

Отзыв официального оппонента

на диссертацию Украинского Дмитрия Владимировича

«Аналитические решения уравнений газовой динамики, механика пузырька в неньютоновских жидкостях и кумуляция энергии», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности

1.1.9 – «Механика жидкости, газа и плазмы»

Рассматриваемая диссертация посвящена проблеме построения аналитических решений уравнений газовой динамики и механики пузырька в средах с неньютоновской реологией. Основное внимание уделено изучению периодических по времени одномерных движений газа в трубах, исследованию нелинейного трехволнового резонанса в плоских сверхзвуковых соплах и получению кумуляции (концентрации) энергии при сжатии среды в точку. Выбранная тема является актуальной, поскольку развитие математических методов исследования моделей механики сплошной среды и построение точных решений их уравнений позволяют формулировать новые физические проблемы, изучать сложные явления природы и совершенствовать асимптотические и численные подходы в динамике жидкости, газа и плазмы. В настоящее время, в условиях всепоглощающего использования вычислительных методов интегрирования определяющих уравнений сохранения, особенно ценными становятся точные решения сложных задач газовой динамики, позволяющие провести верификацию вычислительных методов. Кроме того, полученные новые научные результаты в области моделирования безударных газодинамических явлений и достижения больших величин концентрации энергии имеют не только теоретический интерес, но и практическую ценность в технических приложениях.

Диссертация состоит из введения, шести глав и заключения. Ее объем составляет 142 страницы и включает 66 рисунков. Список литературы содержит 136 наименований.

Во **введении** дано резюме диссертации, отмечена актуальность темы исследования, приведен обзор существующей литературы, сформулированы цели и задачи работы, представлены положения, выносимые на защиту, указана научная новизна полученных результатов, а также их теоретическая и практическая значимость.

Первая глава посвящена получению математических оценок параметров движения поршней и распределения энтропии вдоль трубы, при которых решения уравнений одномерной нестационарной динамики совершенного газа при произвольном рациональном показателе адиабаты представлены аналитическими функциями, периодическими по времени. В этом случае движение газа фактически является течением без явного наличия ударных волн и в силу периодичности существует неограниченно долго. В построенных математических доказательствах используются специальная форма уравнений газовой динамики, теория Коши-Ковалевской и принцип мажорант.

Во **второй главе** показано разнообразие безударных периодических по времени течений газа в трубах при наличии двух подвижных поршней и неоднородности удельной энтропии, представлены методы построения соответствующих решений в виде степенных рядов. В рамках каждого подхода выведены рекуррентные соотношения, которые позволяют определить неизвестные члены разложений по начальным или краевым условиям задачи. С функциональной точки зрения коэффициенты рядов устроены достаточно сложно, однако для их точного вычисления автор использует средства компьютерной алгебры. Данным способом решена и визуализирована серия задач о периодических колебаниях газа,

включая задачи о согласованном движении газа и одного из двух поршней. С использованием формы Вебера системы уравнений газовой динамики приведена теория построения решений в виде разложений по степеням переменной удельной энтропии, в рамках которой решена задача о сильном безударном сжатии газа.

Третья глава посвящена применению преобразования «полуугодографа», как его называют авторы, для обобщения результатов второй главы на случай термодинамического уравнения состояния газа достаточно общего вида. Для этого совершается переход от переменных: скорость, удельный объем как функций времени и массовой лагранжевой координаты к переменным: время, скорость как функций массовой лагранжевой координаты и удельного объема при заданной произвольной зависимости давления от последней пары переменных. В результате, преобразованная система получается квадратично-нелинейной, а функция давления становится известной и входит в виде переменных коэффициентов в линейном уравнении, что позволяет эффективно строить решения в рядах. При этом остается удобным ставить условия на поршне.

В **четвертой главе** исследован вопрос существования нелинейного трехволнового резонанса в стационарной сверхзвуковой задаче газовой динамики. Выведены и решены в эллиптических функциях амплитудно-фазовые уравнения, определены необходимые для взаимодействия мод граничные условия. При трехволновом резонансе амплитуды мод усиливаются и ослабевают за счет влияния друг на друга, однако их максимальный рост ограничен. Существуют условия на первоначальные амплитуды волн, при которых нарушается характерная периодичность решения по пространству, в этом случае амплитуда одной из волн монотонно возрастает за счет двух других. Приведена картина течения в плоском сверхзвуковом сопле с криволинейными формами верхней и нижней стенок.

В **пятой главе** рассматривается задача о динамике однородной сферической полости в неограниченном объеме несжимаемой вязкой степенной жидкости. Основным результатом главы, помимо рассмотренных специальных задач, является решение задачи о концентрации кинетической энергии жидкости при схлопывании вакуумного пузырька из состояния покоя в точку скачком внешнего давления. Доказано, что для большинства дилатантных сред концентрация энергии невозможна. Для остальных моделей построена поверхность зависимости значений концентрации энергии от показателя реологического закона и безразмерного коэффициента консистенции, а также указана критическая кривая, разделяющая области с концентрацией энергии и без нее. Изучены экстремальные свойства величины концентрации энергии в зависимости от показателя степени нелинейности модели.

В **шестой главе** представлено точное частично сферически-симметричное решение задачи о коллапсе нелинейно-вязкой теплопроводной сжимаемой среды, формулы термодинамического состояния которой соответствуют совершенному газу. Рассматривается однородное давление и скорость, пропорциональная расстоянию до центра симметрии и обратно пропорциональная времени. Допускается произвольная изотропная зависимость тензора напряжений только от однородного тензора скоростей деформаций, в результате чего полностью удовлетворяются уравнения движения. При разделении переменных в уравнениях неразрывности и притока тепла для логарифма плотности получается пространственное уравнение Пуассона, что дает возможность рассмотрения произвольной системы горячих пузырьков и относительно холодных струек внутри среды. Течение может происходить из состояния покоя за счет движения сжимающего сферического поршня. Подробно исследо-

дованы случай полной сферической симметрии и реологическая модель степенной жидкости. Вычислена полная энергия среды, проанализировано ее поведение в момент сжатия в точку. При этом кинетическая энергия сохраняется и ограничена, а для внутренней энергии удается добиться неограниченного роста за счет работы поршня.

В **заключении** сформулированы основные результаты проведенных исследований, приведены рекомендации по их использованию и дальнейшему развитию.

Таким образом, диссертация состоит из трех логических частей, связанных воедино проблемой построения аналитических решений уравнений динамики жидкости и газа. Диссертационная работа представляет собой цельное и завершенное исследование, выполненное на высоком научном уровне.

В качестве наиболее важных результатов диссертации можно отметить следующие положения:

1. Существуют аналитические периодические по времени одномерные движения газа в трубе при наличии пары подвижных поршней. Классу безударных течений принадлежат построенные с помощью разложения в степенные ряды решения задач о периодических колебаниях поршней без учета и с учетом силы тяжести при заданных краевых условиях на одном из них, а также решение задачи о сильном сжатии газа. Представленный метод построения решений допускает обобщение на случай произвольных термодинамических уравнений состояния.

2. При течении газа в плоском сверхзвуковом сопле с криволинейной формой стенок возможен трехволновой резонанс.

3. При сжатии скачком давления вакуумной сферической полости в неограниченном объеме несжимаемой вязкой степенной жидкости возможна концентрация энергии во всем диапазоне параметров, соответствующем псевдопластическим жидкостям, и, частично, в мягких дилатантных. Наибольшей концентрацией энергии и наименьшей вязкой диссипацией обладают модели, близкие к предельной чисто пластической среде. Зависимость безразмерного коэффициента консистенции от показателя степени нелинейности модели, определяющая границу области с концентрацией энергии, имеет точку максимума.

4. При однородном сжатии сферическим поршнем из состояния покоя в точку нелинейно-вязкой теплопроводной среды с термодинамическими уравнениями состояния совершенного газа, содержащей произвольную систему пузырьков и струек, можно добиться, за счет работы поршня, неограниченного роста внутренней энергии к моменту коллапса. При этом кинетическая энергия среды будет сохраняться, а положение поршня в случае полной сферической симметрии задачи может быть выбрано так, чтобы поток тепла на нем равнялся нулю.

Все декларированные в диссертации результаты являются новыми. Их достоверность обеспечивается использованием классических моделей механики сплошной среды и строгих математических методов их исследования. Где возможно, в диссертации проведено сравнение полученных результатов с известными ранее частными результатами других авторов. Работа прошла апробацию на многократных международных и всероссийских конференциях, а также на профильных научных семинарах. Основные результаты диссертации в полной мере отражены в 6 опубликованных работах в рецензируемых научных изданиях, индексируемых системами Web of Science, Scopus, RSCI.

Содержание диссертации соответствует заявленной специальности 1.1.9 – «Механика жидкости, газа и плазмы». Автореферат отражает все ключевые результаты диссертационной работы, написан доступным языком.

В целом, работа написана очень аккуратно. Тем не менее, по работе имеются некоторые замечания.

1. Принятие автором единого обозначения для вязкости жидкости Ньютона и консистентности для неньютоновских жидкостей не является удачным, т.к. эти параметры имеют разные размерности, что может запутать читателя.

2. Автор утверждает, что введенный безразмерный параметр сигма «играет роль обобщенного числа Рейнольдса в данной задаче». В то же время сравнения для случая линейно вязкой жидкости Ньютона показывает, что параметр сигма и число Рейнольдса – взаимно обратные параметры. Для того, чтобы параметр сигма имел тот же смысл, что и число Рейнольдса, надо было его ввести инверсно.

Сделанные замечания не умаляют научной значимости и достоинств работы.

На основании вышеизложенного считаю, что диссертация «Аналитические решения уравнений газовой динамики, механика пузырька в неньютоновских жидкостях и кумуляция энергии» отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В. Ломоносова к кандидатским диссертациям, а также критериям, определенным пп 2.1–2.5 «Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова». В свою очередь, автор диссертации, Украинский Дмитрий Владимирович, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.9 – «Механика жидкости, газа и плазмы».

Доктор физико-математических наук по специальности
01.02.05 – «Механика жидкости, газа и плазмы», профессор,
профессор кафедры газовой и волновой динамики,
заведующий лабораторией волновых процессов
Московского государственного университета
имени М.В. Ломоносова


Н.Н. Смирнов

02.12.2022

Рабочий телефон: +7 (495) 939-11-90
E-mail: mech.math.msu@inbox.ru

Почтовый адрес: 119991, Москва, Ленинские горы, дом 1,
главное здание МГУ имени М.В. Ломоносова,
механико-математический факультет,
кафедра газовой и волновой динамики

Подпись профессора Николая Николаевича Смирнова удостоверяю:
Декан механико-математического факультета
«Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова»

член-корр. РАН



А.И. Шафаревич