

ОТЗЫВ

официального оппонента
на диссертационную работу Бакая Гавриила Андреевича
“Большие отклонения для регенерирующих
последовательностей”,
представленную на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук по специальности 1.1.4 – теория
вероятностей и математическая статистика.

Диссертационная работа лежит в русле одного из современных направлений теории вероятностей и стохастических процессов – изучение больших отклонений для случайных блужданий.

Диссертационная работа состоит из введения, 3 глав и заключения. Объем работы составляет 78 страниц. Список литературы содержит 37 наименований.

Исследование асимптотики локальных вероятностей для сумм целочисленных случайных величин (или случайных блужданий) было начато в работах Б.В. Гнеденко и А.Н. Колмогорова на границе 40 – 50 годов прошлого века. Первые результаты относились к сумме независимых, одинаково распределенных случайных величин с конечным вторым моментом. Доказывалась равномерная по целым значениям оценка. Далее эти результаты обобщались на более сложные модели, а основываясь на работе Х. Крамера (1938), они получались для более широких зон, включающих нормальные, умеренные и большие отклонения. В каждой из этих зон главный член имеет различную форму. Значительный вклад в описание этих отклонений, включая и многомерный случай, внесли А.А. Боровков и А.А. Могульский.

Начало исследований блужданий по решеткам в случайной среде (далее СБСС) было положено в 1975 году – это работы Соломона (определение модели и критерии для возвратности и транзиентности блуждания) и трех авторов: Кестена, Козлова и Спитцера (предельные теоремы). Далее эта идеология бурно развивается и переносится на более сложные модели. Большие отклонения для модели впервые исследованы Гривеном и Холандером (1994). Тематика остается актуальной и в настоящее время. Более того, в последние годы наблюдается всплеск интереса к данной тематике.

В диссертационной работе доказана теорема об асимптотике вероятностей больших отклонений для первого момента достижения уровня n случайным блужданием в случайной среде. Получено новое представление для параметров асимптотики вероятностей больших отклонений регенерирующих последовательностей в терминах производящих функций моментов этих последовательностей.

Во введении диссертационной работы приведено подробное описание работ, связанных с полученными в ней результатами.

В начале первой главы диссертационной работы описывается модель регенерирующих последовательностей и ее взаимосвязь со случайными блужданиями, далее формулируется серия известных ранее результатов о больших отклонениях для случайных блужданий, тесно связанных с результатами автора.

Автор рассматривает $d+1$ -мерное случайное блуждание, разделяя вектор значений на d -мерную и одномерную часть для удобства последующего использования результатов в отношении регенерирующих последовательностей. Непосредственно для результатов в области теории уклонений это деление несущественно. Далее предполагается, что распределение значений блуждания сильно арифметическое, т.е. его носитель лежит на аффинном преобразовании \mathbb{Z}^{d+1} с неубывающей размерностью.

Из класса случайных блужданий выделяется подкласс, на котором конкретно заданная с помощью их последовательность случайных векторов $\{U_n\}_{n \geq 0}$ образует регенерационную структуру. В данной главе доказана локальная предельная теорема для последовательности $\{U_n\}_{n \geq 0}$ в широком диапазоне значений, включающем нормальные, умеренные и большие уклонения. Ключевое отличие от опубликованных ранее работ является то, что кроме собственных распределений U_n рассматриваются обрывающиеся регенерационные структуры, что качественным образом меняет асимптотику локальных вероятностей.

Вторая глава является естественным продолжением первой. В первой были получены теоремы 3 и 4, где условия и параметры асимптотики вероятностей больших уклонений выражены в терминах распределений начального вектора и векторов скачков блуждания. Кроме этого, в них присутствуют компакты, на которых соответствующие оценки должны выполняться равномерно (условия Крамера). Применять их для поиска асимптотики вероятностей больших уклонений достаточно затруднительно, хотя показать наличие регенерационной структуры и ее сильную арифметичность в различных задачах достаточно просто. Автором предложен альтернативный метод для выражения параметров асимптотики, а также условия наличия таких непустых множеств. Это приводит к более простым достаточным условиям для справедливости утверждений основных результатов первой главы.

В третьей главе на основе исследований первых двух глав доказывается один из основных результатов настоящей работы – теорема об асимптотике вероятностей больших уклонений в локальной форме для первого момента достижения уровня случайным блужданием в случайной среде (СБСС).

Модель случайного блуждания в случайной среде строится на одномер-

ной целочисленной решетке с возможностью перехода за один шаг только в одно из соседних состояний с вероятностями p и $q = 1 - p$. Эффект случайной среды достигается за счет случайности вероятностей p на каждом шаге, которые являются независимыми и одинаково распределенными. Узловой характеристикой СБСС является среднее $\gamma = \mathbb{E} \ln(p/q)$. Известно, что для процесса, начинающегося в нуле, при $\gamma \leq 0$ распределение момента первого достижения любого положительного уровня собственное, а в противном случае - не собственное.

Прямое применение к этим моментам результатов предшествующих глав проблематично. Автор находит удачное решение - на другом вероятностном пространстве строится ветвящийся процесс в случайной среде с иммиграцией в одну частицу. Этот процесс обладает рядом замечательных свойств. Во-первых, он обладает регенерационной структурой и после нормировки (вычитания) значением уровня последовательность будет сильно арифметической с показателем 2. Для нее применимы результаты двух первых глав. Во-вторых, распределения моментов первого достижения любого положительного уровня для двух последовательностей совпадают. Это означает, что последовательность моментов достижения для исходного процесса можно рассматривать как регенерационную последовательность и для нее описана асимптотика вероятностей больших уклонений в локальной форме.

В заключении тезисно перечислены основные результаты работы.

Автор продемонстрировал владение широким спектром тонких аналитических теоретико-вероятностных методов в очень трудных задачах исследования вероятностей больших уклонений в локальной форме для многомерных случайных блужданий и случайных блужданий в случайной среде. Им решен ряд задач, имеющих важное значение для развития аналитических асимптотических методов описания больших уклонений.

Все результаты, выносимые на защиту, получены лично автором, обладают внутренним единством, снабжены подробными доказательствами, доложены на 9 международных и всероссийских конференциях высокого уровня. Результаты работы содержатся в 6 публикациях, из которых 4 в журналах, рекомендованных ВАК, и две в сборниках тезисов международных конференций. Все работы без соавторов. Все положения, выносимые на защиту, обоснованы, подтверждены строго сформулированными и доказанными теоремами и согласуются с результатами, полученными другими авторами. Автореферат соответствует содержанию диссертационной работы.

У рецензента нет существенных замечаний по изложению и оформлению диссертационного исследования. Отмечу небрежность в определениях: последовательность $\{U_n\}_{n \geq 0}$ иногда записывается в виде $\{U_n, n \geq 0\}$.

Нужно однообразие.

Диссертационная работа “Большие отклонения для регенерирующих последовательностей” отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В. Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует специальности 1.1.4 – “Теория вероятностей и математическая статистика” (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 “Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова”, и оформлена согласно требованиям “Положения о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова”. Соискатель Бакай Гавриил Андреевич заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.4 – “Теория вероятностей и математическая статистика”.

Официальный оппонент

 В.А. Топчий

Топчий Валентин Алексеевич

доктор физико-математических наук (специальность 01.01.05 – теория вероятностей и математическая статистика), профессор, ведущий научный сотрудник Лаборатории комбинаторных и вычислительных методов алгебры и логики ОФ ИМ СО РАН,
e-mail: topchij@gmail.com , тел. +7(903) 981-21-00.

Омский филиал Федерального государственного бюджетного учреждения науки Институт математики им. С.Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук, 644043, г. Омск, ул. Певцова, 13,
e-mail: admin@ofim.oscsbras.ru , тел. +7(3812) 23-65-67.

Подпись в/с Омского филиала Федерального государственного бюджетного учреждения науки Институт математики им. С.Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук, д.ф.-м.н., профессор Топчия В.А. заверяю:

Директор ОФ ИМ СО РАН
д.ф.-м.н., доцент
Еремеев Антон Валентинович
06.05.2024 года

