший радиус кривизны траектории машины Дубинса были равны единице.

В целом во второй главе получены неявные аналитические выражения, позволяющие определить наименьшее время перехвата. Показано, что многозначное отображение, описывающее изменение границы плоского множества достижимости во времени, является непрерывным, кроме одного момента времени. Доказаны теоремы 2.1 и 2.1, позволяющие определить положение оптимальной точки перехвата и вид оптимального управления. Приведённые выражения позволяют решить задачу наискорейшего перехвата при произвольной, непрерывной и наперед заданной траектории движения цели. Приведены результаты вычислительных экспериментов с использованием разработанного комплекса программ с конкретными траекториями движения цели для модели простых движений и модели Дубинса.

Замечания

Стр.43. *Ссылки на литературу [14, 46, 63] 1973-1994 годов. За более чем полвека на тему быстродействия опубликовано огромное количество работ.*

Стр. 44. *Лемма 2.1. не точно описывает достижимость точки множества* В*(t). На управление, как следует из постановки задачи (подраздел 2.1), наложены ограничения общего вида* $u(t) \in U$.

1) *Неужели с момента опубликования работы 1975 года [63] не было предложено ничего нового?*
2) «…поэтому вместо применения принципа максимума Понтрягина воспользуемся свойствами этого множества для получения оптимального управления в задаче с движущейся целью».

Для решения поставленной задачи можно применять и принцип максимума Понтрягина (см., например, В.Н. Афанасьев, В.Б. Колмановский, В.Р. Носов. Математическая теория конструирования систем управления. Стр.184-193)

3) *Все дальнейшие исследования (стр. 44-46) сопровождаются ссылками на работы 1973-1974 годов. На основании исследования графиков поведения системы (рис. 2.2) сформулирована Лемма 2.2, в которой утверждается то, что известно из принципа максимума Понтрягина.*
4) *Все изложенное в разделе 2.3 справедливо и без ссылки на литературу 1975 года для определенного выше ограничения на управление.*

Стр. 52. «При нулевом радиусе захвата $l = 0$, если наискорейший перехват цели, движущейся по непрерывной траектории y_T, возможен в момент времени $T^*[y_T] < +\infty$, а наименьшее время перехвата $T^*[y_T] = \tau^*$».

Разве точка $E^* = [0, 2\sqrt{2/3}]$ не принадлежит множеству $B(T^*[y_T])$?

Глава 3. Наискорейший боковой перехват движущейся цели машиной Дубинса

В этой главе аналитически исследуется задача наискорейшего перехвата цели машиной Дубинса с фиксированным углом перехвата. Движение цели описывается с помощью двух скалярных функций изменения координат на плоскости и одной функции изменения угла. Каждая из функций предполагается известной заранее и непрерывной. Постановка задачи может быть сформулирована как задача оптимального быстродействия для динамического объекта с заданным условием на правом конце – условием перехвата. Упрощением такой задачи является то, что желаемая траектория, которая рассматривается в диссертации, не является произвольной. Аналитически проанализирована задача наискорейшего бокового перехвата движущейся цели машиной Дубинса. В результате анализа получен ряд утверждений, которые дают представление об аналитическом решении задачи перехвата. Описана процедура выбора оптимальных параметров траектории (времён переключений и значений управлений) по известному наименьшему времени бокового перехвата.

Эмпирически доказывается Лемма 3.3 о достижимости точки из множества всех возможных окончаний траекторий $\mathscr{E}_{CSC}$ с помощью управлений (3.1) и (3.2). Эта лемма позволяет получить явное параметрическое описание множества $\mathscr{E}(t)$.

Изучение свойств множеств $\mathscr{B}$, $\mathscr{E}$, $\mathscr{R}$ посвящен раздел 3.2. Установленные свойства этих множеств используются для определения положения оптимальной точки перехвата и сокращения подозрительных на оптимальность траекторий.

Представленные в диссертации примеры и численные эксперименты показывают (рис. 3.11, 3.12, 3.13), что в общем случае следует анализировать все десять приведённых вещественных уравнений, для установления параметров оптимальной траектории наискорейшего бокового перехвата.

Определен порядок выбора оптимального управления на основе решения десяти вещественных уравнений одной неизвестной (Утверждение 3.3). Также описана процедура выбора оптимальных параметров траектории (времён переключений и значений управлений) по известному наименьшему времени бокового перехвата.

Подобранные примеры и численные эксперименты показывают, что в общем Е нужно анализировать все десять приведённых вещественных уравнений, для установления параметров оптимальной траектории наискорейшего бокового перехвата.

Замечания

Стр. 70-72. «случай неподвижной вращающейся точки $y_T(t) = [x(0)\ y(0)\ at]^T$...»

Означает ли это, что при заданных (известных) x(0) y(0) a условие перехвата в задаче быстродействия заключается в том, чтобы y(T) = [x(0) y(0) at]?

Стр. 71. «Для определённости будем считать управления непрерывными справа функциями времени [16].»

Не ясно почему автор ссылается на работу В.С. Пацко и др., в которой рассматривается «Трехмерное множество достижимости нелинейной управляемой системы».

Стр. 72. *Принадлежат ли управления (3.1) и (3.2) заданному множеству допустимых управлений, т.е. справедливо ли u_{CSC} u_{CCC} $\in U$?*

Стр. 73. «Лемма 3.2. множество E(t) является замкнутым множеством в каждый момент времени $t \in R^{+}_{0}$».

Справедливо для класса управляющих воздействий, принадлежащих заданному множеству допустимых управлений?

Глава 4. Игра двух идентичных автомобилей: аналитическое описание барьера

В этой главе строится решение задачи перехвата цели, движения которой заранее не известны. Также решается вспомогательная задача по построению управления, которое позволяет избежать столкновения. Объекты управления имеют динамику машины Дубинса. Подобные задачи широко изучалась и в рамках игровой задачи преследования-уклонения (например, в так называемой игре двух автомобилей. Р. Айзекс), в которой в качестве моделей движения преследователя и убегающего используется модель Дубинса. В работе Isaacs, Rufus. Differential Games. — John Wiley and Sons, 1965 Р. Айзекс получил частичное описание барьерной поверхности для этой игры, а также описание сингулярных линий на этой поверхности. При этом предполагалось, что независимые параметры игры (радиус захвата, отношение скоростей и отношение минимальных радиусов поворота) таковы, что захват возможен из произвольного начального состояния, т.е. барьер, 11 исследованный Айзексом, не был замкнутой поверхностью. В опубликованных работах различных авторов 1967-1970 годов были определены и уточнены необходимые и достаточные условия для гарантии перехвата из произвольного начального состояния.

Автор диссертации в четвертой главе обосновал аналитическое построение барьера для игры двух идентичных автомобилей. С помощью попятной процедуры решения уравнения Айзекса аналитически описаны все полупроницаемые поверхности, содержащие барьер. Произведено численное моделирование, с помощью которого установлено, что существует рубежное значение радиуса захвата, по разную сторону от которого барьер имеет различную геометрическую форму. Существование подобного значение математически обоснованно в лемме 4.2. Произведена процедура отсечения лишних частей полупроницаемых поверхностей, которые не входят в состав барьера. В завершении раздела представлена удобная для вычисления синтезирующих управлений на барьере параметризация соответствующих поверхностей через вектор состояния. С помощью данной параметризации предложена схема вычисления синтезирующих оптимальных управлений (утверждение 4.1), которая может быть сделана устойчивой к ошибкам округления входных данных.

Стр. 99. *1) С чего это в функционале качества:* $L(z, u, v) = 1$ *и* $G(z) = 0$*?*

2) «Очевидно, что существует множество состояний, из которых убегающий сможет избежать перехвата при любом поведении преследователя.» *Это очевидно, при таких возможностях управлений* $u(z)=[-1, +1]$ *и* $v(z) = [-1, +1]$ *результат игры с нулевой суммой зависит от начальных состояний игроков.*

Стр.100. «...правая часть уравнений движения может быть представлена следующим образом: $f(z, u, v) = f_P(z, u) + f_E(z, v) + g(z)$.»

Справедливо, если функция $f(z, u, v)$ *разделима.*

Стр. 101. «Сопряжённая система динамических уравнений выглядит следующим образом: ... (4.5)»

1) Где же в (4.5) лагранжиан «Сопряженная система» образуется следующим образом:

$H(z, u, v, v_z) = L(z, u, v) + v_z^T f(z, u, v)$, $dv/dt = -(dH/dz)^T$, $v_z(t_f) = (dG(z(t_f))/dz)^T$

2) «Лемма 4.1», ссылка на работу 1972 года. Лемма фиксирует необходимые условия минимума функционала (стр. 99) на решении уравнения динамической системы $dz/dt = f(z, u, v)$, $z(0) = z_0$

«В заключении данного раздела приведём решения динамических уравнений (4.1), (4.5) для фиксированных значений u, v управлений игроков».

Поиск оптимальных управлений связан с проблемой решения двухточечной системы уравнений относительно $z(t)$, $v_z(t)$. *Это и проделывается на стр. 102.*

Заключение

На основе анализа свойств множеств достижимости изучена задача наискорейшего перехвата цели, движущейся известным образом. В работе показано, что если функция расстояния от произвольной точки до соответствующей проекции множества достижимости может быть эффективно вычислена, то наименьшее время перехвата может быть вычислено как наименьший неотрицательный корень уравнения, в котором расстояние от проекции множества достижимости объекта управления до положение движущейся цели приравнивается к радиусу захвата.

В качестве содержательного примера использования представленного метода получено решение задачи наискорейшего перехвата движущейся цели машиной Дубинса. В частности, получены неявные аналитические выражения, позволяющие определить наименьшее время перехвата, оптимальную траекторию перехвата и оптимальное управление; в явном виде получена функция расстояния до плоского множества достижимости, позволяющая конструктивно использовать всегда сходящийся алгоритм на основе универсальной оценки снизу.

В завершении работы был рассмотрен случай неизвестного заранее движения цели (дифференциальной игры двух идентичных автомобилей). Для этой игры были получены явные аналитические решения для управлений игроков в форме синтеза для состояний, принадлежащих барьеру.

Общий вывод по диссертационной работе

К основным результатам исследований, представленных в диссертации следует отнести:

1. Разработан, обоснован и протестирован алгоритм вычисления наименьшего времени перехвата на основе лучшей из универсальных оценок снизу для наименьшего времени перехвата. Также обоснована оптимальность (неулучшаемость по скорости сходимости) этого алгоритма в своём классе.

2. Получены общие аналитические результаты для задачи наискорейшего перехвата машиной Дубинса цели, движущейся по произвольной, непрерывной и заранее известной траектории. Получено аналитическое выражение в явном виде с использованием формул Кардано для функции расстояния от произвольной точки до плоского множества достижимости машины Дубинса. Впервые предложен, реализован и протестирован алгоритм нахождения наименьшего времени перехвата на основе функции универсального оценивания снизу в этой задаче. На основе указанных теоретических конструкций разработан комплекс проблемно-ориентированных программ, позволяющий эффективно рассчитывать оптимальную траекторию перехвата, проекцию плоского множества достижимости в заданный момент времени, оптимальное управление для перехвата и прочие параметры оптимального движения объекта управления. С помощью комплекса программ проведены численные эксперименты с конкретными траекториями движения цели.

3. Получены общие аналитические результаты для задачи наискорейшего бокового перехвата машиной Дубинса цели, движущейся по произвольной непрерывной и заранее известной траектории. Впервые для

этой задачи произведена полная классификация кандидатов в оптимальные траектории бокового перехвата, получены аналитические выражения для вычисления наименьшего времени перехвата, представлен алгоритм вычисления параметров оптимальной траектории перехвата по известному наименьшему времени перехвата.

4. Найдено с помощью математического моделирования и вычислительного эксперимента рубежное значение радиуса захвата для игры двух идентичных автомобилей, при котором геометрия барьера игры имеет качественно разный вид. Указанный эффект обоснован математически. Получен явный вид аналитических формул вычисления оптимальных управлений игроков на барьере, а также разработана устойчивая к ошибке округления процедура для использования описанных аналитических формул.

Теоретическая и практическая значимость представленных в диссертации результатов заключается в том, что эти результаты могут быть использованы для класса задач оптимального управления, для которых модель движения объекта управления достаточно проста. Класс таких задач содержит широкий спектр практически важных моделей (модель простых движений, модель Дубинса, модель изотропных ракет и др.), широко используемых для построения опорных траекторий в различных задачах техники.

Диссертационная работа М.Э. Бузикова на тему: «Построение траектории наискорейшего перехвата движущейся цели» вносит существенный вклад в развитие теории, методов, и технологий решения проблемы быстродействия для задач перехвата движущихся целей.

Указанные замечания не умаляют значимости диссертационного исследования. Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В. Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует специальности 1.2.2. – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова, а также оформлена согласно требованиям Положения о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова.

Таким образом, соискатель Бузиков Максим Эмонайевич заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2. – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Официальный оппонент:

доктор технических наук,
ординарный профессор департамента прикладной математики
Московского института электроники и математики им. А.Н. Тихонова
ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»

АФАНАСЬЕВ Валерий Николаевич 30/01/2024

Контактные данные:

тел.: +7 (495) 772-95-90, e-mail: afanval@mail.ru
Специальность, по которой официальным оппонентом
защищена диссертация:
05.13.01 – «Системный анализ, управление и обработка информации».

Адрес места работы:
123458, Российская Федерация, г. Москва, Таллинская ул., д. 34.
ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», департамент прикладной математики Московского института электроники и математики им. А.Н. Тихонова.
Тел.: +7 (495) 916-88-29; e-mail: miem@hse.ru

Подпись сотрудника Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики» В.Н. Афанасьева удостоверяю:

специалист по персоналу
Неудахина Т.Е.