

## ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу Березнюка Вадима Юрьевича "Коммутаторная длина степеней и асферичность групп, заданных графами", представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.5. — «Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика»

В представленной диссертации изучаются две задачи теории групп. Основная часть диссертации (первые две главы) содержит новые результаты о классическом вопросе комбинаторной теории групп: пусть в группе  $G$  выбран элемент  $g$  и задано натуральное число  $n$ , каково наименьшее число  $k$  (если оно существует) такое, что

$$g^n = [a_1, b_1][a_2, b_2] \dots [a_k, b_k]?$$

Этот вопрос изучали Шюценберже, Каллер, Комерфорд и другие ученые для разных классов групп. Последние интересные оценки получены в работах Чена, Иванова и Клячко.

В первой главе найдены новые, более сильные оценки снизу для минимальной коммутаторной длины  $n$ -ой степени элемента, не сопряженного элементам свободных сомножителей для свободных произведений групп.

Вторая глава содержит доказательство точности этой оценки.

Заслуживают внимания два аспекта этой части диссертации. Во-первых, результаты первых двух глав взаимно друг друга дополняют. Получается полное решение указанной задачи для большого класса групп. Во-вторых, использованы методы доказательства, которые позволяют не только получить оценку, но и строить примеры (см. стр. 38).

В третьей главе предлагается новое понятие асферического графа. Доказывается, что асферические графы задают асферические группы, и при помощи этого доказывается, что асферичность группы, заданной графом, следует не только из графического условия малых сокращений  $C(6)$ , но также и из графических аналогов условий малых сокращений  $C(4)\&T(4)$  и  $C(3)\&T(6)$ .

Кажется, что диссертация разделена на две несвязанные части. Но, изучив содержание всех трех глав, можно заметить, что есть и общие идеи доказательства — это

переформулировка задачи на языке диаграмм и применение разных вариантов леммы о столкновениях и её аналогов для решения задач.

Вместе с тем есть несколько замечаний к оформлению и содержанию диссертации:

1. На стр. 10 встречается фраза "... который используются ...";
2. Рассогласования как на стр. 10 встречаются на стр. 12, 25, 27, 28;
3. На стр. 13 дается определение правильно помеченного графа. Слово "правильно" не выделено курсивом, а почти везде в других схожих обстоятельствах определяемый термин выделяется курсивом;
4. На стр. 21 написано "... если выполнено а), б) или в) ...". Но условий "а), б), в)" нет, есть условия "1.", "2.", "3.";
5. На стр. 21 написано "... теорема 1 доказана (по модулю теоремы 2)". Доказательство теоремы 2 начинается на стр. 34. Такая последовательность изложения заставляет дополнительно проверять текст на наличие логических циклов. Аналогичная ситуация с теоремами 6, 7 и 8;
6. На стр. 29 написано "... в течении времени ...". Такая небрежность встречается в тексте 5 раз;
7. На стр. 46 определение 5 упоминается с большой буквы. Нечто аналогичное можно найти на стр. 47;
8. В списке литературы была обнаружена ссылка на работу [20]. Эта работа выложена на сайте arXiv.org в 2013 году и, кажется, до сих пор не опубликована в рецензируемом издании. В тексте диссертации эта работа упоминается дважды. На стр. 19 среди списка прочих работ, связанных с леммой о столкновениях, и на стр. 24 в описании раздела 1.4. Если нет возможности найти корректной ссылки на упомянутую работу, то стоит исключить её из списка литературы.

Вместе с тем указанные замечания не влияют на общую положительную характеристику диссертационной работы. Диссертация Березнюка В. Ю. представляет собой законченное самостоятельное научное исследование по актуальной научной тематике. Основные результаты являются новыми. Результаты главы 1 были получены автором в неразделимом соавторстве с Клячко А. А., результаты глав 2 и 3 были получены автором самостоятельно. Доказательства теорем и других утверждений изложены корректно и подробно. Основные результаты работы опубликованы в 3 статьях в научных журналах из списка, рекомендованного ВАК. Публикации удовлетворяют п. 2.3 "Поло-

жения о присуждении учёных степеней в Московском Государственном университете имени М.В. Ломоносова”, утвержденного ректором МГУ 19 января 2023 года. Полученные в диссертационной работе результаты могут быть использованы для решения актуальных проблем в теории групп.

Автореферат верно и полно отражает основные результаты диссертационной работы.

Считаю, что диссертация Березнюка Вадима Юрьевича ”Коммутатронная длина степеней и асферичность групп, заданных графами” соответствует критериям, определённым пп. 2.1-2.5 “Положения о присуждении учёных степеней в Московском Государственном университете имени М. В. Ломоносова”. По моему мнению, автор диссертации заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.5. — «Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика».

Официальный оппонент  
доктор физ.-мат. наук,  
старший научный сотрудник  
Института математики  
им. С. Л. Соболева СО РАН

Ф. А. Дудкин

630090, г. Новосибирск, пр. ак. Коптюга, 4,

тел. [REDACTED]

E-mail: [REDACTED]

Подпись Ф. А. Дудкина заверяю:

Ученый секретарь ИМ СО РАН

кандидат физ.-мат. наук

Н. А. Даурцева

18 октября 2023 г.

