

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

На правах рукописи

Чепиго Лев Станиславович

**Методы анализа гравитационного поля с учетом
сферичности**

1.6.9 – Геофизика (технические науки)

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Москва – 2023

Диссертация подготовлена на кафедре геофизических методов исследования земной коры геологического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова

Научный руководитель: *Лыгин Иван Владимирович, кандидат геолого-минералогических наук*

Официальные оппоненты: *Жаров Владимир Евгеньевич, доктор физико-математических наук, профессор, ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова», физический факультет отделение астрономии, кафедра небесной механики, астрометрии и гравиметрии, заведующий;*

Долгаль Александр Сергеевич, доктор физико-математических наук, доцент Горный институт Уральского отделения РАН – филиал Федерального государственного бюджетного учреждения науки Пермского федерального исследовательского центра Уральского отделения РАН, лаборатория геопотенциальных полей, главный научный сотрудник;

Вязьмин Вадим Сергеевич, кандидат физико-математических наук, ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова», механико-математический факультет, лаборатория управления и навигации, ведущий научный сотрудник

Защита диссертации состоится 7 декабря 2023 г. в 14:30 на заседании диссертационного совета МГУ.016.6 Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова по адресу: 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, геологический факультет, ауд. 415.

E-mail: dmsmu0403@yandex.ru

С диссертацией можно ознакомиться в отделе диссертаций научной библиотеки МГУ имени М.В. Ломоносова (Ломоносовский просп., д. 27) и на портале: <https://dissovet.msu.ru/dissertation/016.6/2723>
Автореферат разослан «__» ноября 2023 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
кандидат технических наук

К.М. Кузнецов

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность

В теории современной гравиразведки можно выделить два актуальных направления развития: решение прямых и обратных задач гравиразведки для градиентных сред и учет сферичности при плотностном моделировании в региональных и планетарных масштабах.

Рассмотрим актуальность развития первого направления – решение прямых и обратных задач гравиразведки для градиентных сред, то есть сред с переменной плотностью. Данная задача вызвана практической потребностью наличия возможности составления детальных плотностных моделей, учитывающих изменения плотности как по латерали, так и по глубине. Градиентные модели в большей степени соответствует реальной геолого-геофизической ситуации, особенно, для осадочных толщ, чем используемые в настоящее время блоковые модели, предполагающие постоянную плотность внутри блока и скачок на границе.

Одним из возможных подходов к решению данной задачи является разбиение модели среды на блоки, в которых задана некоторая функция изменения плотности. В частности, в пределах каждого блока может применяться линейный закон изменения плотности. В отечественной и зарубежной литературе крайне редко встречаются публикации, в которых изучается подход к решению прямых задач гравиразведки для более сложных законов изменения плотности, чем линейный.

Альтернативным подходом к решению прямых и обратных задач гравиразведки для моделей со сложным распределением плотности, является использование сеточных моделей, то есть моделей, разбитых на множество ячеек с одинаковой геометрией. В данном случае возникают проблемы при решении обратной задачи гравиразведки, поскольку стандартные подходы позволяют подбирать лишь плотностные модели с контрастным приповерхностным слоем, если не используются априорные данные. Такие модели практически не годятся для геологической интерпретации, поскольку отражают лишь латеральное распределение источников аномалий гравитационного поля. Традиционно априорные данные учитывают с помощью регуляризации по Тихонову (L2 регуляризации). Однако даже учет априорных данных в стандартных подходах далеко не всегда приводит к качественному подбору плотностной модели.

Таким образом, возникает задача развития подходов к решению прямых и обратных задач для сред с переменной плотностью и адаптации данных подходов к случаю отсутствия априорных данных.

Теперь рассмотрим актуальность развития второго направления – учет сферичности при плотностном моделировании. В последние годы по результатам спутниковых миссий (GRACE, GOCE, GRAIL, KAGYA) получены новые модели гравитационного поля Земли [Tapley et al., 2004] и Луны [Kato et al., 2010; Zuber et al., 2013], которые характеризуются высокой степенью точности (до $\pm 0,01$ мкГал) и детальности от 1° до $1'$ [Save et al., 2016; Wiese et al., 2016].

Такие модели содержат информацию о высокочастотных аномалиях гравитационного поля, их можно использовать не только для решения планетарных задач гравиметрии, но и для геологического изучения плотностных неоднородностей земной коры и верхней мантии. Также высокоточные спутниковые модели гравитационного поля Земли и его вариаций (в частности, данные миссии GRACE) применяются при решении ряда задач геологии и географии [Ткаченко, 2017], в частности океанографии [Armitage et al., 2016], гляциологии [Memin et al., 2015; Moholdt et al., 2012; Seo et al., 2015], гидрологии [Булычев и др., 2011; Penatti et al., 2015], сейсмологии [Михайлов и др., 2014, 2016; Mikhailov et al., 2013] и др.

Для решения таких задач необходима адаптация математических методов решения обратной задачи гравиразведки, широко развитых для расчетов на плоскости, к применению их на сферической поверхности. В частности, одно из важнейших направлений – разработка методов локализации особых точек по гравитационному полю, заданному на сфере, с помощью которых можно определять координаты и массу источников гравитационного поля, расположенных внутри сферы.

В гравиразведке для решения задачи определения глубины залегания и массы точечного источника по полю, заданному на плоскости, широко используются методы характерных точек (МХТ). Основное внимание исследователей при решении задач гравиразведки с учетом сферичности Земли сосредоточено на решении прямых задач [Старостенко и др., 1986; Булычев и др., 1998; Кузнецов и др., 2017]. При этом экспресс-методы оценки параметров источников аномалий, т.е. методы решения обратных задач практически не рассматриваются. В связи с этим может быть поставлена задача адаптации математических методов решения обратной задачи гравиразведки, разработанных для расчетов на плоскости, к полям, заданным на сферической поверхности.

Однако, как и в случае плоских моделей, при учете сферичности также необходимо строить и плотностные модели с произвольным распределением плотности и сложной геометрией источников аномалий. Как уже было сказано, алгоритмы автоматизированного решения обратной задачи гравиразведки даже на плоскости зачастую не дают желаемого результата и в случае сферического моделирования ситуация является аналогичной.

Таким образом, помимо решения прямой и обратной задачи для простых моделей с учетом сферичности, возникает задача адаптации современных методов решения обратной задачи гравиразведки для сеточных моделей к случаю, когда поле задано на сферической поверхности и априорные данные практически отсутствуют. Данную задачу необходимо решить как для плоскости, так и для сферы.

Степень разработанности

Учет сферичности при анализе гравитационного поля имеет ключевое значение в случаях работы с данными регионального и глобального масштаба (например, спутниковыми данными). Анализ таких данных без учета сферичности может приводить как к ошибкам в оценках геометрических параметров источников аномалий гравитационного поля, так и к ошибкам в оценках плотностных характеристик источников.

При анализе глобальных моделей гравитационного поля широкое применение имеет разложение гравитационного поля на сферические гармоники. Наиболее распространенным подходом к решению прямой задачи гравиразведки с учетом сферичности является аппроксимация многогранником.

Крупный вклад в исследование вопросов решения прямых и обратных задач гравиразведки с учетом сферичности в разное время внесли Булычев А.А., Бычков С.Г., Долгаль А.С., Жаров В.Е., Кузнецов К.М., Лыгин И.В., Манукян А.Г., Мартышко П.С., Мелихов В.Р., Пятаков Ю.В., Старостенко В.И., Страхов В.Н., Хохлова В.В. и др.

Объект исследования

Объектом исследования является математический аппарат прямых и обратных задач гравиразведки. Предметом исследования являются подходы к решению прямой и обратной задач гравиразведки на сферической поверхности, а также автоматизация решения обратной задачи гравиразведки.

Цели и задачи

Целью настоящего исследования является разработка новых подходов к решению прямых и обратных задач гравиразведки на сфере. Реализация поставленной цели основана на решении следующих задач:

1. изучение существующих подходов к решению прямых и обратных задач гравиразведки на плоскости и сфере;
2. разработка методики решения обратной задачи гравиразведки по полю, заданному на сферической поверхности, для тел простой формы;
3. разработка методики автоматизации решения обратной задачи гравиразведки на плоскости и сфере;

4. апробация разработанных подходов на модельных и реальных геофизических данных.

Новизна исследования

В диссертационной работе впервые:

– создан алгоритм автоматизированного решения обратной задачи гравиразведки для сеточных плотностных моделей, учитывающий снижение чувствительности функционала невязки с глубиной;

– разработан подход к решению обратной задачи гравиразведки на сфере для простых моделей, являющийся аналогом метода характерных точек на плоскости.

Разработанные подходы использованы для построения сеточных плотностных моделей Луны, отражающих положение и избыточную плотность источников аномалий гравитационного поля Луны.

Теоретическая и практическая значимость

Разработанная модификация метода характерных точек может применяться для быстрой оценки параметров источников изометричных аномалий гравитационного поля при исследованиях в региональном и глобальном масштабе.

Разработанный подход к автоматизированному решению обратной задачи гравиразведки для сеточных моделей может применяться при подборе плотностных моделей с произвольным распределением плотности, как с учетом, так и без учета априорных данных. Сферический вариант данного подхода позволяет в автоматическом режиме осуществлять подбор плотностных моделей частей или целых космических тел. Использование данного подхода позволяет значительно повышать эффективность плотностного моделирования при решении геолого-геофизических задач.

Разработанные алгоритмы решения обратной задачи гравиразведки реализованы в новом программном комплексе GravMagInv [Чепиго, 2022].

С помощью разработанных алгоритмов и подходов построена сеточная модель распределения избыточной плотности внутри Луны.

Методология и методы исследования

Помимо общенаучных методов исследования при написании диссертационной работы использованы методы математического моделирования, реализованные в программах TG2Dlg [Чепиго Л.С., Булычев А.А., 2018], GravInv2D [Чепиго Л.С., 2019], GravInv3D [Чепиго Л.С., 2020] и GravInv Global [Чепиго Л.С., Кузнецов К.М., 2021]. Для построения плотностных моделей Луны использовалась модель гравитационного поля GGGRX 0900C, являющаяся одним из результатов спутниковой миссии GRAIL. Переход от коэффициентов

сферических гармоник к нормальной компоненте силы тяжести производился с использованием возможностей среды программирования Matlab.

Защищаемые положения

На защиту выносятся следующие положения диссертации:

1. Алгоритм решения прямой задачи гравиразведки для сферической призмы на основе ее аппроксимации набором тонких радиальных стержней.

2. Методика решения обратной задачи гравиразведки для тел простой формы по полю, заданному на сферической поверхности.

3. Методика подбора сеточной плотностной модели, в основе которой лежит использование скорости градиентного спуска, зависящей от глубины как степенная функция.

Степень достоверности. Апробация

Основные выводы диссертационной работы были получены в ходе анализа фундаментальных положений теории потенциальных полей, широко представленных в ряде литературных источников и являющихся общепринятыми. Защищаемые положения не противоречат материалам ранее опубликованных работ по данной тематике, а также полностью согласуются с результатами математического моделирования.

Результаты диссертационной работы были представлены на Международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов» (2018, 2022, Москва, Россия), Международном научном семинаре имени Д.Г. Успенского «Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей» (21 – 25 января 2019, Пермь, Россия), Международном семинаре Вопросы теории и практики геологической интерпретации геофизических полей: 47-я, 48-я и 49-я сессии Международного семинара им. Д.Г. Успенского – В.Н. Страхова (2020, Воронеж, Россия; 2022, Санкт-Петербург, Россия; 2023, Екатеринбург, Россия), международной конференции European Geosciences Union General Assembly (2020, 2021, Вена, Австрия), Международной геолого-геофизической конференции «ГеоЕвразия» (2021, 2022, 2023), Гравиметрическом и магнитометрическом семинаре имени профессора В.Р. Мелихова (2018, 2020, 2022 Москва, Россия), Международной научно-практической конференции «ГеоСочи» (2023, Сочи, Россия).

По тематике диссертации автор имеет 4 статьи, опубликованные в российских журналах, входящих в список Russian Science Citation Index (RSCI) Web of Science. Также автор имеет 6 свидетельств о государственной регистрации программ для ЭВМ. Во всех опубликованных работах вклад автора является определяющим. Автор принимал активное участие в постановке научных задач, проведении

численных исследований, разработке теоретических моделей, анализе полученных результатов и предоставлении их в печати.

Личный вклад

Все результаты теоретической части диссертации и математического моделирования получены лично автором. Фактический материал по гравитационному полю Луны получен из открытого источника PDS Geosciences Node (https://pds-geosciences.wustl.edu/dataserv/gravity_models.htm).

Объем и структура работы

Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения, списка использованной литературы из 109 наименований, содержит 88 страниц, 20 таблиц и 30 рисунков.

Благодарности

Автор выражает благодарность своему научному руководителю к.г.-м.н., доценту Лыгину И. В. за руководство и помощь при написании диссертационной работы, а также за предоставленную возможность участвовать в учебно-научной деятельности.

Автор выражает глубокую признательность д.ф.-м.н., профессору Булычеву А.А. за активное содействие, консультации и рекомендации, без которых написание данной работы было бы невозможно. Также автор выражает особую благодарность всем сотрудникам лабораторий гравиразведки и магниторазведки отделения геофизики геологического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова и персонально к.т.н. Кузнецову К.М. и к.г.-м.н. Соколовой Т.Б.

Кроме того, автор благодарен всем сотрудникам отделения геофизики геологического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова, а также родным и близким за их поддержку на протяжении написания диссертационной работы.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **Введении** сформулированы актуальность, степень разработанности, объект исследования, цели и задачи, новизна, теоретическая и практическая значимость, защищаемые положения, достоверность и апробация, личный вклад.

Глава 1. Обзор методов решения прямой и обратной задачи гравиразведки на плоскости и сфере

Глава 1 разделена на четыре раздела, в каждом из которых рассматриваются теоретические основы решения прямой и обратной задачи гравиметрии с учетом и без учета сферичности.

В разделах *1.1* и *1.2* кратко изложены методы решения прямой задачи гравиразведки без учета сферичности, описанные в работах

[Мионов 1980; Страхов и др., 1980, 1984, 1985; Жданов, 1984; Цирульский, 1989; Серкеров, 1999; Блох, 2009; Булычев и др., 2010, 2017; Zhou, 2010; D’Urso, 2015, 2017], а также с учетом сферичности, описанные в работах [Булычев и др., 1998, 2002, 2006, 2011; Оганесян, 2004; Ладовский и др., 2017; Долгаль и др., 2018, 2019; Мареев, 2018; Мартышко и др., 2018; Хохлова, 2019].

В разделе 1.3 рассматриваются подходы к решению обратной задачи гравirazведки без учета сферичности, в частности методы локализации особых точек [Thompson, 1982; Reid et al., 1990; Хмелевской и др., 2004; Блох, 2009; Булычев и др., 2017] и методы автоматического подбора сеточных моделей [Bear et al., 1995; Li, Oldenburg, 1998].

В разделе 1.4 рассматриваются подходы к решению обратной задачи гравirazведки с учетом сферичности [Булычев и др., 2002, 2006, 2011; Ладовский и др., 2017; Старостенко и др., 1983, 1986; Besser et al., 2014; Gong et al., 2016; Wiczorek et al., 2013], а также приводятся тестовые расчеты, в которых оценивается глубина точечного источника с учетом и без учета сферичности. В качестве поверхностей, на которых задано гравитационное поле, выбраны сферы радиуса 2000, 6371 и 25000 км, глубины модельного источника составляют 30, 100, 250 и 500 км. По результатам тестовых расчетов сделан вывод, что не учет сферичности приводит к завышению оценок глубин источника аномалии, минимальная относительная погрешность соответствует случаю минимальной глубины (30 км) и максимального радиуса сферы (25 000 км) и составляет 10%, максимальная относительная погрешность – случаю максимальной глубины (500 км) и минимального радиуса сферы (2000 км) и составляет 43%.

Глава 2. Решение прямой и обратной задачи гравirazведки для простых моделей с учетом сферичности

Глава 2 разделена на четыре раздела, в каждом из которых рассматриваются теоретические основы и подходы к решению прямой и обратной задач гравirazведки для тел правильной (простой) геометрической формы на сферической поверхности, в том числе аналог метода характерных точек (МХТ), широко применяемого на начальных этапах интерпретации данных гравirazведки для первичной оценки параметров источников аномалий гравитационного поля.

В разделе 2.1 рассматривается модель тонкого радиального стержня, являющегося аналогом тонкого вертикального стержня, который широко применяется в гравirazведке для аппроксимации, например, магматических тел, и выводятся выражения для гравитационного потенциала V и радиальной составляющей силы притяжения V_R тонкого радиального стержня:

$$\begin{aligned}
 V &= \int_{R_1}^{R_2} G \frac{\sigma_L dR_0}{\sqrt{R^2 + R_0^2 - 2RR_0 \cos\psi}} = \int_{R_1}^{R_2} G \frac{\sigma_L d(R_0 - R \cos\psi)}{\sqrt{(R_0 - R \cos\psi)^2 + R^2 - R^2 \cos^2\psi}} = \\
 &= G \sigma_L \ln \left| \frac{R_2 - R \cos\psi + \sqrt{R_2^2 + R^2 - 2R_2 R \cos\psi}}{R_1 - R \cos\psi + \sqrt{R_1^2 + R^2 - 2R_1 R \cos\psi}} \right| \quad (1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 V_R &= \int_{R_1}^{R_2} G \frac{\sigma_L (R - R_0 \cos\psi) dR_0}{(R^2 + R_0^2 - 2RR_0 \cos\psi)^{\frac{3}{2}}} = \frac{G \sigma_L}{R} \frac{R_0}{\sqrt{R_0^2 + R^2 - 2R_2 R_0 \cos\psi}} \Big|_{R_1}^{R_2} = \\
 &= \frac{G \sigma_L}{R} \left(\frac{R_2}{\sqrt{R_2^2 + R^2 - 2R_2 R \cos\psi}} - \frac{R_1}{\sqrt{R_1^2 + R^2 - 2R_1 R \cos\psi}} \right) \quad (2) \\
 \cos \psi &= \sin \theta_0 \sin \theta \cos (\lambda_0 - \lambda) + \cos \theta_0 \cos \theta,
 \end{aligned}$$

где (λ, θ, R) – сферические координаты точки расчета, $(\lambda_0, \theta_0, R_1)$ – сферические координаты нижней точки стержня, $(\lambda_0, \theta_0, R_2)$ – сферические координаты верхней точки стержня, σ_L – линейная плотность стержня, G – гравитационная постоянная.

Также в разделе 2.1 получены выражения для гравитационного потенциала и силы притяжения тонкого радиального стержня, расположенного по обе стороны от центра сферы и проходящего через ее центр:

$$\begin{aligned}
 V &= G \sigma_L \ln \left| \frac{(R_2 - R \cos\psi + \sqrt{R_2^2 + R^2 - 2R_2 R \cos\psi})(R_1 + R \cos\psi + \sqrt{R_1^2 + R^2 + 2R_1 R \cos\psi})}{(R - R \cos\psi)^2} \right| \quad (3) \\
 V_R &= G \sigma_L \left(\frac{R_2}{R \sqrt{R_2^2 + R^2 - 2R_2 R \cos\psi}} + \frac{R_1}{R \sqrt{R_1^2 + R^2 + 2R_1 R \cos\psi}} \right)
 \end{aligned}$$

Такая модель может применяться в случаях изучения неоднородностей внутри малых космических тел, например, астероидов.

В разделе 2.2 рассматриваются подходы к решению прямой задачи гравиразведки для тессероида (сферической призмы), который может использоваться в качестве элемента разбиения непрерывных сеточных моделей. Поскольку гравитационное поле тессероида определяется через интеграл, не имеющий решения в элементарных функциях, то задача решается аппроксимационными или численными методами. Важным является выбор оптимального подхода к решению прямой задачи для тессероида.

Выбор оптимального подхода осуществляется из трех вариантов: аппроксимация многогранником, численное интегрирование и разбиение на тонкие радиальные стержни; критерием оптимальности является достижение заданного уровня ошибки за наименьшее время. Для выбора оптимального подхода проведено два теста. В первом тесте рассчитывается радиальная компонента силы притяжения каждым из трех подходов при различных количествах элементов разбиения для тессероида, имеющего угловые размеры $5^\circ \times 5^\circ$ по долготе и широте соответственно и толщину 15 км. Размеры тессероида выбраны, исходя

из предполагаемых размеров источников лунных масконов. По результатам данного теста показана более быстрая сходимость результатов к эталонному для аппроксимации сферической призмой (рис. 1):

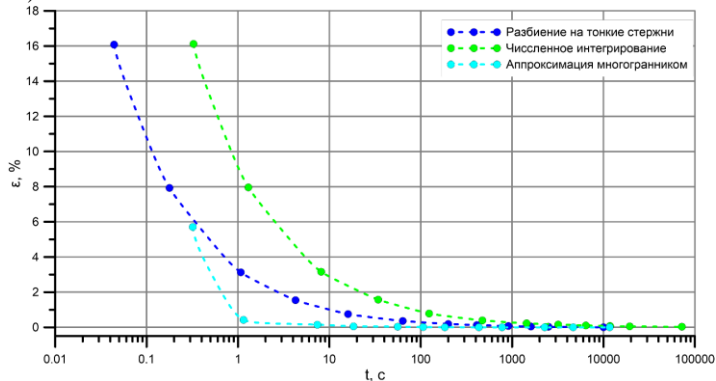


Рис. 1. Графики зависимости относительной ошибки от времени вычислений для различных подходов к решению прямой задачи для тессероида

Для второго теста выбран тессероид меньшего размера ($0.7^\circ \times 0.5^\circ \times 2$ км). Тессероид с такими размерами в дальнейшем используется для построения сеточной модели Луны. В тесте оценивается длительность решения прямой задачи при оптимальном количестве элементов разбиения, позволяющем достичь заданной точности (в рамках эксперимента – абсолютная ошибка не более 0.05 мГал по модулю, относительная ошибка не более 5%) на разных глубинах (5, 15, 35, 50, 75, 100, 130, 165 и 200 км). Результаты данного теста показывают, что на относительно малых глубинах (до 50 км) заданной точности можно достичь быстрее с помощью аппроксимации многогранником, но на больших глубинах (50 км и более) прямая задача решается быстрее с помощью разбиения тессероида на тонкие радиальные стержни (рис. 2):

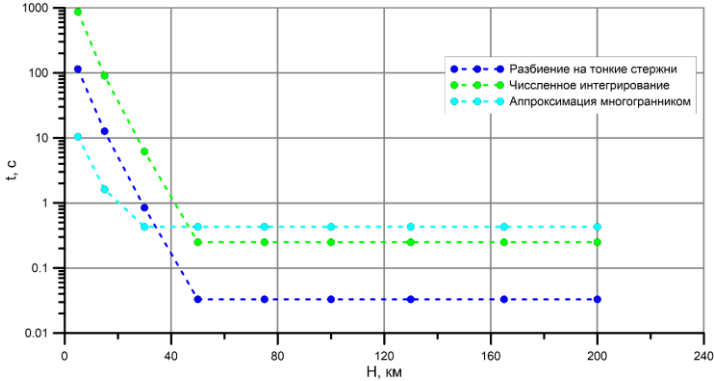


Рис. 2. График зависимости времени, необходимого на решение прямой задачи для сферической призмы с оптимальным количеством элементов разбиения, в зависимости от глубины ячейки

На основании экспериментов, описанных в разделе 2.2 сформулировано первое защищаемое положение:

– Алгоритм решения прямой задачи гравirazведки для сферической призмы на основе ее аппроксимации набором тонких радиальных стержней.

В разделах 2.3 и 2.4 рассматривается решение обратной задачи методом характерных точек с учетом сферичности для точечного источника и тонкого радиального стержня. Выводятся выражения для вычисления расстояния от центра сферы до центра масс R_0 точечного источника и до верхней кромки тонкого радиального стержня R_2 (в случае, когда его нижняя кромка расположена на большой глубине и $R_1 \rightarrow 0$) через параметр k , равный отношению силы притяжения в произвольной точке $P(\lambda, \theta, R)$ к силе притяжения в точке экстремума, а также выражения для оценки массы точечного источника M и линейной плотности стержня σ_L :

$$R_0 = \frac{k\sqrt{(1 - \cos \psi)(2 - k^2(1 + \cos \psi))} + k^2 \cos \psi - 1}{k^2 - 1} R \quad (4)$$

$$M = \frac{V_{Rmax}(R - R_0)^2}{G} \quad (5)$$

$$R_2 = R \frac{1 - k^2 \cos \psi - k\sqrt{(1 - \cos \psi)(2 - k^2 \cos \psi - k^2)}}{1 - k^2} \quad (6)$$

$$\sigma_L = \frac{V_{Rmax}R(R - R_2)}{GR_2} \quad (7)$$

На основе результатов, описанных в разделах 2.3 и 2.4, сформулировано второе защищаемое положение:

– Методика решения обратной задачи гравиразведки для тел простой формы по полю, заданному на сферической поверхности.

В разделе 2.5 приводится заключение по Главе 2 и формулируются первое и второе защищаемые положения.

Глава 3. Решение обратной задачи гравиразведки с глубинной нормализацией функционала невязки

Глава 3 разделена на 5 разделов, в которых описываются теоретические основы решения обратной задачи гравиразведки для сеточных моделей и рассматривается новый подход к решению данной задачи.

В разделе 3.1 рассматриваются теоретические основы решения прямой и обратной задачи гравиразведки для сеточных моделей и их асимптотика при вычислениях в частотной области с помощью быстрого преобразования Фурье и с применением метода градиентного (наискорейшего) спуска при решении обратной задачи.

В разделе 3.2 представлено теоретическое обоснование снижения чувствительности решения обратной задачи гравиразведки при увеличении глубины ячеек сеточной модели и предложено решение данной проблемы путем использования переменной скорости (шага) градиентного спуска α , зависящей от глубины как степенная функция с показателем степени n .

В разделах 3.3, 3.4 и 3.5 приводятся тестовые расчеты с использованием алгоритма, приведенного в разделе 3.2, для двумерного случая, трехмерного без учета сферичности и трехмерного с учетом сферичности соответственно. Для каждого из случаев были созданы модели, состоящие из нескольких неоднородностей (2 в двумерном случае, 3 в трехмерном без учета сферичности, 10 в трехмерном с учетом сферичности), для которых была решена прямая задача и далее результат решения прямой задачи использовался в качестве наблюдаемого поля при решении обратной задачи. Во всех случаях при решении обратной задачи использовалась регуляризация по значениям избыточной плотности для фокусировки подбираемого распределения плотности. В двумерном случае минимальная ошибка оценки центров масс источников достигается в случае использования параметра $n = 1.5$ (рис. 3), в трехмерном случае без учета сферичности – при значениях параметра $n = 1$ (для менее глубокой неоднородности) и $n = 1.5$ (для двух более глубоких неоднородностей) (рис. 4), в трехмерном случае с учетом сферичности, как и в случае без учета сферичности при $n = 1$ и 1.5 (рис. 5).

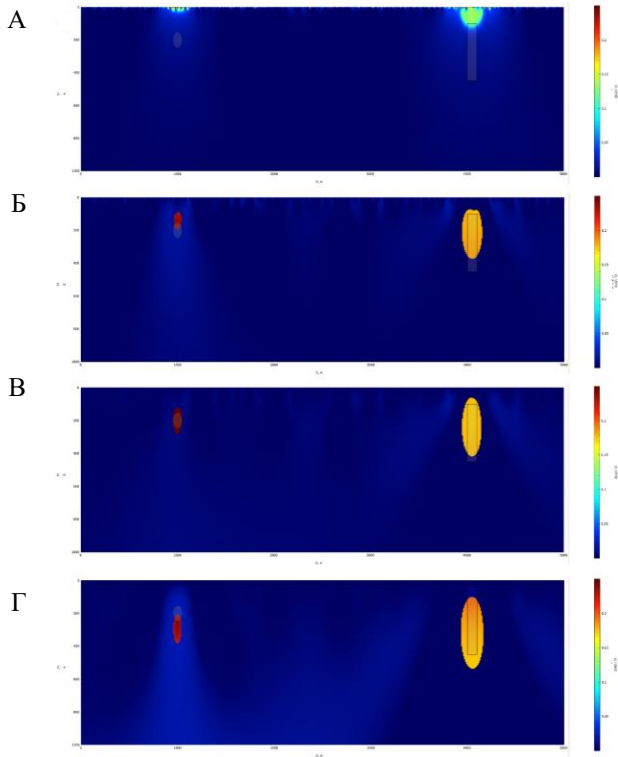


Рис. 3. Разрезы, полученные по результатам подбора распределения плотности в двумерном случае при А) $\alpha = \text{const}$; Б) $\alpha \sim z$; В) $\alpha \sim z^{1.5}$; Г) $\alpha \sim z^2$. Истинные границы плотностных неоднородностей показаны черным контуром

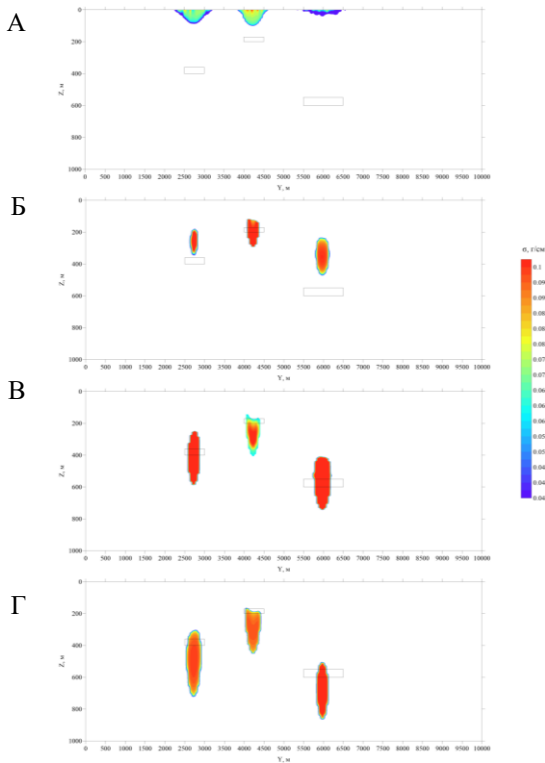


Рис. 4. Сравнение результатов подбора трехмерных плотностных моделей (глубинные срезы вдоль оси OX) при различных параметрах степени возрастания коэффициента α с глубиной: А) $\alpha = \text{const}$; Б) $\alpha \sim z$; В) $\alpha \sim z^{1.5}$; Г) $\alpha \sim z^2$

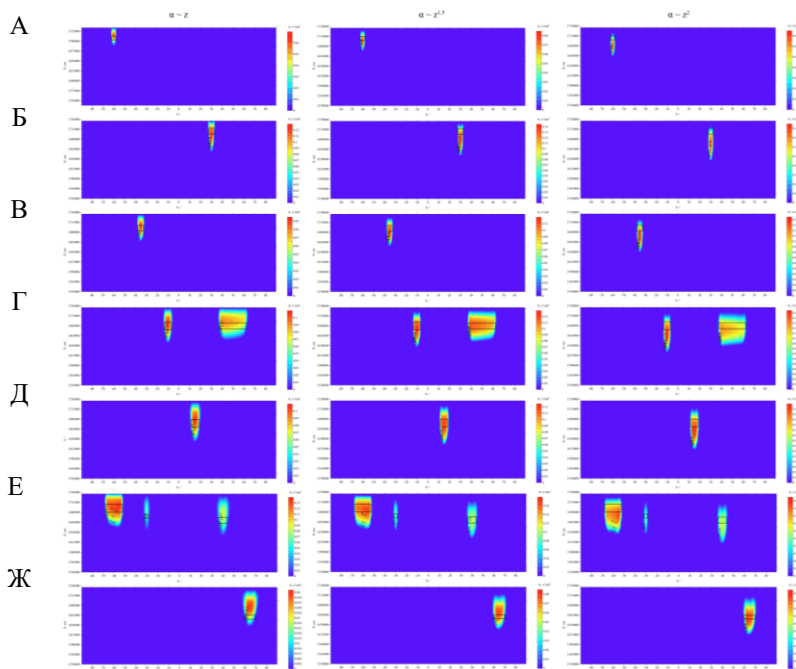


Рис. 5. Глубинные срезы по подобранным сферическим моделям. Срезы проходят через неоднородности: А) 1; Б) 7; В) 2; Г) 3 и 9; Д) 4; Е) 8, 10 и 5; Ж) 6

По результатам, приведенным в Главе 3 сформулировано третье защищаемое положение:

– Методика подбора сеточной плотностной модели, в основе которой лежит использование скорости градиентного спуска, зависящей от глубины как степенная функция.

Глава 4. Построение плотностных моделей для областей лунных масконов

Глава 4 содержит 3 раздела и посвящена применению разработанных в рамках научной работы подходов на реальных данных – аномалиях гравитационного поля Луны в редукции Буге.

В разделе 4.1 содержится обзор модели гравитационного поля Луны, полученной в ходе миссии GRAIL [Zuber et al., 2013]. Для дальнейших расчетов выбрана модель аномалий гравитационного поля в редукции Буге (рис. 6), разложенная на сферические гармоники до 900 порядка, которая подходит для построения гравитационного поля с детальностью до 0.2° .

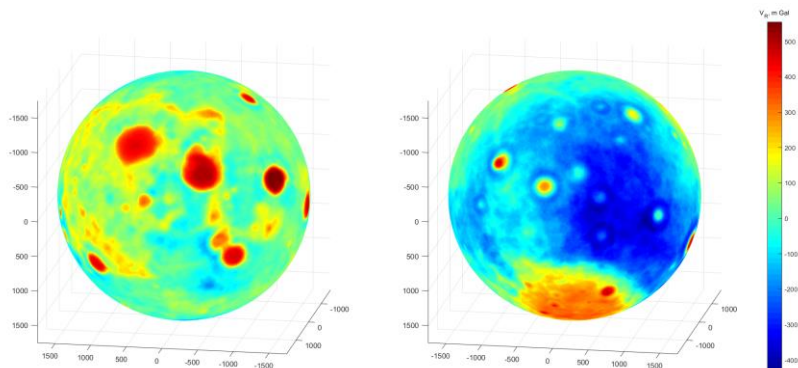


Рис. 6. Аномалии гравитационного поля Луны в редукции Буге на радиусе 1748 км. Слева – видимая сторона Луны, справа – обратная сторона Луны

На картах аномалий гравитационного поля Луны отчетливо выделяются крупные положительные аномалии, амплитуда которых достигает сотен мГал. На сегодняшний день наиболее распространенной является теория, предложенная Р. Болдуином [Baldwin, 1968] – масконы могли образоваться в результате ударов крупных космических тел о поверхность Луны, в результате которых в лунной коре создавались гигантские выемки. Расположенная ниже более плотная мантия выдавливала дно выемки, в результате чего под местом удара образовывался выступ мантии, который и создает положительную аномалию гравитационного поля.

В разделе 4.2 приводятся оценки глубин источников шести масконов, расположенных в пределах кратеров Гримальди (1), Бейс-Баллот (4) и Ридберг (6), а также лунных морей Кризисов (2), Гумбольдта (3) и Восточное (5) (рис. 7).

Оценки проводились как с учетом, так и без учета сферичности. Оценки глубин без учета сферичности превышают аналогичные оценки с учетом сферичности (табл. 1). Оценки глубины центра масс точечного источника с учетом сферичности варьируют от 100 до 196 км; оценки верхней кромки тонкого радиального стержня варьируют от 31 до 63, что согласуются с теоретическими представлениями об источниках лунных масконов.

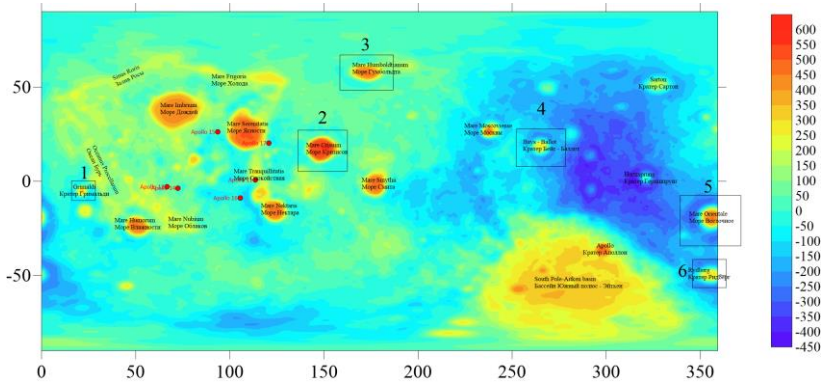


Рис. 7. Положение масконов на карте аномалий силы тяжести в редукции Буге, для которых выполнена оценка параметров источников методом интерактивного подбора

Таблица 1. Результаты подбора параметров точечного источника и тонкого вертикального (радиального) стержня по МХТ. Глубина отсчитывается от сферы радиуса 1738 км

Регион	Точечный источник				Тонкий стержень			
	Без учета сферичности		С учетом сферичности		Без учета сферичности		С учетом сферичности	
	Глубина, км	Масса, 10^{18} кг	Глубина, км	Масса, 10^{18} кг	Глубина верхней кромки, км	Линейная плотность, 10^{12} кг/м ²	Глубина верхней кромки, км	Линейная плотность, 10^{12} кг/м ²
Кратер Гримальди	109	0.68	100	0.62	48	2.76	31	1.88
Море Кризисов	261	5.77	184	2.83	115	9.78	59	5.06
Море Гумбольдта	235	3.98	177	2.33	104	7.51	45	3.21
Кратер Бейс-Баллот	142	1.53	137	1.40	63	4.76	47	4.00
Море Восточное	220	5.22	196	4.55	97	10.50	63	7.71
Кратер Ридберг	191	2.92	155	1.97	85	6.74	59	5.07

Далее источники выбранных аномалий аппроксимируются прямоугольной призмой (без учета сферичности) и тессероидом (с учетом сферичности) и для каждой призмы/тессероида проводится оценка глубины верхней кромки и ширины при фиксированном значении глубины нижней кромки (50 км относительно сферы радиуса 1748 км, на которой было задано поле, или 40 км относительно среднего радиуса Луны) и избыточной плотности (0.5 г/см^3). В случае не учета сферичности, как и ранее, оценки глубины получаются завышенными (табл. 2).

Таблица 1. Результаты подбора параметров прямоугольной призмы и тессероида. Глубина отсчитывается от сферы радиуса 1738 км

Регион	Глубина верхней кромки, км		Мощность, км		Ширина вдоль параллели ($\Delta\lambda$), км		Ширина вдоль меридиана ($\Delta\theta$), км	
	Плоск.	Сфер.	Плоск.	Сфер.	Плоск.	Сфер.	Плоск.	Сфер.
Кратер Гримальди	20	18	30	32	150	149	150	150
Море Кризисов	17	15	33	35	360	358	390	389
Море Гумбольдта	23	20	27	30	400	231	300	239
Кратер Бейс-Баллот	19	18	31	32	220	196	200	194
Море Восточное	10	5	40	45	310	311	330	330
Кратер Ридберг	20	15	30	35	320	238	250	210

В разделе 4.3 приводятся результаты автоматизированного подбора сеточной плотностной модели Луны целиком. Было подобрано две сеточные, отличающиеся глубинностью и детальностью по глубине. Первая модель (рис. 8) построена от поверхности до центра Луны с шагом 11 км, вторая модель (рис. 9) – до глубины 200 км с шагом 2 км. Обе модели разбиты вдоль долготы на 512 ячеек (шаг 0.7°) и 360 ячеек по широте (шаг 0.5°).

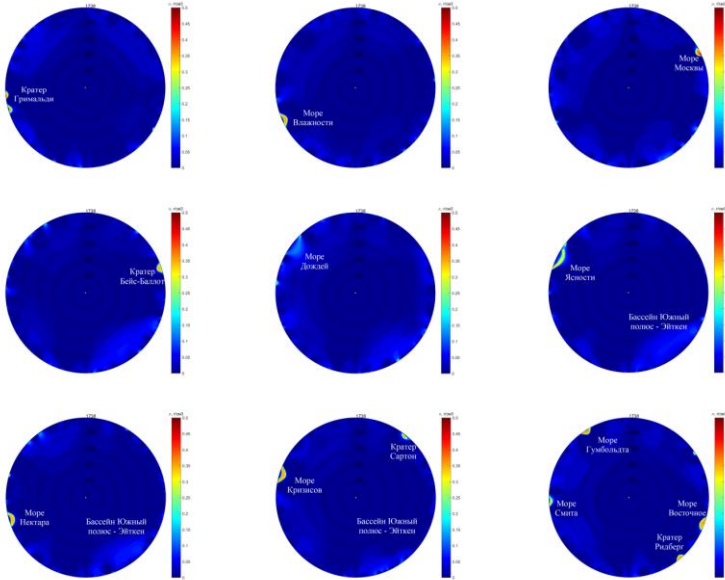


Рис. 8. Плотностные срезы вдоль меридиана до центра Луны, проходящие через основные аномальные зоны

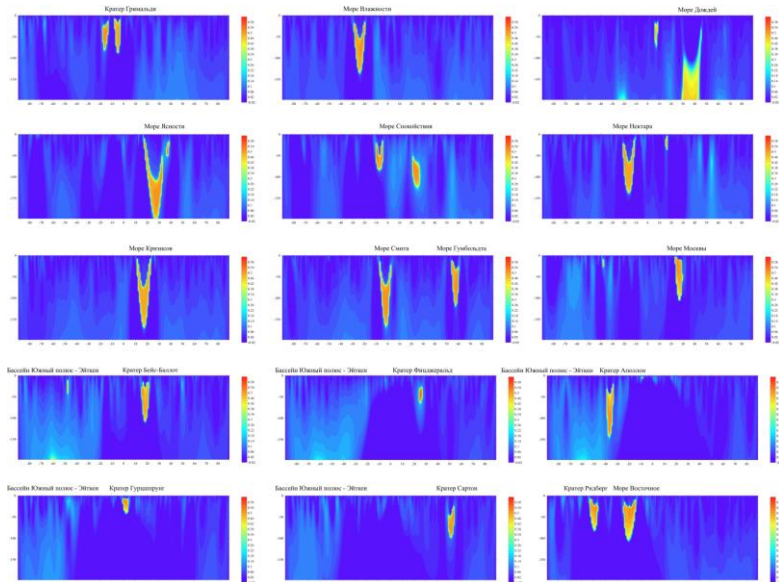


Рис. 9. Плотностные срезы до глубины 200 км вдоль меридианов, проходящих через основные аномальные зоны Луны

Несмотря на использование переменного шага градиентного спуска, наиболее контрастные неоднородности располагаются вблизи поверхности Луны, что полностью согласуется с теорией Болдуина, а также другими теориями, предполагающие расположение источников масконов вблизи поверхности.

Заключение

При решении прямых и обратных задач геофизики, как и во многих других отраслях, ключевую роль играет время. Минимизация временных затрат и автоматизация процесса плотностного моделирования – крайне актуальная задача современной гравиразведки. Данная задача актуальна как при решении задач в локальных, так и в региональных и глобальных масштабах. Однако полная автоматизация не может полностью заменить работу опытного интерпретатора геофизических данных, строящего плотностные модели не только исходя из минимизации расхождения между наблюдаемым полем и полем подобранной модели, но и основываясь на представлениях о возможной геологической ситуации и производственном опыте. В связи с этим, важным направлением исследований является создание аппарата и средств, позволяющих регулировать процедуру подбора плотностной модели, в частности, глубины залегания источников аномалий гравитационного поля.

В настоящей работе представлена теоретическая база решения прямой и обратной задачи гравиразведки на сфере для тел простой геометрической формы (точечный источник и радиальный стержень). Обратная задача в данном случае решается по аналогии с методом характерных точек, применяющемся при оценке параметров источников в декартовой системе координат, и позволяет производить первичную оценку параметров неоднородностей. Также выполнена оценка оптимального подхода к решению прямой задачи для сферической призмы, что в дальнейшем позволит снижать временные затраты как при решении прямой задачи для сеточных моделей, так и при решении обратной задачи в ручном или автоматическом режиме.

Кроме того, в рамках диссертационной работы разработан подход к включению глубоких ячеек в процедуру подбора модели при решении обратной задачи гравиразведки для сеточных моделей. Эффективность разработанного подхода не зависит от масштабов размеров исследуемой области и размерности пространства, в котором строятся плотностные модели.

Результаты диссертационной работы могут применяться при решении любых задач, требующих построения моделей распределения избыточных плотностей по наблюдаемому гравитационному полю. При решении гравиразведочных задач, подход к автоматизированному

решению обратных задач может применяться как для двумерного, так и трехмерного плоского и сферического плотностного моделирования.

С помощью разработанных подходов к решению обратных задач для простых и произвольных моделей построена сеточная плотностная модель Луны с разрешением 0.7° по долготе, 0.5° по широте и 11 км по глубине до центра Луны, а также более детальная модель верхней части Луны с тем же угловым разрешением и шагом по радиусу 2 км до глубины 200 км.

Полученные результаты могут использоваться в дальнейшем при решении научных и прикладных задач, связанных с изучением глубинного строения, как локальных участков, так и небесных тел в целом.

СПИСОК ОСНОВНЫХ РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Научные статьи, опубликованные в журналах Scopus, Web of Science (WoS), RSCI, а также в изданиях, рекомендованных для защиты в диссертационном совете МГУ по специальности:

1. Чепиго Л.С., Лыгин И.В., Булычев А.А. Прямая двумерная задача гравиразведки от многоугольника с параболической плотностью // Вестник Московского университета. Серия 4. Геология. 2019. № 4. С. 89–93. RSCI (0,31 п.л., авторский вклад 40%). Импакт-фактор РИНЦ: 0,38

2. Чепиго Л.С., Ткаченко Н.С., Лыгин И.В. Определение параметров точечного источника по гравитационному полю, заданному на сфере // Вестник Московского университета. Серия 4. Геология. 2019. № 2. С. 83–87. RSCI (0,31 п.л., авторский вклад 40%). Импакт-фактор РИНЦ: 0,38

3. Чепиго Л.С., Лыгин И.В., Булычев А.А. Решение обратной задачи гравиразведки с переменной скоростью градиентного спуска // Геофизические исследования, издательство ИФЗ РАН (М.) 2022, том 23, № 1, с. 5-19. RSCI (0,94 п.л., авторский вклад 40%). Импакт-фактор РИНЦ: 0,65

4. Лыгин И.В., Чепиго Л.С., Соколова Т.Б., Кузнецов К.М., Булычев А.А. Методика геоплотностного и геомагнитного интерактивного моделирования в зависимости от объема и состава априорной геолого-геофизической информации // Геофизика. 2022, № 6, с. 57-70. RSCI (0,88 п.л., авторский вклад 40%). Импакт-фактор РИНЦ: 0,37

Иные публикации:

5. Широкова Т.П., Лыгин И.В., Соколова Т.Б., Кузнецов К.М., **Чепиго Л.С.** Особенности плотностного моделирования в разных геологических ситуациях // в сборнике Вопросы теории и практики

геологической интерпретации геофизических полей: Сборник научных трудов, 2019, серия 1, место издания ГИ Уро РАН, ПГНИУ Пермь, том 46, с. 379-384

6. Чепиго Л.С., Ткаченко Н.С., Лыгин И.В. Определение положения и массы точечного источника гравитационного поля с учетом сферичности // в сборнике Вопросы теории и практики геологической интерпретации геофизических полей: Сборник научных трудов, 2019, серия 1, место издания ГИ Уро РАН, ПГНИУ Пермь, том 46, с. 368-369

7. Чепиго Л.С., Лыгин И.В., Булычев А.А. Решение обратной задачи гравиразведки для плотностного грида // в сборнике Вопросы теории и практики геологической интерпретации геофизических полей. Материалы 47-ой сессии Международного научного семинара Д.Г. Успенского- В.Н. Страхова, 2020, место издания Издательско-полиграфический центр "Научная книга" Воронеж, с. 294-297

8. Чепиго Л.С., Лыгин И.В. Коррекция глубинно-скоростной модели на основе сейсмогравитационного моделирования // в сборнике Труды IV Международной геолого-геофизической конференции и выставки "ГеоЕвразия-2021. Геологоразведка в современных реалиях", 2021, место издания ООО "ПолиПРЕСС" Тверь, том 2, с. 156-158

9. Лыгин И. В., Пышнюк У. С., **Чепиго Л. С.,** Ткаченко Н.С. Вариации гравитационного поля и особенности тектонического строения Каспийского региона // в сборнике Труды IV Международной геолого-геофизической конференции и выставки «ГеоЕвразия-2021. Геологоразведка в современных реалиях», 2021, место издания ООО «ПолиПРЕСС» Тверь, том 1, с. 315-318

10. Филиппович А.В., Золотая Л.А., Коснырева М.В., Правикова Н.В., **Чепиго Л.С.** Комплексная интерпретация геолого-геофизических материалов в области сочленения равнинного и горного кряма // в сборнике Труды V Международной геолого-геофизической конференции «ГеоЕвразия-2022. Геологоразведочные технологии: наука и бизнес», 2022, место издания ООО «ПолиПРЕСС» Тверь, том 1, с. 82-85

11. Лыгин И.В., **Чепиго Л.С.,** Кузнецов К.М., Булычев А.А. Инструменты учета априорной геолого-геофизической информации при интерактивном плотностном моделировании // в сборнике Вопросы теории и практики геологической интерпретации геофизических полей. Материалы 48-й сессии Международного научного семинара им. Д.Г. Успенского – В.Н. Страхова. Сборник научных трудов, 2022, место издания Издательство ВСЕГЕИ Санкт-Петербург, с. 151-154

12. Чепиго Л.С., Лыгин И.В., Соколова Т.Б., Кузнецов К.М., Булычев А.А., Арутюнян Д.А. Учет априорной геолого-геофизической информации при решении обратной задачи

гравиразведки и магниторазведки // в сборнике Труды VI Международной геолого-геофизической конференции «ГеоЕвразия-2023. Геологоразведочные технологии: наука и бизнес», Том I (III), 2023, место издания ООО «ПолиПРЕСС», том 1, с. 105-107

13. Лыгин И.В., **Чепиго Л.С.**, Соколова Т.Б., Кузнецов К.М., Булычев А.А. Систематизация подходов создания оптимальных геологических решений при интерактивном геоплотностном и геомагнитном моделировании // в сборнике Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей: Материалы 49-й сессии Международного семинара им. Д.Г. Успенского - В.Н. Страхова, 2023, место издания ИГФ УрО РАН Екатеринбург, с. 206-210.

Свидетельства о регистрации программ для ЭВМ:

1. Чепиго Л.С., Булычев А.А. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2018619677 TG2Dlg 9 августа 2018.

2. Чепиго Л.С. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2019662512 GravInv2D, 25 сентября 2019.

3. Чепиго Л.С. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2020615095 GravInv3D, 14 мая 2020.

4. Чепиго Л.С., Кузнецов К.М. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № GravInv Global, 14 мая 2020.

5. Чепиго Л.С. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2022610137 GravMagInv, 10 января 2022.

6. Чепиго Л.С. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2022611050 GravInv, 19 января 2022.