

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

На правах рукописи



**Павлов Владислав Игоревич**

**Тепловые и термодинамические эффекты в  
высокодобротных оптических микрорезонаторах**

Специальность 1.3.2.  
Приборы и методы экспериментальной физики

Автореферат  
диссертации на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук

Москва — 2024

Диссертация подготовлена на кафедре физики колебаний физического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, доцент  
**Биленко Игорь Антонович**

Официальные оппоненты: **Мурзина Татьяна Владимировна**,  
доктор физико-математических наук,  
МГУ им. М.В. Ломоносова,  
доцент кафедры квантовой электроники физического факультета

**Губин Михаил Александрович**,  
доктор физико-математических наук,  
Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Физический институт им.П.Н. Лебедева Российской академии наук, лаборатория стандартов частоты,  
Высококвалифицированный главный научный сотрудник

**Тархов Михаил Александрович**,  
кандидат физико-математических наук,  
Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт нанотехнологий микроэлектроники Российской академии наук,  
Начальник научно-исследовательской лаборатории квантовых технологий

Защита диссертации состоится «5-го» декабря 2024 г. в 15:30 на заседании диссертационного совета МГУ.013.7 Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова по адресу: 119991, Москва, Ленинские горы, д.1, стр.2, Физический факультет МГУ, ЮФА.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке отделе диссертаций научной библиотеки МГУ имени М.В.Ломоносова (Ломоносовский просп., д.27) и на портале: <https://dissovet.msu.ru/dissertation/3167>.

Автореферат разослан «\_\_» \_\_\_\_\_ 2024 года.

E-mail: [igorkartashov@mail.ru](mailto:igorkartashov@mail.ru).

Ученый секретарь  
диссертационного совета  
к.ф.-м.н.



И.Н. Карташов

## Общая характеристика работы

### Актуальность темы.

Из всех экспериментально определяемых величин наиболее точно может быть измерена частота. В настоящее время относительная неопределенность измерения частоты может составлять менее  $10^{-18}$ . Преобразование в частоту других физических величин используется во многих прецизионных измерениях в различных областях науки и техники. При проведении оптических измерений удобным оказывается использование высокодобротных резонаторов. Одним из наиболее перспективных типов резонаторов являются оптические микрорезонаторы с модами "шепчущей галереи".

За последние более чем тридцать лет оптические микрорезонаторы нашли широкое применение в различных областях науки и техники [1] и, в том числе, стали важным элементом для создания современных фотонных и радиофотонных устройств [2], в частности, лазеров с шириной линии  $\sim$  единиц Гц [3]. Несмотря на впечатляющие результаты, полученные с использованием оптических микрорезонаторов, возникает вопрос о фундаментальных ограничениях на стабильность резонансных частот микрорезонатора. В частности, известно, что одной из причин подобных фундаментальных ограничений являются термодинамические эффекты в микрорезонаторах [2; 4].

Под термодинамическими эффектами как правило понимают флуктуации какого-либо параметра в следствие флуктуаций температуры в микроскопических объемах, которые наблюдаются даже в состоянии теплового равновесия [5]. Они являются неотъемлемой частью статистической механики и важны для понимания многих явлений в природе. Термодинамические флуктуации играют решающую роль в различных областях науки: от электроники и физики полупроводников до фотоники и метрологии [6]. Термодинамические шумы включают в себя броуновские флуктуации, а также терморелаксационные, термоупругие и фотоупругие.

Для оптических интерферометров [6], используемых при обнаружении гравитационных волн, были установлены два ключевых вклада шума, а именно терморелаксационный шум и термоупругий шум, преобразующие стохастические колебания температуры через термооптический или термоупругий коэффициенты в флуктуации частоты, тем самым ограничивая предельную точность измерений. Аналогично для оптических микрорезонаторов одним из ограничивающих факторов на точность измерений механических смещений и ширину линии при стабилизации лазеров микрорезонатором являются термодинамические флуктуации резонансной частоты микрорезонатора [2].

Терморелаксационный и термоупругий шумы экспериментально наблюдались в кварцевых микросферах [4], в кристаллических [3] и

интегральных микрорезонаторах [7], и также теоретически анализировались в ряде работ [2; 8]. Однако экспериментальное измерение частотного шума стабилизированного микрорезонатором лазера зачастую не позволяет достичь уровня шумов определяемого фундаментальными флуктуациями в микрорезонаторах. Возможным фактором, вносящим вклад в уровень шума стабилизированного микрорезонатором лазера, могут быть флуктуации в сопряженных с микрорезонатором элементах (линзах, призмах, световодах, подложках), которые подробно изучались в первой главе данной работы.

Также использование микрорезонаторов зачастую осложняется неизбежным проявлением тепловых эффектов [9]. Под тепловыми эффектами подразумеваются изменения каких-либо параметров (например, резонансной частоты, коэффициента связи, длины оптического пути) вызванное изменением средней по макроскопическому объёму температуры микрорезонатора, его части, его крепления или оптических элементов (линз, призм, световодов, подложек).

Поглощение оптической мощности в микрорезонаторе вызывает нагрев и, как следствие, сдвиг его собственных частот из-за эффектов терморелракции и теплового расширения. Термооптические сдвиги частоты, дрейфы и нестабильности влияют на динамику линейных и нелинейных процессов в оптических схемах на основе микрорезонаторов, например, при генерации оптических частотных гребенок и диссипативных солитонов [10] и эффективность лазерной стабилизации [3].

Вопрос учета тепловых эффектов имеет первостепенное значение для широко используемых в настоящее время компактных интегральных структур с высокодобротными микрорезонаторами. Это связано с тем, что интегральные микрорезонаторы сочетают в себе высокую добротность и крайне высокую локализацию оптической мощности в небольшом объеме фотонного микрочипа. Однако, несмотря на вдохновляющие и многообещающие экспериментальные результаты, принципы и динамика эффекта затягивания [11] при больших мощностях накачки в нелинейных режимах, учитывающих как кубичную (или керровскую), так и тепловую нелинейности, изучены недостаточно. В данной работе произведен анализ нелинейных процессов генерации солитонов и платиконов в микрорезонаторе с учетом как керровской, так и тепловой нелинейностей.

Во многих исследованиях для описания тепловой динамики микрорезонатора и, следовательно, для определения тепловых сдвигов собственных частот микрорезонатора используются скоростные уравнения с эффективными тепловыми параметрами [10; 12]. Таким образом, для точного моделирования линейных и нелинейных процессов в оптических микрорезонаторах и разработки устройств на их основе необходима оценка эффективных тепловых параметров микрорезонатора, таких как скорость

тепловой релаксации и скорость оптического поглощения (и, следовательно, значение коэффициента тепловой нелинейности), определяющие динамику тепловых процессов в таких структурах. В частности, возникает вопрос, как определять эффективные параметры для конкретного микрорезонатора. Точное решение трехмерного уравнения теплопроводности с источником не выражается в аналитическом виде. Существующие аналитические выражения для эффективных тепловых параметров, которые были выведены для упрощенного случая сферического микрорезонатора, [9] плохо описывают более сложные структуры, такие как дисковые кристаллические или интегральные микрорезонаторы, так как не учитывают неоднородность материала микрорезонатора и внешние условия. Поэтому для наиболее точного определения эффективных параметров необходимо производить численное моделирование уравнения теплопроводности в микрорезонаторах с последующей аппроксимацией временной зависимости температуры микрорезонатора решением скоростного уравнения, представляющим собой экспоненциальную зависимость. Тем не менее и такой подход может быть недостаточно точным при определенных условиях. Это связано с тем, что динамика температуры более сложна, чем простая экспоненциальная зависимость. Скоростное уравнение является эмпирическим, и его использование для описания тепловых процессов может быть некорректным для конкретной структуры. При этом до сих пор не существует альтернативного более точного способа учета тепловых эффектов. Во второй главе данной работы предложен универсальный подход, основанный на разложении теплового поля на тепловые моды микрорезонатора, обеспечивающий высокую точность учета тепловых эффектов для любых параметров микрорезонатора и внешнего воздействия.

С другой стороны, тепловые эффекты также иногда могут быть полезными, предоставляя возможности для контроля и перестройки резонансных частот. Возможность эффективно управлять резонансными частотами имеет важное практическое значение для разработки перестраиваемых узкополосных лазеров в режиме затягивания на оптический микрорезонатор, необходимых для множества различных применений [11]. Известно несколько способов управления резонансными частотами: тепловые эффекты, механическое воздействие, электрооптический эффект. Тепловые эффекты [13], несмотря на инерционность, позволяют управлять резонансными частотами, изменяя температуру микрорезонатора практически в неограниченном диапазоне (от сверхнизких температур до точки плавления материала микрорезонатора). Однако задача практической реализации нагрева микрорезонатора может оказаться весьма нетривиальной. Размещение микрорезонатора на нагревателе или элементе Пельтье может быть не очень эффективным из-за плохого теплового контакта между резонатором и нагревателем или большого времени тепловой релаксации

системы микрорезонатор-нагреватель. В третьей главе данной работы экспериментально исследовались и численно анализировались более простые в реализации методы нагрева микрорезонатора: за счет поглощения оптического излучения внешнего лазера (с помощью нанесения поглощающего слоя на микрорезонатор) и поглощения оптической мощности накачки. Рассматриваемые способы просты в реализации и могут использоваться для создания перестраиваемых узкополосных лазеров на основе эффекта затягивания лазерного диода на оптический микрорезонатор.

Таким образом, несмотря на то что тепловые и термодинамические эффекты давно известны и подробно исследовались во множестве научных работ, до сих пор существуют незакрытые вопросы и нерешенные научные задачи в данной области. До сих пор не разработан метод расчета эффективных тепловых параметров, которые позволяли бы точно учитывать тепловые сдвиги частоты для любых параметров микрорезонатора. Также на текущий момент не существует методов для оценки флуктуаций в системах с микрорезонаторами, учитывающих шумы как в микрорезонаторе, так и сопряженных оптических элементах и креплениях.

**Целью** данной работы является разработка метода для точного учета тепловых и термодинамических эффектов в системах с высокочастотными оптическими микрорезонаторами, поиск способов минимизации влияния данных эффектов на собственные частоты микрорезонаторов.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие **задачи**:

1. Разработать математическую модель для учета влияния флуктуаций в микрорезонаторе и элементе связи на шум частоты генерации диодного лазера в режиме затягивания.
2. Исследовать влияние тепловых эффектов на нелинейные процессы в микрорезонаторе в режиме затягивания. Разработать математическую модель для более точного расчета эффективных тепловых параметров микрорезонатора.
3. Исследовать различные способы экспериментальной оценки временной зависимости тепловых сдвигов частоты и сравнить измеренные сдвиги частоты с результатами численного моделирования.

#### **Научная новизна:**

1. Впервые выполнен расчет влияния вклада шумов в элементе связи на флуктуации частоты стабилизируемого лазера в режиме затягивания на оптический микрорезонатор и найдены условия, при которых данный вклад может быть существенным.
2. Впервые исследована применимость скоростных уравнений с эффективными тепловыми параметрами для описания динамики температуры и тепловых сдвигов частоты в микрорезонаторе.

3. Впервые предложен метод позволяющий уточнить расчёт эффективных тепловых параметров с помощью метода разложения по тепловым модам.
4. Впервые выполнен расчет тепловых шумов в дисковых микрорезонаторах из фторида магния с учетом температурной зависимости материальных параметров и найдена оптимальная температура микрорезонатора.
5. Исследована оригинальная модель для описания нелинейных процессов в высокодобротном микрорезонаторе в режиме затягивания с учетом тепловых эффектов.
6. Впервые продемонстрировано, что затягивание может приводить к компенсации тепловых эффектов, делая возможным образование устойчивых оптических солитонов и платиконов.
7. Был разработан оригинальный метод спектрограмм, позволяющий исследовать временную зависимость тепловых сдвигов частоты в микрорезонаторах.
8. Впервые предложен и применен метод инфракрасной термографии для измерения распределения температуры в микрорезонаторе.
9. Впервые проведено сравнение временной зависимости сдвигов резонансных частот с помощью нагрева внешним лазером поглощающего слоя на поверхности микрорезонатора с моделированием.

**Практическая значимость** Для многих актуальных практических приложений, в частности портативных стандартов частоты, необходимы компактные перестраиваемые источники лазерного излучения с узкой шириной линии, создание которых возможно с использованием оптических микрорезонаторов. Однако предельно достижимая стабилизация лазерного излучения оптическим микрорезонатором, ограниченная фундаментальными шумами микрорезонатора, для многих конструкций до сих пор не достигнута в эксперименте. Причиной этому могут быть флуктуации в элементе связи с микрорезонатором. В данной работе впервые проанализирован вклад флуктуаций в элементе связи с микрорезонатором на общую нестабильность системы и найдены условия, при которых данный вклад может быть существенным. Разработанная модель проясняет фундаментальные ограничения на ширину линии лазеров, стабилизированных высокодобротными микрорезонаторами.

Также использование микрорезонаторов, ввиду высокой добротности и большой концентрации оптической мощности в малом объеме микрорезонатора, зачастую сопровождается проявлением тепловых эффектов. Из-за высокой добротности резонансные частоты крайне чувствительны к изменениям температуры. Точный учет тепловых эффектов позволяет компенсировать их влияние и, также, использовать тепловые эффекты для прецизионной перестройки лазерного излучения. Наиболее простым

способом учета тепловых эффектов является использование скоростных уравнений с эффективными тепловыми параметрами. Однако сами значения эффективных тепловых параметров для конкретной конструкции микрорезонатора заведомо неизвестны и требуют дополнительных расчетов или измерений.

В данной работе впервые предложен метод более точного расчета эффективных тепловых параметров с помощью метода разложения по тепловым модам. Разработанная модель позволяет повысить эффективность как использования тепловых эффектов для подстройки резонансных частот, так и компенсации их паразитного влияния в устройствах на основе микрорезонаторов.

**Достоверность** полученных результатов обеспечена корректностью постановки задач, использованием обоснованных экспериментальных и численных методов, и подтверждается публикациями в рецензируемых изданиях.

**Объект и предмет исследования.** Объектом исследования являются высокодобротные оптические микрорезонаторы с модами типа "шепчущей галереи". Предметом исследования являются тепловые и термодинамические эффекты в высокодобротных микрорезонаторах и элементах связи с ними при накачке лазерным источником в режиме непрерывного излучения.

**Методология и методы исследования.** В работе использовались следующие методы: метод конечных элементов для расчета спектральных плотностей флуктуаций частоты лазера в режиме затягивания на оптический микрорезонатор, расчета динамики температуры микрорезонатора при нагреве мощностью накачки и вычисления интегралов перекрытия тепловых и оптических мод, метод наименьших квадратов для аппроксимации данных моделирования с целью получения эффективных тепловых параметров микрорезонатора, метод спектрограмм и метод инфракрасной термографии для измерения тепловых сдвигов частоты, также общепринятые методы теоретической и экспериментальной физики.

### **Основные положения, выносимые на защиту:**

1. Предложенная модель учета флуктуаций фазы в элементах связи лазера с микрорезонатором в режиме затягивания, учитывающая влияние терморелаксационного, термоупругого, броуновского и фотоупругого шумов позволяет определить параметры элемента связи, при которых вклад этих флуктуаций в нестабильность частоты лазера становятся сравнимым с вкладом флуктуаций в микрорезонаторе. Для интегрального микрорезонатора из нитрида кремния с межмодовым интервалом 100 МГц, добротностью  $10^7$  и планарным волноводом связи длина волновода не должна превышать 80 мм.

2. Предложенная модель расчета эффективных тепловых параметров с помощью разложения по тепловым модам, учитывающая тепловые процессы в волноводе, покрытии и подложке интегрального микрорезонатора позволяет повысить точность их определения. Для типичных интегральных микрорезонаторов из нитрида кремния с постоянной мощностью накачки расхождение с экспериментальными данными составляет менее 0.1% против 2% для модели с одной экспонентой.
3. В случае импульсной накачки с длительностью импульса порядка 1 мкс ошибка расчета тепловых сдвигов частоты предложенным методом составляет менее 0.1% вместо 70 % с использованием модели с одной экспонентой.
4. Для микрорезонаторов из фторида магния с радиусом более 2 мм оптимальная температура, при которой вклад термореправтивных флуктуаций в микрорезонаторе в нестабильность его собственной частоты становится минимальным, равна 75 ° С.
5. Построенная численная модель для расчета динамического сдвига собственных частот микрорезонаторов позволяет учитывать как внешние источники тепла, так и нагрев резонансным оптическим излучением при произвольном окружении микрорезонатора, что обеспечивает соответствие с экспериментальными данными для микрорезонатора из фторида магния с диаметром 3 мм и толщиной 1 мм, расположенного на латунной ножке, с ошибкой менее 2 %.

**Апробация работы.** Основные результаты работы докладывались на ряде престижных всероссийских и международных конференций:

1. "Estimation of a time dependent frequency shift of whispering gallery modes due to the pump induced heating," 2024 International Conference Laser Optics (ICLO), Saint Petersburg, Russian Federation, 1-5 July 2024 г.
2. "Определение эффективных параметров микрорезонаторов путем разложения по тепловым модам" Невская Фотоника, Санкт-Петербург, 9-13 октября 2023
3. "The Photonic Microchip Thermal Parameters Definition via The Thermal Mode Decomposition" Laser Physics 2023, Ashtarak, Armenia, September 12-15, 2023
4. "Thermal Mode Decomposition Method for Microresonator Thermal Parameters Estimation" ICQT-2023, Moscow, July 9-12, 2023
5. "Сравнение методов расчета эффективных тепловых параметров микрорезонаторов" «ФОТОНИКА-2023», Новосибирск, 4-8 сентября 2023

6. "Thermal mode decomposition method for microresonator thermal parameters estimation" SPIE/COS Photonics Asia, Beijing, China, 14 - 16 October 2023
7. "Numerical simulation of pump power-induced heating processes in silicon nitride photonic chips" SPIE/COS Photonics Asia, Nantong, Jiangsu China, 21 - 23 October 2022
8. "Comparison of Methods for Calculating Thermal Frequency Shifts in Integrated Si<sub>3</sub>N<sub>4</sub> Microresonators," 2022 International Conference Laser Optics (ICLO), Saint Petersburg, Russian Federation, 20-24 June 2022 г.
9. "Numerical Simulation of Influence of the Thermal and Mechanical Fluctuations in the Coupling Elements of Microresonators," 2021 Joint Conference of the European Frequency and Time Forum and IEEE International Frequency Control Symposium (EFTF/IFCS), Gainesville, FL, USA, 2021
10. "Численное моделирование тепловых и механических шумов в элементах связи с оптическими микрорезонаторами" Метрология времени и пространства: Материалы X Международного симпозиума, Менделеево, 06–08 октября 2021 г.
11. "Математическое моделирование терморелактивных шумов устройств ввода лазерного излучения в микрорезонаторы на волнах шепчущей галереи" VIII научно-практическая конференция молодых ученых, аспирантов и специалистов, Менделеево, 06 февраля 2020 г.
12. "Применение устройств на оптических резонаторах с модами шепчущей галереи в метрологии времени и частоты," Метрология времени и пространства : Материалы X Международного симпозиума, Менделеево, 06–08 октября 2021 г.
13. "Перспективы создания аппаратуры для спутникового мониторинга парниковых газов на основе оптических частотных гребенов" XI Международная конференция по фотонике и информационной оптике, НИЯУ МИФИ, 26–28 января 2022 г.
14. "Применение лазеров стабилизированных микрорезонаторами для системы лазерного охлаждения рубидиевого фонтана" XI Международная конференция по фотонике и информационной оптике, НИЯУ МИФИ, 26–28 января 2022 г.
15. "Перспективы создания аппаратуры для спутникового мониторинга парниковых газов на основе оптических частотных гребенок" г. Сочи, Краснодарский край, Россия, 13-18 сентября 2021 г.
16. "Application of the self-injection locked diode lasers for a laser cooling system of a rubidium fountain" Физика ультрахолодных атомов – 2021, Институт лазерной физики СО РАН, 20-22 декабря 2021 г.

17. "Оптоэлектронный контроль частоты диодных лазеров с помощью микрорезонаторов из танталата лития для системы лазерного охлаждения рубидиевого фонтана" Форум «Микроэлектроника 2022», г. Зеленоград, 15-16 сентября 2022 г.
18. "Моделирование нелинейных процессов в высокодобротных микрорезонаторах в режиме затягивания с учетом тепловых эффектов" Нелинейные волны - 2022, Нижний Новгород: ИПФ РАН, 07–13 ноября 2022 г.
19. "Сравнение методов оценки нагрева микрорезонатора из фторида магния при поглощении оптической мощности накачки" XIII Международная конференция по фотонике и информационной оптике, НИЯУ МИФИ, 24–26 января 2024 г.
20. "В поисках оптимальной температурной точки горячего микрорезонатора из фторида магния" XIII Международная конференция по фотонике и информационной оптике, НИЯУ МИФИ, 24–26 января 2024 г.

**Личный вклад.** Задачи исследования были сформулированы совместно с научным руководителем работы. Все изложенные в работе результаты получены либо лично автором, либо при его непосредственном участии. Лично автором разработана модель для расчета термодинамических флуктуаций в системах с оптическими микрорезонаторами и модель для расчета нагрева микрорезонатора за счет поглощения оптической мощности накачки, а также предложен и реализован метод для расчета эффективных тепловых параметров микрорезонатора. Лично автором были проведены эксперименты по измерению временной зависимости тепловых сдвигов частоты и измерению сдвигов частоты за счет внешнего электрического поля. Автор непосредственно участвовал в анализе экспериментальных данных и результатов моделирования, подготовке основных публикаций по выполненной работе.

**Публикации.** Основные результаты по теме диссертации изложены в 13 печатных изданиях [A1-A13], из которых 5 - статьи [A1-A5], индексируемые в базах SCOPUS, Web of Science, 2 - статьи в журналах, рекомендованных ВАК [A12-A13].

## Содержание работы

Работа состоит из введения, трех глав, заключения и списка использованной литературы.

В **первой главе** произведено моделирование методом конечных элементов (МКЭ) с использованием COMSOL Multiphysics флуктуаций оптического пути  $\delta D$  и, как следствие, частоты  $\delta\nu$  генерации лазера в режиме затягивания на микрорезонатор вызванных фундаментальными

шумами в различных элементах связи с микрорезонаторами:

$$\delta\nu = \frac{\omega_0^2}{2Q_m c} \delta D, \quad (1)$$

где  $D = \int_L n_{eff}(z) dz$  — оптический путь между диодным лазером и микрорезонатором,  $n_{eff}$  — эффективный показатель преломления оптического пути,  $\omega_0$  — собственная частота моды микрорезонатора,  $Q_m$  — добротность моды микрорезонатора,  $c$  — скорость света в вакууме. На основании результатов моделирования сделан вывод об ограничении эффективности оптической обратной связи и произведена оценка вклада этого эффекта в ширину линии генерации лазера в режиме затягивания [A7].

В первом параграфе анализируются флуктуационные механизмы в системах с оптическими микрорезонаторами и их влияние на частоту генерации диодного лазера в режиме затягивания. Рассматриваются четыре типа флуктуаций: терморепрактивные, термоупругие, броуновские и фотоупругие.

Во втором параграфе описывается метод численного расчета термодинамических флуктуаций на основе флуктуационно-диссипационной теоремы (ФДТ), которая связывает флуктуации термодинамических переменных системы (их спектральную плотность) с её диссипативными свойствами [14].

В третьем параграфе составляются системы уравнений для дальнейшего численного моделирования для каждого типа флуктуаций: терморепрактивного, термоупругого, броуновского и фотоупругого. Затем производится численный расчет соответствующих шумов в интегральном волноводе связи, из которого делается вывод, что терморепрактивный шум является основным источником флуктуаций в интегральном волноводе связи из нитрида кремния (см. рис. 1 (а)). В четвертом параграфе рассчитанный шум сравнивается с шумами микрорезонатора и происходит поиск условий при которых шумы в элементе связи становятся сопоставимыми с шумами в микрорезонаторе (см. рис. 1 (б)). На рис. 1 (б) видно, что шум микрорезонатора уменьшается с уменьшением области свободной дисперсии ( $ОСД = \frac{c}{2\pi R_0 n_{eff}}$ , где  $c$  — скорость света в вакууме,  $R_0$  — радиус микрорезонатора,  $n_{eff}$  — эффективный показатель преломления микрорезонатора), то есть с увеличением радиуса микрорезонатора. Однако рис. 1 (б) показывает, что общий шум в интегральном волноводе связи, учитывая добротность микрорезонатора  $Q_m = 10^7$  (черная линия), пренебрежимо мал по сравнению с шумом интегральных микрорезонаторов. Уровень частотного шума интегрального волновода составляет порядка  $10^{-2} \text{ Гц}^2 \cdot \text{Гц}^{-1}$  на частотах 1 МГц, что меньше результатов [15] более чем в 100 раз. Тем не менее, формулы (1) показывает, что шум в элементе связи в случае затягивания зависит от добротности микрорезонатора с которым происходит связь. Если считать добротность микрорезонатора  $Q_m = 10^6$  (серая линия

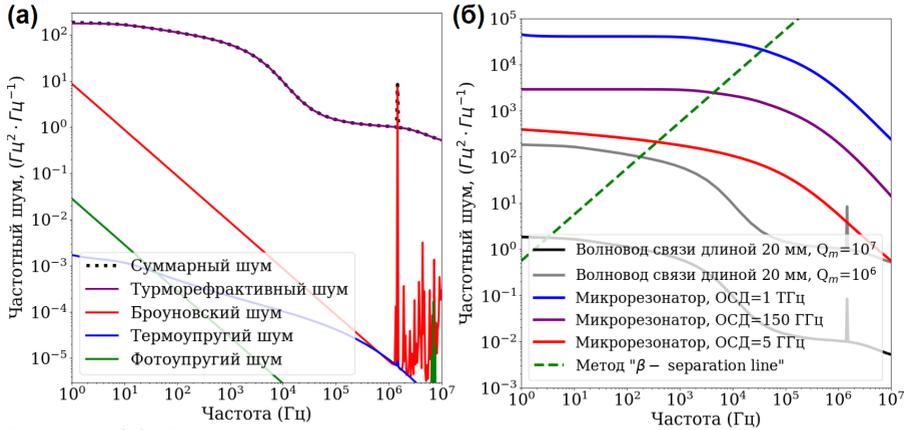


Рис. 1 — (а): Численное моделирование вкладов различных флуктуаций в волноводе в частотные шумы лазера в режиме затягивания. (б): Сравнение частотного шума интегральных микрорезонаторов с различными ОСД и интегральных волноводов связи длиной  $L = 20$  мм. Зеленая пунктирная линия – метод " $\beta$ -separation line":  $S_{\beta}(f) = 8 \ln(2)f/\pi^2$ .

на рис. 2 (б)), то шум в элементе связи сопоставим с шумами микрорезонатора с ОСД порядка единиц ГГц. При этом тепловой сдвиг частоты и терморепрактивный шум в микрорезонаторе не зависят от добротности  $Q_m$  микрорезонатора.

Далее производится расчет ширины линии генерации диодного лазера в режиме затягивания, определяемой термодинамическими флуктуациями в волноводе связи и рассчитывается ограничение на длину волновода. На рис. 2 (а) точка пересечения черной и фиолетовой пунктирной линии показывает, что для связи с микрорезонатором с добротностью  $Q_m = 10^7$  и ОСД = 0.1 ГГц вклад шумов в элементе связи необходимо учитывать при использовании волноводов длиной более  $L = 80$  мм. Однако, если добротность микрорезонатора из нитрида кремния ниже, например,  $Q_m = 10^6$  (серая линия на рис. 2 (а)), ограничение на длину волновода  $L$  может быть более существенным, например, не более 8 мм для микрорезонатора с ОСД 1 ГГц.

Также проводится расчет шумов в элементе связи с дисковым микрорезонатором из фторида магния – растянутом волокне. В результате учета температурной зависимости термооптического коэффициента фторида магния найдена температура микрорезонатора, при которой терморепрактивный шум становится минимальным. Получено, что при 348 К, в точке нулевой терморепракции для микрорезонаторов больших радиусов ( $\approx R_0 > 2$  мм) наблюдается значительное снижение шума. На рисунке 2 (б) видно, что при 348 К в диапазоне частот (3 ГГц;  $10^5$  ГГц) шум в элементе

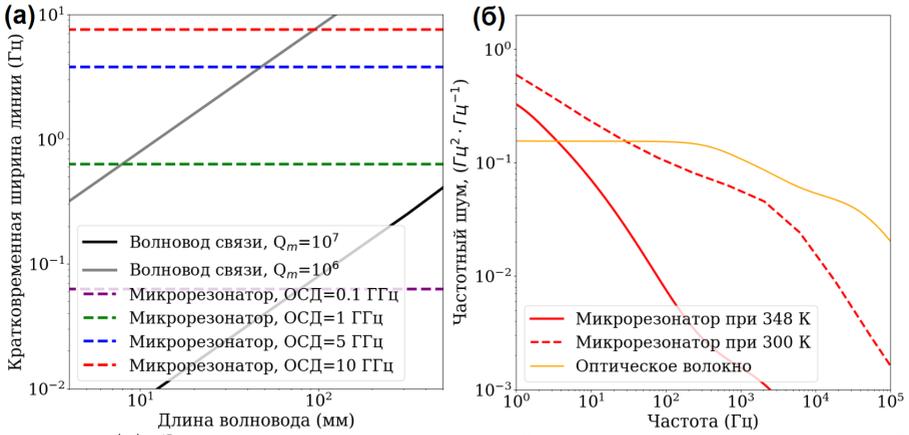


Рис. 2 — (а): Зависимость кратковременной ширины линии, определяемой волноводом связи, от его длины. Горизонтальные пунктирные линии — ширина линии определяемая микрорезонатором (б): Желтая сплошная линия — шум в элементе связи для случая оптического волокна SMF-28 с сердцевинной диаметром 9.2 мкм и длиной 40 см (добротность микрорезонатора  $10^8$ ). Красная пунктирная и сплошная линия — шум дискового микрорезонатора из  $\text{MgF}_2$  радиусом  $R_0 = 3.5$  мм при температуре 300 К и 348 К соответственно.

связи превосходит шум в микрорезонаторе и, следовательно, флуктуации в элементе связи будут определять ширину линии генерации для данной системы.

В пятом параграфе производится расчет броуновского шума в элементе связи — призме двумя различными методами: на основе флуктуационно-диссипационной теоремы и разложения по механическим модам. Оба метода дают одинаковый результат, что подтверждает корректность разработанных моделей.

Во второй главе для точного описания тепловой динамики и учета тепловых эффектов предложен универсальный подход, основанный на разложении теплового поля на тепловые моды микрорезонатора [2]. Продемонстрировано применение предложенного метода на примере кольцевых интегральных микрорезонаторов, микротороидов, микросфер и дисковых микрорезонаторов, однако его возможно использовать и для анализа тепловых эффектов в других резонансных системах.

В первом параграфе приводится система для моделирования динамики электромагнитного поля в микрорезонаторе с учетом керровской и тепловой нелинейностей. Учет тепловой нелинейности (тепловых эффектов) производится с помощью использования скоростного уравнения с эффективными тепловыми параметрами.

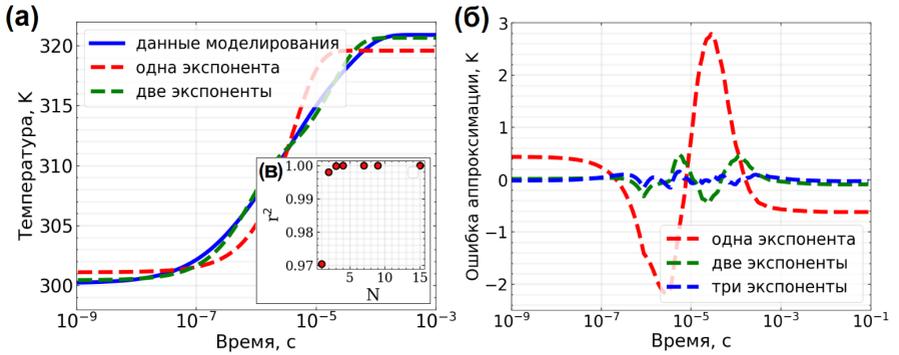


Рис. 3 — (а): Синяя линия — данные, полученные численным моделированием для  $P = 10$  мВт нагрева интегрального микрорезонатора радиусом 24 мкм с шириной волновода  $dr = 1$  мкм и высотой  $dz = 0,8$  мкм; красная пунктирная линия показывает аппроксимацию одной экспонентой; зеленая пунктирная линия — аппроксимация двумя экспонентами; (б): отклонение  $(T_i(t_i) - T(t_i))$  одно-, двух- и трехэкспоненциальной аппроксимации (красная, зеленая и синяя пунктирные линии соответственно) от данных численного моделирования. (в): Коэффициент детерминации  $r^2$  для различного числа экспонент от 1 до 15.

Во втором параграфе рассматривается модель для численного моделирования МКЭ нагрева интегрального микрорезонатора из нитрида кремния постоянной мощностью накачки  $P$ .

В третьем параграфе рассматриваются различные методы определения эффективных параметров: аналитические выражения, аппроксимация динамики температуры и, предложенный в работе, метод разложения по тепловым модам. [A2, A8-A10] Используя гауссово приближение для электромагнитных полей, можно получить аналитические выражения эффективных тепловых параметров микрорезонатора:

$$\delta_{\theta}^{theor} = 2D_T \left( \frac{1}{r_r^2} + \frac{1}{r_z^2} \right), \quad (2)$$

$$\gamma^{theor} = \frac{1}{\rho C_p V}, \quad (3)$$

где  $r_r$  и  $r_z$  — полуширина и полувысота поперечного профиля моды соответственно,  $V \approx 2\pi^2 r_r r_z R_0$  — объём моды,  $R_0$  — радиус микрорезонатора. В случае кольцевого волновода размеры мод хорошо аппроксимируются полуширинами поперечного сечения волновода  $r_r \approx dr/2$  и  $r_z \approx dz/2$ .

Для более точного описания тепловой динамики (см. рисунок 3) во втором методе при аппроксимации использовалось несколько скоростных

уравнений [10; 12]:

$$\frac{d\delta T^{(k)}}{dt} = (-\delta_\theta^{(k)} \delta T^{(k)} + \gamma^{(k)} P), \quad (4)$$

так что  $\delta T = \sum \delta T^{(k)}$  – это сумма частичных вкладов тепловых мод  $\delta T^{(k)}$ . Тогда  $\delta_\theta^{(k)}$  и  $\gamma^{(k)}$  – эффективная скорость тепловой релаксации и эффективная скорость оптического поглощения  $k$ -й тепловой моды соответственно. Исследовалась зависимость эффективных тепловых параметров от числа экспонент  $N$  соответствующему числу скоростных уравнений (4). На рисунке 4 количество экспонент  $N$  и соответствующие им эффективные параметры обозначены разными символами (по горизонтальной оси – эффективная скорость тепловой релаксации  $\delta_\theta$ , по вертикальной оси – амплитуда  $\gamma/\delta_\theta$  экспоненты из решения уравнения (4),  $\delta T_0 = 0$ ,  $P = 1$  Вт).

В рамках третьего метода использовался тот факт, что общее решение системы уравнения теплопроводности можно представить в виде разложения на тепловые моды микрорезонатора:

$$T(\vec{r}, t) = \sum_{k=1}^N T_0^{(k)} C^{(k)}(\vec{r}) e^{-\delta_\theta^{(k)} t}, \quad (5)$$

где  $T_0^{(k)}$  и  $C^{(k)}(\vec{r})$  – амплитуда и пространственная форма тепловой моды,  $\delta_\theta^{(k)}$  – собственные значения, соответствующие обратным временам тепловой релаксации различных "тепловых подсистем". Следует отметить, что собственные значения мод  $\delta_\theta^{(k)}$  и скорости тепловой релаксации, полученные из аппроксимации, не совпадают. Однако, поскольку получена одинаковая форма уравнений для одной и той же системы, предполагается, что они должны стремиться друг к другу с увеличением числа экспонент в аппроксимации. Чтобы получить значения  $C^{(k)}(\vec{r})$  и  $\delta_\theta^{(k)}$ , с помощью COMSOL Multiphysics численно решалась задача на собственные значения в тепловой области для кольцевого интегрального микрорезонатора:

$$D_T \Delta C^{(k)}(\vec{r}) = -\delta_\theta^{(k)} C^{(k)}(\vec{r}). \quad (6)$$

В результате были получены формы мод  $C^{(k)}(\vec{r})$  и собственные значения  $\delta_\theta^{(k)}$ . Используя ортогональность тепловых мод, были получены скоростные уравнения для тепловых мод, аналогичные (4):

$$\frac{d\delta T^{(k)}}{dt} = -\delta_\theta^{(k)} \delta T^{(k)} + \frac{1}{P} \frac{\int C^{(k)}(\vec{r}) \cdot \mathcal{Q}(\vec{r}) dV}{\int C^{(k)}(\vec{r}) \cdot C^{(k)}(\vec{r}) dV} \frac{P}{\rho C_p}, \quad (7)$$

где  $\delta T^{(k)} = T_0^{(k)} e^{-\delta_\theta^{(k)} t}$ . Видно, что выражение в правой части (7) совпадает по размерности с  $\gamma^{(k)}$  в уравнении (4):

$$\gamma^{(k)} = \frac{1}{P} \frac{\int C^{(k)}(\vec{r}) \cdot \mathcal{Q}(\vec{r}) dV}{\int C^{(k)}(\vec{r}) \cdot C^{(k)}(\vec{r}) dV} \frac{1}{\rho C_p}. \quad (8)$$

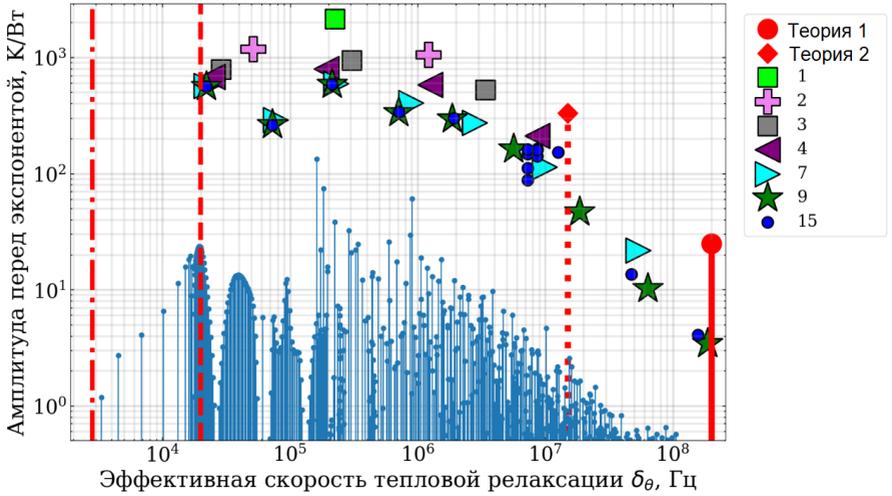


Рис. 4 — Синие вертикальные линии – спектр амплитуд экспонент  $\gamma^{(k)}/\delta_\theta^{(k)}$ , полученный методом разложения по тепловым модам для интегрального микрорезонатора; различные символы обозначают амплитуды для экспоненциальной аппроксимации решением уравнения (4) с определенным количеством экспонент (от 1 до 15), красная линия с красным кружком — теоретическая эффективная скорость тепловой релаксации и амплитуда экспоненты, полученные по формулам (2) и (3), красная пунктирная линия с красным ромбом – теоретическая эффективная скорость тепловой релаксации и амплитуда экспоненты с учетом теплопроводности  $\text{SiO}_2$  покрытия, красные пунктирные и штрихпунктирные линии – теоретическая наименьшая эффективная скорость тепловой релаксации подсистем  $\text{SiO}_2$  покрытия и кремниевой подложки.

Выражение (8) было рассчитано для каждой формы тепловой моды  $C^{(k)}(\vec{r})$ . Чтобы получить амплитуду экспоненты, выражение (8) было нормировано на  $\delta_\theta^{(k)}$ . Результирующий спектр амплитуд экспонент  $\gamma_k/\delta_k$ , полученный из (8), показан основной линией на рисунке 4.

На рисунке 4 видно, что эффективная скорость тепловой релаксации, соответствующая максимуму амплитудного спектра экспонент  $\gamma^{(k)}/\delta_\theta^{(k)}$ , полученная методом разложения по тепловым модам (синие вертикальные линии), очень близка к эффективной скорости тепловой релаксации для случая одноэкспоненциального приближения ( $N = 1$ , салатный квадрат). Однако в таком спектре наблюдается еще несколько пиков, сравнимых по амплитуде с максимальным (например, при  $\delta_\theta \approx 10^6$  Гц). Тем не менее сумма всех амплитуд  $\gamma^{(k)}/\delta_\theta^{(k)}$  для всех тепловых мод равна амплитуде для одноэкспоненциального приближения. Этот факт свидетельствует о выполнении закона сохранения энергии. Увеличение числа скоростных

уравнений (от 1 до 15) приводит к постепенному разложению температурной динамики на тепловые моды, где собственные значения соответствуют эффективным скоростям тепловой релаксации в показателях экспонент, а амплитуды спектральных составляющих (рис. 4, синие линии) коррелируют с амплитудами экспонент. Однако после  $N=9$  экспонент (рис. 4, зеленые звезды) значения эффективных скоростей тепловой релаксации  $\delta_{\theta}^{(k)}$  и амплитуд экспонент перестают изменяться. Таким образом, сходимость по числу экспонент может быть математически строгим критерием оптимального числа экспонент. При этом на рисунке 4 видно, что аналитические выражение для эффективных тепловых параметров, обозначенные красными вертикальными линиями, характеризуют лишь самые быстрые и самые медленные тепловые процессы и могут быть недостаточно точными для учета тепловых эффектов в микрорезонаторах.

В четвертом параграфе производится сравнение рассматриваемых методов для различных параметров микрорезонатора (теплопроводности волновода и покрытия, поперечные размеры волновода, радиус микрорезонатора и расстояние между волноводом и кремниевой подложкой) и накачки. Исследованы области применимости и произведен анализ точности методов оценки тепловых параметров микрорезонаторов. На рис. 5 (а) видно, что две экспоненты (два скоростных уравнения (4)) обеспечивают коэффициент детерминации  $r^2 = 0.998$  для случая нагрева постоянной мощностью. Однако, если использовать те же самые эффективные параметры для аппроксимации динамики температуры при нагреве импульсом с длительностью 1 мкс, для двух экспонент  $r^2 = 0.979$ , а для одной экспоненты  $r^2 = 0.303$ . Далее была рассчитана зависимость точности аппроксимации различным числом экспонент динамики температуры при нагреве импульсами мощности различной длительности (от  $10^{-10}$  с до  $10^{-3}$  с). Было получено, что только при девяти ( $N=9$ ) экспонентах точность аппроксимации не зависит от длительности импульса мощности. Поэтому в общем случае, когда в мощность в микрорезонаторе может быть произвольной функцией от времени и содержать как постоянную, так и импульсную составляющие, необходимо использовать не менее девять экспонент и, как следствие, девяти скоростных уравнений (4) для точного учета тепловых сдвигов частоты. Также проведена проверка корректности граничных условий и материальных параметров модели интегрального микрорезонатора с помощью сравнения с экспериментальными данными. Проанализированы экспериментальные ограничения на измерения временной зависимости сдвигов частоты и предложена установка для проведения подобных измерений.

В пятом параграфе продемонстрирована взаимосвязь эффективных тепловых параметров с терморелактивным шумом в микрорезонаторе, предложен способ оценки уровня терморелактивного шума с помощью измерения эффективных параметров.

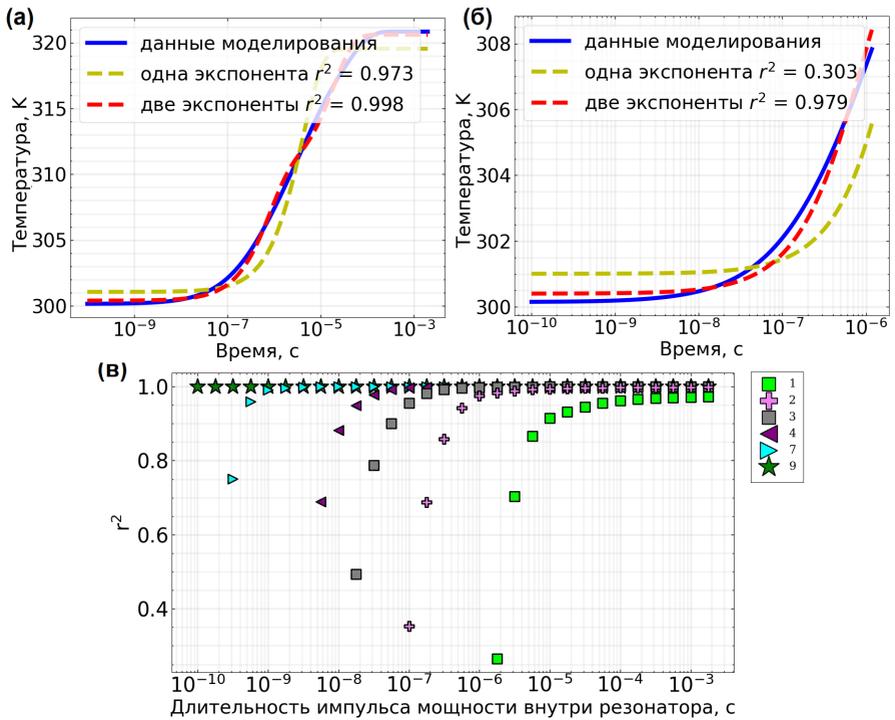


Рис. 5 — Аппроксимация динамики температуры при нагреве микрорезонатора (а:) постоянной мощностью и (б:) импульсом с длительностью 1 мкс. (в:) Зависимость точности аппроксимации от длительности импульса мощности накачки для различного числа экспонент (от 1 до 9, см. символы на графике).

В шестом параграфе анализировалось влияние тепловых эффектов на динамику нелинейных процессов в микрорезонаторе. Продемонстрировано, что тепловые эффекты существенным образом влияют на формирование керровских частотных гребёнок в микрорезонаторе. Определены пороговые значения тепловой нелинейности, при которых происходит распад солитонных состояний. Обнаружено, что при типичных для оптических микрорезонаторов значениях эффективных скоростей тепловой релаксации в режиме затягивания частоты полупроводникового лазера микрорезонатором с нормальной дисперсией групповых скоростей наличие тепловой нелинейности открывает возможность генерации платикунов при одночастотной накачке. [A1, A4, A11]

В **третьей главе** проведено сравнение различных способов подстройки резонансных частот микрорезонатора с численным моделированием и

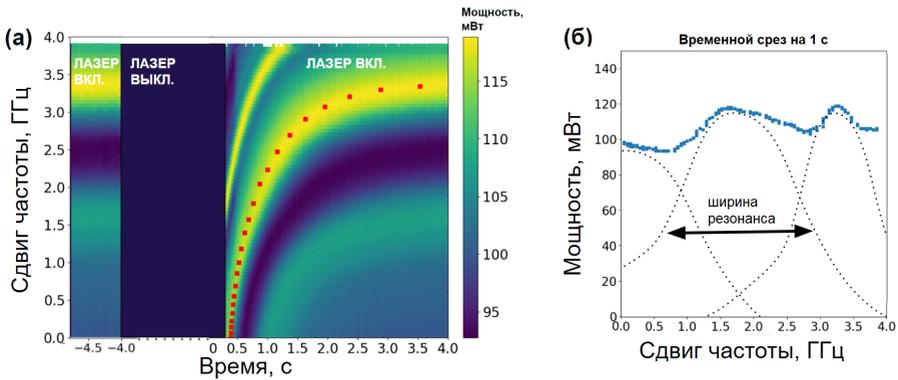


Рис. 6 — (а) Сравнение измеренной спектрограммы (цветной карты) сдвигов частоты, вызванных мощностью накачки, с моделированием МКЭ (красные точки). (б) Временной срез в 1 секунду спектрограммы.

измерены параметры реализованных способов перестройки резонансных частот.

В первом параграфе приводится анализ способов подстройки резонансных частот: электрооптический эффект, механическое воздействие, тепловые эффекты. Делаются выводы об их преимуществах и недостатках.

Во втором параграфе производится сравнение измеренных электрооптических сдвигов частоты в микрорезонаторе из танталата лития с численным моделированием. Проводится оценка быстродействия данного способа перестройки резонансных частот. Измеренный электрооптический коэффициент для микрорезонатора из танталата лития толщиной 1 мм и диаметром 3 мм составил 13.2 МГц/В. [A12]

В третьем параграфе производится сравнение измеренной временной зависимости тепловых сдвигов частоты, вызванных поглощением оптической мощности накачки в дисковом микрорезонаторе из фторида магния, с численным моделированием [A5, A6]. Была получена спектрограмма (см. рис. 6 (а)) путем регистрации спектра микрорезонатора (см. рис. 6 (б)) при изменении мощности накачки. Из полученных зависимостей можно вычислить сдвиг частоты, вызванный тепловыми эффектами. Тепловой сдвиг частоты для мощности накачки  $P=100$  мВт составляет порядка 3.5 ГГц, что согласуется с численным моделированием МКЭ (красные точки на рис. 6 (а)). Получено, что для кристаллических микрорезонаторов время тепловой релаксации может быть достаточно большим ( $\tau_T \approx 2$  с), что может быть существенным для практического применения устройств на основе микрорезонатора. С помощью измеренной временной зависимости тепловых сдвигов частоты была проведена верификация метода разложения по тепловым модам, разработанного в предыдущей главе.

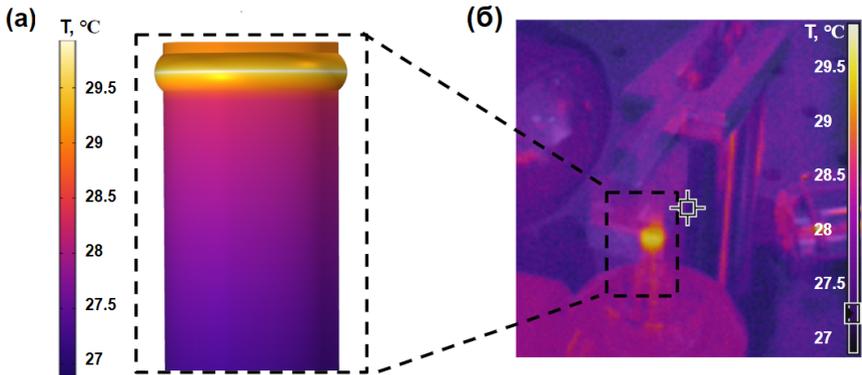


Рис. 7 — (а) Стационарное моделирование нагрева микрорезонатора и (б) тепловая карта с тепловизора при  $P \approx 100$  мВт.

Также проведено измерение распределения температуры в микрорезонаторе при высокой мощности накачки с помощью тепловизора (см. рис. 7 (б)). Было получено, что такой подход также хорошо согласуется с распределением, полученным методом конечных элементов (рис. 7 (а)), что подтверждает корректность проведенных ранее расчетов и измерений.

Показано, что наличие путей для оттока тепла способствует охлаждению микрорезонатора и, как следствие, уменьшению влияния тепловых эффектов на резонансные частоты. Предложен и реализован способ уменьшения тепловых сдвигов частоты за счет подключения радиатора к микрорезонатору. Для рассматриваемого микрорезонатора было достигнуто охлаждение микрорезонатора на 30 %.

В четвертом параграфе рассматривалась подстройка частоты микрорезонатора нагревом внешним лазерным излучением поглощающего слоя на микрорезонаторе, измеренный коэффициент теплового сдвига за счет нагрева внешним лазерным полем для микрорезонатора из  $\text{MgF}_2$  толщиной 1 мм и радиусом 1.5 мм составил 33 МГц/мВт.

В **заключении** приведены основные результаты работы, которые заключаются в следующем:

1. Выполнен расчет влияния вкладов терморепрактивного, термоупругого, броуновского и фотоупругого шумов в элементе связи на ширину линии лазера в режиме затягивания на оптический микрорезонатор и найдены условия, при которых данные вклады могут быть существенными. Получено, что для интегрального микрорезонатора из нитрида кремния с межмодовым интервалом 100 МГц, добротностью  $10^7$  и планарным волноводом связи длина волновода не должна превышать 80 мм.

2. Исследована применимость скоростных уравнений с эффективными тепловыми параметрами для описания динамики тепловых сдвигов частоты в широком диапазоне параметров интегрального микрорезонатора. Найдены условия, при которых использование скоростного уравнения с эффективными тепловыми параметрами может приводить к ошибке более 70% между моделью и экспериментом.
3. Предложен метод расчета эффективных тепловых параметров с помощью разложения по тепловым модам, обеспечивающий высокую точность учета тепловых эффектов при любых параметрах микрорезонатора и внешнего воздействия. Продемонстрировано использование предложенного метода на интегральных кольцевых микрорезонаторах, микротороидах, микросферах и дисковых микрорезонаторах.
4. Разработана модель расчета тепловых шумов в дисковых микрорезонаторах из фторида магния с учетом температурной зависимости материальных параметров и найдена оптимальная температура микрорезонатора, равная  $75^\circ\text{C}$ , при которой тепловые шумы минимальны.
5. Исследована модель для описания нелинейных процессов в высокочастотных микрорезонаторах в режиме затягивания с учетом тепловых эффектов. Продемонстрировано, что для типичных значений эффективных тепловых параметров затягивание может приводить к компенсации тепловых эффектов, делая возможным образование устойчивых оптических солитонов и платиконов.
6. Проведено сравнение экспериментально измеренной временной зависимости сдвигов частоты при поглощении оптической мощности накачки в кристаллическом микрорезонаторе из  $\text{MgF}_2$  с численным моделированием и продемонстрировано согласование с ошибкой менее 2% между моделью и экспериментом.

В заключение автор выражает благодарность и большую признательность научному руководителю Биленко И. А. за поддержку, помощь и научное руководство. Также автор благодарит Кондратьева Н. М., Лобанова В. Е. и Шитикова А. Е. за полезные советы и помощь в обсуждении ключевых результатов работы, Дмитриева Н. Ю. за предоставленные экспериментальные зависимости сдвига частоты от напряжения на нагревателе, а также Хатырева Н. П. за поддержку участия автора в престижных международных конференциях и Козлова А. В. за полезные дискуссии.

**Список статей, индексируемых в базах данных Scopus, WoS и RSCI, в которых содержатся основные результаты диссертации**

- A1 Павлов В. И., Кондратьев Н. М., Лобанов В. Е. Моделирование нелинейных процессов в высокодобротных микрорезонаторах в режиме затягивания частоты с учётом тепловых эффектов // Известия высших учебных заведений. Радиофизика. – 2023. – Т. 66, № 2-3. – С. 176-186. «авт.вклад 0.4 п.л. из 0.6 п.л.»  
Pavlov V. I., Kondratiev N. M., Lobanov V. E. Simulation of Nonlinear Processes in High-Q Microresonators in the Self-Injection Locking Regime with Account of Thermal Effects // Radiophysics and Quantum Electronics. – 2023. – V. 66. – P. 157-166. <https://doi.org/10.1007/s11141-023-10283-7>. JIF 0.8. «авт.вклад 0.4 п.л. из 0.6 п.л.».
- A2 Pavlov V. I., Kondratiev N. M., Shitikov A. E., Lobanov V. E. Microresonator Effective Thermal Parameters Definition via Thermal Modes Decomposition // Photonics. – MDPI, 2023. – V. 10. – №. 10. – P. 1131. <https://doi.org/10.3390/photonics10101131>. JIF 2.1. «авт.вклад 1 п.л. из 1.3 п.л.».
- A3 Балакирева И. В., Блинов И. Ю., Павлов В. И., Хатырев Н. П. Состояние и перспективы применения устройств на оптических резонаторах с модами шепчущей галереи в метрологии времени и частоты // Измерительная техника. – 2020. – № 3. – С. 24–28. <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2020-3-24-28>. «авт.вклад 0.1 п.л. из 0.3 п.л.».  
Balakireva I.V., Blinov I.Y., Pavlov V.I., Khatyrev N. P. Devices with Whispering Gallery Mode Optical Resonators: Current State of Research and Prospects for their Application in Time and Frequency Metrology // Measurement Techniques. – 2020. – V. 63. – P. 199-203. <https://doi.org/10.1007/s11018-020-01772-6>. JIF 0.5. «авт.вклад 0.1 п.л. из 0.3 п.л.».
- A4 Lobanov V. E., Borovkova O. V., Vorobyev A. K., Pavlov V. I., Chermoshentsev D. A., Bilenko I. A. Fragmentation of stability domains of dark solitons, dark breathers, and drifting solitons at high pump intensities in normal-dispersion Kerr microresonators // Physical Review A. – 2024. – V. 109. – №. 3. – P. 033524. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.109.033524>. JIF 2.6. «авт.вклад 0.08 п.л. из 0.8 п.л.».
- A5 Galkin M. L., Chermoshentsev D. A., Pavlov V. I., Shitikov A. E., Lonshakov E. A., Lobanov V. E., Bilenko I. A, Fabry-Pérot laser diode spectrum switching by controllable self-injection locking to a high-quality-factor optical microresonator // Optics Continuum. – 2024.

– V. 3. – №. 6. – P. 948-961. <https://doi.org/10.1364/OPTCON.523724>. JIF 1.1. «авт. вклад 0.3 п.л. из 0.9 п.л.».

## Список других публикаций, в которых содержатся основные результаты диссертации

- A6 Pavlov V. I. et al. Estimation of a Time Dependent Frequency Shift of Whispering Gallery Modes due to The Pump Induced Heating //2024 International Conference Laser Optics (ICLO). – IEEE, 2024. – P. 266-266. <https://doi.org/10.1109/ICLO59702.2024.10624039>. «авт. вклад 0.05 п.л. из 0.06 п.л.».
- A7 Pavlov V. I. et al. Numerical simulation of influence of the thermal and mechanical fluctuations in the coupling elements of microresonators //2021 Joint Conference of the European Frequency and Time Forum and IEEE International Frequency Control Symposium (EFTF/IFCS). – IEEE, 2021. – P. 1-4. <https://doi.org/10.1109/EFTF/IFCS52194.2021.9604269>. «авт. вклад 0.2 п.л. из 0.25 п.л.».
- A8 Pavlov V. I. et al. Comparison of Methods for Calculating Thermal Frequency Shifts in Integrated Si 3 N 4 Microresonators //2022 International Conference Laser Optics (ICLO). – IEEE, 2022. – P. 1-1. <https://doi.org/10.1109/ICLO54117.2022.9840296>. «авт. вклад 0.06 п.л. из 0.05 п.л.».
- A9 Pavlov V. I. et al. Numerical simulation of pump power-induced heating processes in silicon nitride photonic chips //Nanophotonics, Micro/Nano Optics, and Plasmonics VIII. – SPIE, 2023. – V. 12322. – P. 202-211. <https://doi.org/10.1117/12.2640529>. «авт. вклад 0.6 п.л. из 0.5 п.л.».
- A10 Pavlov V. I. et al. Thermal mode decomposition method for microresonator thermal parameters estimation //Nanophotonics and Micro/Nano Optics IX. – SPIE, 2023. – V. 12773. – P. 80-89. <https://doi.org/10.1117/12.2686746>. «авт. вклад 0.4 п.л. из 0.5 п.л.».
- A11 Павлов В. И. Моделирование нелинейных процессов в высокодобротных микрорезонаторах в режиме затягивания с учетом тепловых эффектов / В. И. Павлов, Н. М. Кондратьев, В. Е. Лобанов // Нелинейные волны - 2022 : Тезисы и аннотации докладов, Нижний Новгород, 07–13 ноября 2022 года. – Нижний Новгород: Институт прикладной физики Российской академии наук, 2022. – С. 192-193. – EDN ETZNFY. «авт. вклад 0.06 п.л. из 0.12 п.л.».
- A12 Павлов В. И. и др. Стабилизация частоты диодных лазеров с помощью микрорезонаторов из танталата лития для системы лазерного

охлаждения рубидиевого фонтана // Альманах современной метрологии. — 2022. — № 4(32). — С. 18-26. «авт.вклад 0.4 п.л. из 0.5 п.л.».

- A13 Балакирева И. В., Ананьев П. С., Восканов М. Л., Павлов В. И. [и др.] О возможности применения оптических резонаторов с модами шепчущей галереи в мобильных гравиметрах и акселерометрах // Альманах современной метрологии. — 2020. — № 4(24). — С. 337-348. — EDN ZUVVAN. «авт.вклад 0.3 п.л. из 0.7 п.л.».

## Список литературы

1. *Matsko A.B.; Ilchenko, V.* Optical resonators with whispering-gallery modes-part II: Applications. / V. Matsko A.B.; Ilchenko // IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron. — 2006. — July. — Vol. 12, no. 2. — P. 15—32. — An optional note.
2. Whispering-gallery-mode resonators as frequency references. I. Fundamental limitations / A. B. Matsko [et al.] // JOSA B. — 2007. — Vol. 24, no. 6. — P. 1324—1335.
3. Chasing the thermodynamical noise limit in whispering-gallery-mode resonators for ultrastable laser frequency stabilization / J. Lim [et al.] // Nature communications. — 2017. — Vol. 8, no. 1. — P. 8.
4. *Gorodetsky, M. L.* Fundamental thermal fluctuations in microspheres / M. L. Gorodetsky, I. S. Grudinin // JOSA B. — 2004. — Vol. 21, no. 4. — P. 697—705.
5. *Ландау, Л. Д.* Т. 5 / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. — Москва : Наука, 1964. — 231 с.
6. *Braginsky, V.* Thermodynamical fluctuations and photo-thermal shot noise in gravitational wave antennae / V. Braginsky, M. Gorodetsky, S. Vyatchanin // Physics letters A. — 1999. — Vol. 264, no. 1. — P. 1—10.
7. Thermorefractive noise in silicon-nitride microresonators / G. Huang [et al.] // Phys. Rev. A. — 2019. — June. — Vol. 99, issue 6. — P. 061801.
8. *Kondratiev, N.* Thermorefractive noise in whispering gallery mode microresonators: Analytical results and numerical simulation / N. Kondratiev, M. Gorodetsky // Physics Letters A. — 2018. — Vol. 382, no. 33. — P. 2265—2268.
9. Nonstationary nonlinear effects in optical microspheres / A. E. Fomin [et al.] // JOSA B. — 2005. — Vol. 22, no. 2. — P. 459—465.
10. Thermal effects on Kerr comb generation in a CaF<sub>2</sub> whispering-gallery mode microcavity / T. Kobatake [et al.] // IEEE Photonics Journal. — 2016. — Vol. 8, no. 2. — P. 1—9.

11. Recent advances in laser self-injection locking to high-Q microresonators / N. M. Kondratiev [et al.] // *Frontiers of Physics*. — 2023. — Vol. 18, no. 2. — P. 21305.
12. Platicon stability in hot cavities / V. E. Lobanov [et al.] // *Optics Letters*. — 2023. — Vol. 48, no. 9. — P. 2353—2356.
13. *Anashkina, E. A.* Thermo-Optical Control of Raman Solitons in a Functionalized Silica Microsphere / E. A. Anashkina, M. P. Marisova, A. V. Andrianov // *Micromachines*. — 2022. — Vol. 13, no. 10. — P. 1616.
14. *Callen, H. B.* Irreversibility and generalized noise / H. B. Callen, T. A. Welton // *Physical Review*. — 1951. — Vol. 83, no. 1. — P. 34.
15. Hertz-linewidth semiconductor lasers using CMOS-ready ultra-high-Q microresonators / W. Jin [et al.] // *Nature Photonics*. — 2021. — Vol. 15, no. 5. — P. 346—353.