МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

На правах рукописи

Антюфеев Григорий Валерьевич

Оценки длин минимальных тестов для аргументов функций при подстановке констант, алгебраических операциях и сдвигах

Специальность 1.2.3 — теоретическая информатика, кибернетика

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Москва — 2024

Диссертация подготовлена в ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова» на кафедре математической кибернетики факультета Вычислительной математики и кибернетики

Научный руководитель:	**Романов Дмитрий Сергеевич**, доктор физико-математических наук, доцент.
Официальные оппоненты:	**Аблаев Фарид Мансурович**, доктор физико-математических наук, профессор, член-корреспондент Академии наук Республики Татарстан, Казанский (Приволжский) федеральный университет, Институт вычислительной математики и информационных технологий, кафедра Теоретической кибернетики отделения фундаментальной информатики и информационных технологий, заведующий кафедрой. **Гасанов Эльяр Эльдарович**, доктор физико-математических наук, профессор, Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, Механико-математический факультет, кафедра Математической теории интеллектуальных систем, заведующий кафедрой. **Попков Кирилл Андреевич**, доктор физико-математических наук, Институт прикладной математики имени М. В. Келдыша РАН, сектор № 3 (теоретическая кибернетика) отдел № 4 (математический), старший научный сотрудник.

Защита диссертации состоится 18 декабря 2024 года в 16 час. 45 мин. на заседании диссертационного совета МГУ.012.3 ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова» по адресу: Российская Федерация, 119234, Москва, ГСП-1, Ленинские горы, д. 1, МГУ имени М. В. Ломоносова, Механико-математический факультет, аудитория 1408.

E-mail: `vasenin@msu.ru`.

С диссертацией можно ознакомиться в Фундаментальной библиотеке ФГБОУ ВО МГУ имени М. В. Ломоносова, по адресу: Москва, Ломоносовский проспект, д. 27) и на портале: `https://dissovet.msu.ru/dissertation/3103`.

Автореферат разослан «   »   2024 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета МГУ.012.3
кандидат физико-математических наук   Галатенко Алексей Владимирович

Общая характеристика работы

Актуальность темы. Диссертация относится к теории тестов (теории контроля управляющих систем), которая является частью математической теории управляющих систем. Темой исследования, результаты которого представлены в диссертации, является получение новых оценок функции Шеннона длин диагностических и проверяющих тестов для функций относительно различных источников неисправностей. Фунция Шеннона определяет размер минимального теста для самой труднотестируемой булевой функции. На практике результаты диссертации могут быть использованы, например, для тестирования микросхем, которые являются базовым компонентом любого современного электронного устройства. По теории тестов написано большое количество работ, основные из которых приводятся ниже.

В диссертации рассматриваются управляющие системы без учёта внутренней структуры. В таком случае говорят, что *источник неисправностей действует на аргументы функции (на входы схем)*. Приведём основные результаты теории тестов для аргументов функций. Речь будет идти о функциях, которые зависят от n аргументов.

Функция неисправности — это функция, получающаяся из исходной при возникновении неисправности. Множество наборов значений аргументов функции является *проверяющим тестом* тогда и только тогда, когда по значениям функции на этих наборах можно с точностью до равенства функций определить наличие неисправности, которая приводит к иному функционированию. Множество наборов значений аргументов функции является *диагностическим тестом* тогда и только тогда, когда по значениям функции на этих наборах можно с точностью до равенства функций определить точный вид функции неисправности. Количество наборов в тесте называется *длиной* теста. Интерес представляет минимально возможное число воздействий на исследуемую систему — это *тесты минимальной* длины. Более того, если управляющая система описывается функцией, зависящей от n переменных, то встаёт вопрос о том, насколько вообще бо́льшим может быть минимальное число требуемых воздействий, если рассматривать всевозможные функции от n переменных, и как это число зависит от количества переменных. Такая зависимость получила название *функция Шеннона длины теста*. Неисправности одного и того же типа отличаются значением какого-то параметра, например, выбором количества аргументов, значения которых изменяются. Естественно рассматривать следующие случаи. Когда неисправность одна (или однократная), то используют термины *единичная неисправность* и *единичный тест*. Если же неисправностей может быть произвольное количество, то иногда используют термин *полный тест*.

Одними из первых исследуемых неисправностей были *константные неисправности*. Несмотря на то что константные неисправности для контактных схем были введены в работе С. В. Яблонского и И. А. Чегис в 1955 году[1], данный тип неисправностей для входов схем впервые исследуется в работе К. Д. Вайса только в 1972 году[2]. Он рассматривает число переменных $n \geqslant 5$ и получает верхнюю оценку для функции Шеннона длины полного проверяющего теста, равную $2n-4$. Далее, через три года В. Н. Носков доказывает[3], что при $t \geqslant 7$ эта функция Шеннона равна:

$$\begin{cases} 2n-2t+1, \text{ если } n = 2^{t-1}+t, \\ 2n-2t, \text{ если } 2^{t-1}+t < n \leqslant 2^t+t. \end{cases}$$

[1] Яблонский С. В., Чегис И. А. О тестах для электрических схем // Успехи матем. наук. — 1955. — Т. 10, вып. 4(66). — С. 182–184.

[2] Weiss C. D. Bound of the length of terminal stuck-fault tests // IEEE Transactions on Computers. — 1972. — Vol. C-21, No. 3. — Pp. 305–309.

[3] Носков В. Н. О сложности тестов, контролирующих работу входов логических схем // Дискретный анализ. — Вып. 27. — Новосибирск: ИМ СО АН СССР, 1975. — С. 23–51.

Более того, В. Н. Носков показывает, что данная функция равна функции Шеннона для единичного проверяющего теста. Результат В. Н. Носкова был частично повторён, когда фактически в 1976 году (сноска в работе[4] о получении рукописи) Куль Д. Г. и Редди С. М. получают аналогичную нижнюю оценку. В 1982 году Погосян Г. Р.[5] показал, что результат можно обобщить до k-значных функций, и получил, что для любых $n \geqslant 1$ и $k \geqslant 2$ точное значение функции Шеннона следующее:

$$\begin{cases} 2n - 2t + 1, \text{ если } n = k^{t-1} + t, \\ 2n - 2t, \text{ если } k^{t-1} + t < n \leqslant k^t + t. \end{cases}$$

Носков В. Н. и Карповски М. с разных сторон подошли к изучению тестов для почти всех булевых функций. Носков В. Н. в ранее упоминавшейся статье 1975 года[3] доказал, что для почти всех функций существует единичный проверяющий тест длины 3, и установил линейность порядка длины минимального полного проверяющего теста. Карповски М. же ввёл понятие универсального теста[6], то есть такого множества наборов, который является тестом для почти всех функций одновременно. Он показал, что для единичных константных неисправностей длина минимального универсального теста асимптотически равна двум двоичным логарифмам от числа переменных. Говоря про универсальность, стоит упомянуть результаты Носкова В. Н. и Нурмеева Н. Н., касающиеся уже́ диагностических тестов относительно любого преобразования (то есть не только константного) на не более чем k входах. Носков В. Н. показал, что в этом случае для почти всех булевых функций при постоянном k существует тест логарифмической длины от числа переменных[7], а Нурмеев Н. Н. — что при случайном выборе двоичных наборов, которые образуют множество, мощность которого есть логарифм по n, почти всегда получается диагностический тест[8].

В 1978 году Носков В. Н. рассматривает единичные неисправности[9] и получает точное значение для функции Шеннона длины теста, равное $2n$, и показывает, что почти для всех функций длина минимального теста асимптотически равна[10] $\log n$. В работе[11] Носков В. Н. получил оценки функции Шеннона для длины полного диагностического теста: верхняя оценка меньше либо равна $4(n+1)^3 \cdot 2^{0,773n}$, нижняя оценка больше либо равна $2^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} - 1$. В 2016 году независимо появились два улучшения этой оценки. Автор настоящей диссертации улучшил оценку до величины, асимптотически равной $2^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor + 1}$ [4, 5] (теорема 2 настоящей диссертации). Попков К. А. получил[12], что при чётном n оценка будет $2^{n/2}$, а при нечётном n оценка будет $\left\lfloor \frac{2\sqrt{2}}{3} \cdot 2^{n/2} \right\rfloor$.

Ещё один из подходов к изучению константных неисправностей, рассмотрение однотипных константных неисправностей, подразумевает, что аргументы функции могут заменяться значением только одной заранее

[4]Kuhl J. G., Reddy S. M. On the detection of terminal stuck-faults. // IEEE Transactions on Computers. — 1978. — Vol. C-27. — Pp. 467-469.

[5]Погосян Г. Р. О проверяющих тестах для логических схем. — М.: ВЦ АН СССР, 1982. — 57 с.

[6]Karpovsky M. Universal tests for detection of input/output stuck-at and bridging faults. // IEEE Transactions on Computers. — 1983. — Vol. 32, Iss. 12. — Pp. 1194–1198.

[7]Носков В. Н. Об универсальных тестах для диагностики одного класса неисправностей комбинационных схем // Методы дискретного анализа в решении экстремальных задач. — Вып. 33. — Новосибирск: ИМ СО АН СССР, 1979. — С. 41–52.

[8]Нурмеев Н. Н. Об универсальных диагностических тестах для одного класса неисправностей комбинационных схем // Вероятностные методы и кибернетика. — Вып. 18. — Казань: Изд-во КазГУ, 1982. — С. 73–76.

[9]Носков В. Н. О длинах минимальных единичных диагностических тестов, контролирующих работу входов логических схем // Методы дискретного анализа в синтезе управляющих систем. — Вып. 32. — Новосибирск: ИМ СО АН СССР, 1978. — С. 40–51.

[10]Основание логарифма, равное двум, иногда опускается: $\log_2 n = \log n$.

[11]Носков В. Н. Диагностические тесты для входов логических устройств // Дискретный анализ. — Вып. 26. — Новосибирск: ИМ СО АН СССР, 1974. — С. 72–83.

[12]Попков К. А. Нижние оценки длин полных диагностических тестов для схем и входов схем // Прикладная дискретная математика. — 2016. — № 4(34). — С. 65–73.

выбранной константы. В этом направлении Попковым К. А. в 2016 году[12] [13] получена нижняя оценка функции Шеннона длины полного диагностического теста:

$$\frac{2^{n/2} \cdot \sqrt[4]{n}}{2\sqrt{n+0,5\log_2 n+2}}.$$

Морозов Е. В. рассмотрел следующее обобщение константных неисправностей, разделив аргументы булевой функции на вытесняемые и вытесняющие. Источник неисправностей подставляет вместо вытесняемых переменных произвольные функции, которые зависят только от вытесняющих переменных. Морозов Е. В. оценил[14] поведение функции Шеннона длины полного проверяющего теста относительно такого источника как $2n - \log n \cdot (1 + o(1))$ и показал, что функция Шеннона длины диагностического теста асимптотически равна 2^n.

От константных перейдём к другому типу классических неисправностей — инверсным. В уже упоминавшейся работе[5] Погосян Г. Р., помимо константных неисправностей, рассматривает инверсные неисправности, которые заключаются в том, что значения аргументов функции могут быть инвертированы. Погосян Г. Р. устанавливает, что функция Шеннона длины проверяющего теста для случая единичных неисправностей равна $n - t$, где t определяется из равенства $2^{t-1} + t \leqslant n \leqslant 2^t + t$, а для произвольного числа инверсий лежит в пределах от $n - 1$ до n. Для полноты картины заметим: несложно видеть, что функция Шеннона полного диагностического теста равна $2^n - 1$. Нижняя оценка, например, фактически установлена в работе Беджановой С. Р.[15]

Один из подходов к изучению различного типа неисправностей заключается в рассмотрении наиболее общих неисправностей и в последующем переходе к частным случаям. По такому пути пошёл Романов Д. С., распространив методику Погосяна Г. Р. для получения верхних оценок. В работе «О тестах относительно перестановок переменных в булевых функциях»[16] им была рассмотрена группа биекций относительно операции композиции на множестве всех возможных двоичных наборов длины n. Каждая биекция описывает неисправность следующим образом: каждый набор значений аргументов функции, на которую действует источник неисправностей, заменяется на соответствующий набор относительно выбранной биекции. Романов Д. С. показал, что функция Шеннона длины проверяющего теста относительного такого источника неисправностей ограничена сверху логарифмом от числа элементов группы. Отсюда, а также используя нижнюю оценку из работы[17], Романов Д. С. получает, что порядок роста функции Шеннона длины полного проверяющего теста относительно произвольных перестановок, а также перестановок и отрицаний переменных булевой функции равен $n \log n$. В той же работе для функций Шеннона длины диагностического теста относительно перестановок переменных получены следующие асимптотические оценки: для полного теста оценка 2^n, для теста относительно единичных транспозиций $\frac{n^2}{2}$. Лопунов М. А.[18] исследует функцию Шеннона длины проверяющего теста относительно перестановок любых k подряд идущих переменных функции и получает порядок её роста $n \log k$.

[13] Попков К. А. Нижние оценки длин полных диагностических тестов для схем и входов схем. — Препринт № 60 ИПМ им. М. В. Келдыша РАН. — М.: ИПМ им. М. В. Келдыша РАН, 2016. — 12 с.

[14] Морозов Е. В. О полных тестах относительно вытесняющих неисправностей входов схем // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1. Матем. Мех. — 2015. — № 1. — С. 55–59.

[15] Беджанова С. Р. О минимальных тестах для схем, реализующих дизъюнкцию // Дискретн. анализ и исслед. опер. — 2008. — Т. 15, № 2. — С. 3–11.

[16] Романов Д. С. О тестах относительно перестановок переменных в булевых функциях // Прикладная математика и информатика. — Вып. 41. — М.: МАКС Пресс, 2012. — С. 113–121.

[17] Глазунов Н. И., Горяшко А. П. Об оценках длин обнаруживающих тестов для классов неконстантных неисправностей входов комбинационных схем // Изв. АН СССР. Сер. «Техническая кибернетика». — 1986. № 3. С. 197-200.

[18] Лопунов М. А. О проверяющих тестах относительно локальных перестановок входов схем // Интеллектуальные системы. Теория и приложения — 2021. — Т. 25, Вып. 4. — С. 153–156.

Автор диссертации рассматривает в своей работе источники неисправностей, которые действуют на аргументы в соответствии с алгебраическими операциями на выбранном кольце. По аналогии с понятием «легкотестируемости», используемым Бородиной Ю. В.[19], автор настоящей диссертации вводит понятие *легкотестируемых* функций, то есть функций, порядок длины диагностических тестов которых равен логарифму от числа функций неисправности.[20] В работе [1] он описывает (теорема 11 и следствие 7 настоящей диссертации) легкотестируемые функции относительно сдвигов аргументов (с одновременной подстановкой *фиксированных* значений вместо сдвинутых аргументов).

Оценки функции Шеннона относительно сдвигов аргументов функции при подстановке *произвольных* значений вместо сдвинутых аргументов получены автором настоящей диссертации в [4]: точная оценка 2 для проверяющего теста и порядок роста $2^{n/2}$ для диагностического теста (теорема 7 и теорема 8 диссертации). Далее в 2019 году в работе [2] автор настоящей диссертации (теорема 10 диссертации) показал линейность функции Шеннона длины диагностического теста относительно сдвигов аргументов функции при замещении сдвинутых аргументов заранее выбранными фиксированными значениями. Циклические сдвиги аргументов функций изучаются в работе Курбацкой В. К.[21]. Разбив переменные булевой функции на p непересекающихся подмножеств, Курбацкая В. К. получает следующие результаты. Функция Шеннона длины диагностического теста относительно циклического сдвига аргументов в подмножествах равна произведению мощностей подмножеств минус один. Также Курбацкая В. К. исследует смешанный источник неисправностей, в котором помимо циклических сдвигов в подмножествах переменных происходит однотипная единичная константная неисправность. Для такого источника неисправностей функция Шеннона длины диагностического теста линейна. Если рассматривать аргументы без разбиения на подмножества, то функция Шеннона длины проверяющего теста относительно циклического сдвига аргументов функции при единичной однотипной константной неисправности больше либо равна n. Причём доля тех функций, для которых верхняя оценка аналогична, стремится к единице.

Ряд результатов, посвящённых проверяющим тестам относительно различных смешанных источников неисправностей, присутствует в диссертации Погосяна Г. Р.[22], а также сведён в книгу «Теория тестирования логических устройств»[23]. Показано равенство функций Шеннона длины полного проверяющего теста для константных неисправностей и для них же при единичной инверсной неисправности для $n \geqslant 1$. Также при $n \geqslant 1$ для функции Шеннона полного теста при константных неисправностях и инверсных неисправностях получена точная нижняя оценка, равная функции Шеннона длины полного теста для константных неисправностей, и верхняя, равная $2n$.

Следующие результаты из работы «Теория тестирования логических устройств»[23] касаются в том числе и неисправностей типа слипания, при которых переменные делятся на множества и вместо переменных каждого множества подставляется максимальное (дизъюнктивные слипания) или минимальное (конъюнктивные слипания) значение переменных соответствующего множества. Далее в этом абзаце речь идёт о $n \geqslant 2$. Показаны следующие оценки функции Шеннона длины тестов для одновременного воздействия константных неисправностей и дизъюнктивных слипаний в k-значном случае и функции Шеннона длины тестов для одновременного воздействия константных неисправностей, дизъюнктивных слипаний и единичной инверсной неисправности в 2-значном случае: нижняя оценка равна функции

[19] Бородина Ю. В. Синтез легкотестируемых схем при константных неисправностях на выходах элементов : Дисс. ... к. ф.-м. н. : 01.01.09 / Бородина Юлия Владиславовна. — М.: МГУ, 2008. — 74 с.

[20] Заметим, что точная нижняя оценка длины диагностического теста для любого источника неисправностей равна целой части сверху от логарифма от числа попарно различных функций неисправности, включая исходную функцию.

[21] Курбацкая В. К. О тестах относительно некоторых типов неисправностей на входах схем // Вестник Московского университета. Серия 15. Вычислительная математика и кибернетика. — 2019. — № 3. — С. 29–35.

[22] Погосян Г. Р. О сложности проверяющих тестов для логических устройств : Дисс. ... к. ф.-м. н. : 01.01.09 / Погосян Грант Рафикович. — М.: ВЦ РАН, 1982. — 73 с.

[23] Кудрявцев В. Б., Гасанов Э. Э., Долотова О. А., Погосян Г. Р. Теория тестирования логических устройств. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. — 160 с.

Шеннона длины полного проверяющего теста для константных неисправностей при соответствующем k, а верхняя меньше либо равна $2n$. Для случая единичной инверсной неисправности и дизъюнктивных слипаний получена точная оценка функции Шеннона в диапазоне от $n-1$ до n, которая впоследствии уточнена Икрамовым А. А.[24] до точной оценки, равной n, и, более того, показано, что оценка сохраняется, когда слипания не дизъюнктивные, а конъюнктивные.

Неисправности типа слипания (без смешивания с другими неисправностями) также были рассмотрены в работе «О сложности тестирования логических устройств на некоторые типы неисправностей»[24] Икрамова А. А. Он получил, что функция Шеннона длины проверяющего теста при одновременно конъюнктивных и дизъюнктивных слипаниях равна $2(n-1)$. Заметим, что до этого для дизъюнктивных слипаний Погосяном Г. Р.[5] было получено точное значение $n-1$.

Порядок роста нижней оценки функции Шеннона длины единичного диагностического теста $\frac{2^n}{\sqrt{n}}$ при дизъюнктивных слипаниях установлен Морозовым Е. В.[25]. Им же получены оценки для следующих типов слипаний[25] [26] [27]. Оценки для функции Шеннона длин полных проверяющих тестов: при линейных слипаниях функция Шеннона асимптотически равна $0,5n^2$, при монотонных симметрических слипаниях нижняя оценка $2n$ и верхняя оценка квадратична по порядку. Оценки для функции Шеннона длин полных диагностических тестов: при линейных слипаниях оценка равна n^2, при существенных линейных слипаниях верхняя асимптотическая оценка равна $2^{0,773n}$, при монотонных симметрических слипаниях точное значение равно 2^n. При $2 \leqslant k \leqslant n$ и $t = 2^{2^k}$ Романов Д. С. и Кузнецов И. А. установили[28] оценки функции Шеннона длины единичного проверяющего теста относительно локальных k-местных слипаний: нижняя $2^{k-1}(n-k+2)$, верхняя $(2^{k-1}+1)\cdot(n-k+1)+2^k\left\lceil\frac{n-k+1}{k}\right\rceil$. Для диагностического теста при $n \to \infty$, $k = k(n) \to \infty$ и $2 \leqslant k \leqslant n$ Романов Д. С. получил[29] асимптотическое поведение равное $2^k(n-k+1)$.

Актуальность исследуемых автором настоящей диссертации источников неисправностей подчёркивается также тем, что такие источники могут служить моделями для следующих практических задач. Константные неисправности, исследуемые в первой главе настоящей диссертации, являются моделью замыканий на землю или питание, возникающих на этапе производства сверхбольших интегральных схем. Мультипликативные источники неисправностей, которым посвящена вторая глава, могут выступать в качестве модели для задач мутационного тестирования. В третьей главе диссертации речь идёт о сдвиговых неисправностях, которые могут моделировать ошибки, возникающие на этапе тестирования изготовленных микроэлектронных устройств. Актуальность изучения тестов относительно каких-то конкретных источников неисправностей обусловлена тем, что псевдослучайных тестов недостаточно, чтобы получить приемлемое тестовое покрытие при промышленном производстве чипов[30].

---

[24] Икрамов А. А. О сложности тестирования логических устройств на некоторые типы неисправностей // Интеллектуальные системы. — 2013. — Т. 17, № 1–4. — С. 311–313.

[25] Морозов Е. В. О тестах относительно множественных монотонных симметрических слипаний переменных в булевых функциях // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 15. Вычисл. матем. и киберн. — 2014. — № 4. — С. 20–27.

[26] Морозов Е. В. О единичных диагностических тестах относительно слипаний переменных в булевых функциях // Прикладная математика и информатика. — М.: МАКС Пресс, 2013. — № 44. — С. 103–113.

[27] Морозов Е. В. О тестах относительно множественных линейных слипаниях переменных в булевых функциях // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 15. Вычисл. матем. и киберн. — 2014. — № 1. — С. 22–25.

[28] Кузнецов И. А., Романов Д. С. О полных проверяющих тестах относительно локальных слипаний переменных в булевых функциях // Ученые записки Казанского университета. Серия Физико-математические науки. — 2009. — Т. 151, кн. 2. — С. 90–97.

[29] Романов Д. С. О диагностических тестах относительно локальных слипаний переменных в булевых функциях // Прикладная математика и информатика. — Вып. 36. — М.: МАКС Пресс, 2010. — С. 91–98. (Перевод: Romanov D. S. Diagnostic tests for local coalescences of variables in Boolean functions // Computational Mathematics and Modeling. — 2012. — Vol. 23, Iss. 1. — Pp. 72–79.)

[30] Scheffer L., Lavagno L., Martin G. Electronic Design Automation for Integrated Circuits Handbook. — Boca Raton : Taylor & Francis Group, LLC, 2006. — 511 p.

Цель и задачи диссертации. Целью диссертации является получение оценок функций Шеннона длин диагностических и проверяющих тестов для аргументов функций относительно неисправностей некоторых типов.

Для достижения этой цели были поставлены следующие задачи:

- получение оценок функций Шеннона длин диагностических тестов относительно константных неисправностей и локальных константных k-кратных неисправностей аргументов булевых функций;
- получение оценок функций Шеннона длин проверяющих тестов относительно локальных константных k-кратных неисправностей аргументов булевых функций;
- получение оценок функций Шеннона длин диагностических и проверяющих тестов относительно сдвигов аргументов булевых функций;
- выделение некоторых классов легкотестируемых функций относительно источников неисправностей специального вида;
- получение оценок функций Шеннона длин диагностических тестов относительно источников неисправностей над некоторыми кольцами;
- получение оценок функций Шеннона длин диагностических тестов относительно сдвигов аргументов булевых функций на k позиций и относительно сдвигов аргументов булевых функций с фиксированным замещающим набором.

Научная новизна. Все результаты диссертации являются новыми и получены автором диссертации самостоятельно. Повышена нижняя оценка функции Шеннона длины полного минимального диагностического теста относительно константных неисправностей на входах схем. Получен ряд результатов для ранее не рассматриваемых источников неисправностей на входах схем и для некоторых их модификаций: локальных k-кратных константных, сдвиговых, мультипликативных.

Теоретическая и практическая значимость. Работа имеет теоретический характер. Результаты могут применяться в дальнейших теоретических исследованиях в области теории надёжности и контроля схем. Автором предложен метод для получения оценок длин тестов легкотестируемых функций, который может использоваться для изучения ранее не исследованных типов неисправностей. Практическая значимость работы обусловлена тем, что теория тестов является теоретической базой для тестирования цифровых устройств.

Методология и методы исследования. Исследования основываются на комбинаторно-логическом подходе[23]. Для получения нижних оценок функции Шеннона относительно различных источников неисправностей подбираются булевы функции, на которых достигаются эти оценки. Например, для получения нижней оценки функции Шеннона длины проверяющего теста относительно локальных константных k-кратных неисправностей (теорема 4 настоящей диссертации) используется функция мультиплексорного типа. В некоторых результатах верхние оценки функции Шеннона получаются путём подсчёта функций неисправности с помощью перечислительной комбинаторики. Для доказательства теоремы 10 используется комбинаторика слов. Для описания легкотестируемых функций в теореме 6 и теореме 11 используется общая алгебра, доказательства теорем проводятся по индукции.

Степень достоверности. Достоверность полученных автором результатов обеспечивается строгими математическими выкладками и доказательствами, апробацией на конференциях и семинарах, а также публикациями в рецензируемых научных журналах. Все результаты, выносимые автором на защиту, получены им лично. Результаты других авторов, используемые в диссертации, отмечены соответствующими ссылками.

Апробация результатов работы. Результаты исследований докладывались на следующих международных и российских научных конференциях и семинарах:

- Конференция молодых специалистов «ОАО НИИ ВК имени М.А. Карцева» (Москва, 4 декабря 2012 г.);
- IX Международная конференция «Дискретные модели в теории управляющих систем» (Москва и Подмосковье, 20-22 мая 2015 г.);
- X Международная конференция «Дискретные модели в теории управляющих систем» (Москва и Подмосковье, 23-25 мая 2018 г.);
- XI Международная конференция «Дискретные модели в теории управляющих систем» (Москва и Подмосковье, 26-29 мая 2023 г.);
- XI Международный семинар «Дискретная математика и ее приложения», посвящённый 80-летию со дня рождения академика О. Б. Лупанова (Москва, 18–23 июня 2012 г.);
- семинар «Теория управляющих систем и математические модели СБИС», проводимый на кафедре математической кибернетики факультета вычислительной математики и кибернетики МГУ имени М. В. Ломоносова (Москва, 19 апреля 2013 г.);
- семинар «Дискретная математика и математическая кибернетика», проводимый на кафедре математической кибернетики факультета вычислительной математики и кибернетики МГУ имени М. В. Ломоносова (Москва, 23 мая 2014 г.);
- спецсеминар «Синтез управляющих систем», проводимый на кафедре дискретной математики механико-математического факультета МГУ имени М. В. Ломоносова (Москва, 24 марта 2022 г.);
- научно-исследовательский семинар «Математические вопросы кибернетики», проводимый совместно кафедрами дискретной математики и математической теории интеллектуальных систем механико-математического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова и кафедрой математической кибернетики факультета вычислительной математики и кибернетики МГУ имени М. В. Ломоносова (Москва, 17 мая 2024 г.).

Соответствие диссертации паспорту научной специальности. Содержание диссертации соответствует паспорту специальности 1.2.3 – «Теоретическая информатика, кибернетика» (физико-математические науки). Полученные в ней результаты соотносятся с направлениями исследований: «3. Теория сложности алгоритмов и вычислений (физико-математические науки)» и «5. Теория автоматов (физико-математические науки)» указанного паспорта специальности.

Публикации. Результаты, выносимые на защиту, представлены в работах [1–5]. Работы [1–4] изданы в рецензируемых научных изданиях, определенных п. 2.3 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М. В. Ломоносова.

Структура и объём диссертации. Диссертация состоит из введения, разделённого на четыре части, основного содержания, состоящего из трёх глав, заключения и списка литературы. Текст изложен на 97 страницах, включая 3 таблицы. Список литературы включает 64 наименования.

Положения, выносимые на защиту

1. Оценки функции Шеннона длины диагностического теста относительно локальных k-кратных константных неисправностей.

2. Асимптотически оптимальные при некоторых ограничениях на n и k оценки функции Шеннона длины проверяющего теста относительно локальных k-кратных константных неисправностей.

3. Оптимальная по порядку роста нижняя оценка функции Шеннона длины диагностического теста относительно мультипликативного источника неисправностей над специальным кольцом, порядок которого есть степень двойки.

4. Утверждение о связи между отделимостью таблиц неисправностей функции относительно всех мультипликативных источников неисправностей с аддитивными элементами над кольцом вычетов по модулю 2^n и длинами минимальных диагностических тестов для этой функции.

5. Утверждение о точном значении функции Шеннона длины проверяющего теста относительно произвольных сдвигов аргументов.

6. Утверждения об оптимальных по порядку роста оценках функции Шеннона длины диагностического теста относительно произвольных сдвигов аргументов.

7. Утверждение об отличающихся не более чем на 1 оценках функции Шеннона длины диагностического теста относительно произвольных сдвигов аргументов на k позиций влево.

8. Утверждение об оптимальной по порядку роста нижней оценке функции Шеннона длины диагностического теста относительно сдвигов аргументов влево с фиксированным замещающим набором.

9. Утверждение о достаточном условии диагностической легкотестируемости функции относительно сдвигов аргументов влево с фиксированным замещающим набором.

Краткое содержание диссертации

Введение состоит из четырёх частей. В первой части обоснована актуальность темы диссертации, описывается теория, в рамках которой проведены исследования, и её приложения. Во второй части содержится обзор исследований, связанных с темой работы. В третьей части вводятся базовые определения и обозначения, необходимые для понимая результатов диссертации. В четвёртой части сформулированы цели и задачи исследований, отражены научная новизна, теоретическая и практическая значимость полученных результатов, представлены основные результаты, которые выносятся на защиту.

Приведём базовые определения и обозначения, важные для понимания результатов диссертации. Дополнительную информацию по теории тестов можно найти в книге Яблонского С. В.[31] и Ложкина С. А.[32]. В качестве инструментов в теории тестов используется булева алгебра и перечислительная комбинаторика,

[31] Яблонский С. В. Элементы математической кибернетики. — М.: Высшая школа, 2007. — 188 с.

[32] Ложкин С. А. Лекции по основам кибернетики : Учебное пособие. — М.: Изд. отдел ф-та ВМиК МГУ, 2004. — 256 с.

информацию по ним можно получить в книге Яблонского С. В.[33]. Определения из общей алгебры можно найти в книгах по общей алгебре[34] [35] [36] [37].

Если функция f преобразуется в функцию f' из какого-то множества функций F_U, то говорят, что на функцию *действует источник неисправностей* U. Функция f' называется *функцией неисправности* или *функцией, порождённой источником неисправностей* U. Множество F_U характеризует источник неисправностей U. Это множество формируется на основе функции f, при неисправностях (изменениях) на её аргументах в соответствии с U. В каждом исследуемом случае неисправности будут описываться явно. Будем считать, что F_U также включает в себя исходную функцию f. Таблица векторов значений функций из F_U называется *таблицей неисправностей*. Таблица неисправностей называется *отделимой по столбцам*, если все её столбцы различны.

Множество T наборов значений переменных $x_1, x_2, \ldots, x_n$ называется *(полным) проверяющим тестом относительно источника неисправностей* U, *действующего на функцию* f, тогда и только тогда, когда для любой функции $g(\widetilde{x}^n) \in F_U$ такой, что $g(\widetilde{x}^n) \neq f(\widetilde{x}^n)$, найдётся набор $\widetilde{a}$ из T, для которого выполнено неравенство $f(\widetilde{a}) \neq g(\widetilde{a})$.

Множество T наборов значений переменных $x_1, x_2, \ldots, x_n$ называется диагностическим тестом относительно источника неисправностей U, *действующего на функцию* f, тогда и только тогда, когда для любых двух неравных функций g и h, порождённых источником U (также в качестве одной из этих двух функций может быть выбрана исходная функция f), найдётся набор $\widetilde{a}$ из T, для которого выполнено неравенство $g(\widetilde{a}) \neq h(\widetilde{a})$.

Длина теста $L(T)$ — это мощность T. Тест минимальной длины называется *минимальным*. Обозначим через $L^{\text{detect}}(U, f(\widetilde{x}^n))$ (соответственно, через $L^{\text{diagn}}(U, f(\widetilde{x}^n))$ длину минимального проверяющего (соответственно, диагностического) теста относительно источника неисправностей U, действующего на функцию $f(\widetilde{x}^n)$.

Функции Шеннона длины (полного) проверяющего и диагностического теста относительно источника неисправностей U:

$$L^{\text{detect}}(U, n) = \max_{f(\widetilde{x}^n) \in P_2^n} L^{\text{detect}}(U, f(\widetilde{x}^n)),$$

$$L^{\text{diagn}}(U, n) = \max_{f(\widetilde{x}^n) \in P_2^n} L^{\text{diagn}}(U, f(\widetilde{x}^n)).$$

Пусть $n_i \to \infty$ при $i \to \infty$. Тогда последовательность функций $f_i(x_1, x_2, \ldots, x_{n_i})$ будем называть *легкотестируемой относительно источника неисправностей* U, если порядок длины диагностического теста относительно U, действующего на $f_i(x_1, x_2, \ldots, x_{n_i})$, равен логарифму по основанию два от числа попарно неравных столбцов соответствующей таблицы неисправности. В ряде случаев будем и к функциям из этой последовательности применять термин *легкотестируемая функция*.

Получены следующие утверждения.

В **первой** главе представлены результаты исследований исторически первого источника неисправностей — источника константных неисправностей, а также источника локальных константных k-кратных неисправностей.

Источник U^{c} *константных неисправностей* действует на булеву функцию $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ следующим образом. Источником выбираются переменные из списка $x_1, x_2, \ldots, x_n$, и вместо выбранных переменных производится подстановка констант из E_2.

[33]Яблонский С. В. Введение в дискретную математику. — М.: Высшая школа, 2003. — 384 с.
[34]Атья М., Макдональд И. Введение в коммутативную алгебру. — М.: Мир, 1972. — 160 с.
[35]Варден Б. Л. ван дер. Алгебра. — М.: Мир, 1975. — 649 с.
[36]Журавлев Ю. И., Флеров Ю. А., Вялый М. Н. Дискретный анализ. Основы высшей алгебры. — М.: Юрайт, 2018. — 223 с.
[37]Зарисский О., Самюэль П. Коммутативная алгебра. — Т.1. — М.: ИЛ, 1963. — 373 с.

Пусть $k \in \{1, \ldots, n\}$. Источник U_k^{lc} *локальных константных k-кратных неисправностей* действует на булеву функцию $f(x_1, \ldots, x_n)$ следующим образом. Источником выбирается двоичный набор $\widetilde{\varepsilon} = (\varepsilon_1, \ldots, \varepsilon_k) \in E_2^k$, где $k \leqslant n$, а также натуральное число m, $1 \leqslant m \leqslant n-k+1$, и вместо вычисления $f(x_1, \ldots, x_m, \ldots, x_{m+k-1}, \ldots, x_n)$ происходит вычисление $f\left(x_1, \ldots, x_{m-1}, \varepsilon_1, \ldots, \varepsilon_k, x_{m+k}, \ldots, x_n\right)$.

Для локальных константных k-кратных неисправностей получены следующие утверждения.

Теорема 1. *Для k, n, таких что $1 \leqslant k \leqslant n/2$, справедливо неравенство:*

$$L^{\mathrm{diagn}}\left(U_k^{\mathrm{lc}}, n\right) \geqslant \frac{2^{k+1}(n-k+1)-2}{(n-k+2)}.$$

Следствие 1. *При $n \to \infty, k = k(n) \to \infty$, $1 \leqslant k \leqslant n/2, \log_2 n = o(k)$, справедливо асимптотическое равенство:*

$$\log_2 L^{\mathrm{diagn}}(U_k^{\mathrm{lc}}, n) = k(1+o(1)).$$

Из того, что функции неисправности, которые получаются при действии источника локальных k-кратных константных неисправностей на функцию f, принадлежат множеству функций неисправности, порождённых источником U^{c}, следует теорема 2. Данная теорема поднимает нижнюю оценку функции Шеннона длины диагностического теста относительно источника константных неисправностей, полученную Носковым В. Н. в 1974 году[11].

Теорема 2. *При $n \to \infty$ справедливо асимптотическое неравенство:*

$$L^{\mathrm{diagn}}(U^{\mathrm{c}}, n) \geqslant 2 \cdot 2^{\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor}(1+o(1)).$$

Порядок роста функции Шеннона длины диагностического теста относительно k-кратных неисправностей получается в следствии из следующей теоремы.

Теорема 3. *Пусть n и k — целые положительные, $c > 1$ — действительная константа, $2 \leqslant k \leqslant \frac{n}{2c}$. Тогда имеют место неравенства:*

$$(n-2k+3-\lceil \log_2(n-k+1) \rceil) \cdot 2^{k-2} - 1 \leqslant L^{\mathrm{diagn}}(U_k^{\mathrm{lc}}, n) \leqslant (n-k+1) \cdot 2^k.$$

Следствие 2. *Пусть n и k — целые положительные, $c > 1$ — действительная константа, $n \to \infty$, $2 \leqslant k \leqslant \frac{n}{2c}$, $k = k(n)$. Функция Шеннона длины диагностического теста относительно локальных k-кратных константных неисправностей имеет следующий порядок роста:*

$$L^{\mathrm{diagn}}(U_k^{\mathrm{lc}}, n) = \Theta(n 2^k).$$

Для проверяющего теста относительно k-кратных неисправностей получены следующие оценки.

Теорема 4. *Пусть n и k — целые положительные, $2 \leqslant k \leqslant n$. Тогда имеют место неравенства:*

$$2 \cdot \left(\left\lfloor \frac{2 \cdot \left(n - \left\lceil \log_2 \left\lfloor \frac{2n}{k+1} \right\rfloor \right\rceil\right)}{k+1} \right\rfloor - 2 \right) \leqslant L^{\mathrm{detect}}(U_k^{\mathrm{lc}}, n) \leqslant 4 \cdot \left\lceil \frac{n+2}{k+1} \right\rceil - 4.$$

Следствие 3. *Пусть n и k — целые положительные, $n \to \infty$, $2 \leqslant k \leqslant n$, $k = k(n)$, $k = o(n)$. Тогда имеет место асимптотическое равенство:*

$$L^{\mathrm{detect}}(U_k^{\mathrm{lc}}, n) = \frac{4n}{k+1} \cdot (1+o(1)).$$

Во **второй** главе исследуются неисправности, возникающие вследствие алгебраических операций, которые изменяют значения аргументов функций. Рассматриваются конечные коммутативные кольца с единицей. *Идеал* I в кольце A — аддитивная подгруппа со свойством $AI \subset I$. Пусть $x \in A$, тогда все кратные xa некоторого элемента $a \in A$ образуют идеал, который обозначается (a) и называется *главным*. *Кольцо главных идеалов* — кольцо, каждый идеал которого главный. *Произведение главных идеалов* (a) и (b) — это идеал (ab), то есть $(a) \cdot (b) = (ab)$. Степень $(a)^n$ главного идеала (a) определяется так: $(a)^1 = (a), (a)^{n+1} = (a) \cdot (a)^n$, где $n \in \mathbb{N}$. *Простой идеал* — такой идеал I кольца A, что $I \neq A$ и из $cb \in I$ следует $b \in I$ или $c \in I$. *Специальное кольцо* — кольцо главных идеалов, имеющее только один простой идеал $I \neq A$ и $I^n = (0)$ для некоторого $n \in \mathbb{N}$.

Пусть выбрано кольцо A, такое что $|A| = 2^n$, и задано взаимно однозначное отображение $\nu_A : E_2^n \to A$. Обратное отображение к ν_A — это отображение $\nu_A^{-1} : A \to E_2^n$, такое что $\nu_A(\nu_A^{-1}(a)) = a$ для всех $a \in A$, и $\nu_A^{-1}(\nu_A(\tilde{\alpha}^n)) = \tilde{\alpha}^n$ для всех $\tilde{\alpha}^n \in E_2^n$. Введём источник неисправностей, таблица неисправностей которого фактически является преобразованной таблицей Кэли для операции умножения. *Мультипликативный источник неисправностей U_a^A с фиксированным аддитивным элементом a, $a \in A$, над кольцом A действует* на булеву функцию $f(\tilde{x}^n)$ следующим образом: источником U_a^A выбирается элемент $b \in A$, и вместо вычисления $f(\tilde{x}^n)$ происходит вычисление $f(\nu_A^{-1}((\nu_A(\tilde{x}^n) \cdot b) + a))$. Будем называть такой источник неисправностей *источником неисправностей над кольцом A с фиксированным элементом a*. При $a = 0$ — *источником неисправностей над кольцом A* (при этом индекс a опускается: U^A).

Теорема 5. *Пусть A — специальное кольцо, такое что $|A| = 2^n$. Тогда справедливо неравенство:*

$$\frac{2^n}{2} \leqslant L^{\mathrm{diagn}}(U^A, n).$$

Следствие 4. *Пусть A — специальное кольцо, такое что $|A| = 2^n$. Тогда функция Шеннона длины диагностического теста относительно источника неисправностей над кольцом A имеет следующий порядок роста:*

$$L^{\mathrm{diagn}}(U^A, n) = \Theta(2^n).$$

В теореме 6 описываются легкотестируемые функции относительно источников неисправностей $U_k^{\mathbb{Z}_{2^n}}$ над кольцом $\mathbb{Z}_{2^n}$ посредством установления связи между существованием диагностических тестов минимально возможной длины и отделимостью по столбцам таблиц неисправностей.

Теорема 6. *Пусть $A = \mathbb{Z}_{2^n}$. И пусть на булеву функцию $f(\tilde{x}^n)$ действует источник неисправностей U_k^A. Таблица неисправностей, соответствующая U_k^A, отделима по столбцам для любого k только тогда, когда для каждого k справедливо равенство:*

$$L^{\mathrm{diagn}}(U_k^A, f(\tilde{x}^n)) = n.$$

Третья глава посвящена сдвигам аргументов функций. *Источник U^{shifts} сдвигов переменных* действует на булеву функцию $f(x_1, \ldots, x_n)$ следующим образом. Источником выбираются число $k = 1, \ldots, n$ и набор $\widetilde{\gamma} = (\gamma_1, \ldots, \gamma_n) \in E_2^n$, и вместо вычисления $f(\alpha_1, \ldots, \alpha_k, \alpha_{k+1}, \ldots, \alpha_n)$ происходит вычисление $f(\alpha_{k+1}, \ldots, \alpha_n, \gamma_{n-k+1}, \ldots, \gamma_n)$.

В следующих двух теоремах получены оценки для функции Шеннона длины проверяющего и диагностического тестов.

Теорема 7. *Справедливо равенство:*

$$L^{\mathrm{detect}}(U^{\mathrm{shifts}}, n) = 2.$$

Теорема 8. *Имеют место неравенства:*

$$c' \cdot 2^{n/2} - 1 \leqslant L^{\text{diagn}}(U^{\text{shifts}}, n) \leqslant c \cdot 2^{n/2},$$

где при n нечётном $c' = \sqrt{2}/2$ и $c = 2\sqrt{2}$, а при n чётном $c' = 1$ и $c = 3$.

Следствие 5. *Функция Шеннона длины диагностического теста относительно сдвигов переменных имеет следующий порядок роста:*

$$L^{\text{diagn}}(U^{\text{shifts}}, n) = \Theta(\sqrt{2^n}).$$

Далее рассматриваются источники неисправностей, получающиеся фиксацией одного из параметров источника сдвигов переменных.

Источник *сдвигов переменных на k позиций* U_k^{shifts} действует на булеву функцию $f(x_1, \ldots, x_n)$ следующим образом. Источником выбирается набор $\widetilde{\gamma} = (\gamma_1, \ldots, \gamma_k)$, и вместо вычисления $f(\alpha_1, \ldots, \alpha_k, \alpha_{k+1}, \ldots, \alpha_n)$ происходит вычисление $f(\alpha_{k+1}, \ldots, \alpha_n, \gamma_1, \ldots, \gamma_k)$. Для U_k^{shifts} установлено следующее.

Теорема 9. *Для k, n, таких что $1 \leqslant k \leqslant n$, имеют место неравенства:*

$$\min(2^k - 1, 2^{n-k}) \leqslant L^{\text{diagn}}(U_k^{\text{shifts}}, n) \leqslant \min(2^k, 2^{n-k} + 1).$$

Источник *сдвигов переменных с фиксированным замещающим набором* $\tilde{\gamma}$ обозначается следующим образом: $U_{\tilde{\gamma}}^{\text{shifts}}$. Источником выбирается число $k = 1, \ldots, n$, и вместо вычисления $f(\alpha_1, \ldots, \alpha_k, \alpha_{k+1}, \ldots, \alpha_n)$ происходит вычисление $f(\alpha_{k+1}, \ldots, \alpha_n, \gamma_1, \ldots, \gamma_k)$. Для $U_{\tilde{\gamma}}^{\text{shifts}}$ получены следующие оценки.

Теорема 10. *Для любого $\tilde{\gamma} \in E_2^n$ справедливо неравенство:*

$$\left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil \leqslant L^{\text{diagn}}(U_{\tilde{\gamma}}^{\text{shifts}}, n).$$

Следствие 6. *Для любого $\tilde{\gamma} \in E_2^n$ функция Шеннона длины диагностического теста относительно сдвигов переменных с фиксированным замещающим набором имеет следующий порядок роста:*

$$L^{\text{diagn}}(U_{\tilde{\gamma}}^{\text{shifts}}, n) = \Theta(n).$$

В теореме 11 описываются легкотестируемые функции относительно источников неисправностей $U_{\tilde{\gamma}}^{\text{shifts}}$.

Теорема 11. *Пусть $n > 1$ и на произвольную булеву функцию $f(\tilde{x}^n)$ действует источник неисправностей $U_{\tilde{\gamma}}^{shifts}$. Если таблица неисправностей, соответствующая $U_{\tilde{\gamma}}^{shifts}$, отделима по столбцам для любого $\tilde{\gamma}$, тогда для каждого $\tilde{\gamma}$ справедливо неравенство:*

$$L^{\text{diagn}}(U_{\tilde{\gamma}}^{\text{shifts}}, f(\tilde{x}^n)) \leqslant 2\log_2 \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor + 3.$$

Следствие 7. *Пусть $n > 1$, и пусть на произвольную булеву функцию $f(\tilde{x}^n)$ действует источник неисправностей $U_{\tilde{\gamma}}^{shifts}$. Если таблица неисправностей, соответствующая $U_{\tilde{\gamma}}^{shifts}$, отделима по столбцам для любого $\tilde{\gamma}$, тогда для каждого $\tilde{\gamma}$ длина диагностического теста относительно сдвигов переменных с фиксированным замещающим набором имеет следующий порядок роста:*

$$L^{\text{diagn}}(U_{\tilde{\gamma}}^{\text{shifts}}, f(\tilde{x}^n)) = \Theta(\log n).$$

В **заключении** диссертации изложены итоги выполненного исследования, выводы, рекомендации и перспективы дальнейшей разработки темы.

Заключение

В диссертации были получены следующие результаты, которые могут быть интересны специалистам в области математической кибернетики.

1. Повышена мультипликативная константа в асимптотическом представлении нижней оценки функции Шеннона длины диагностического теста (то есть длины минимального диагностического теста самой труднотестируемой булевой функции n переменных) для аргументов булевых функций при константных неисправностях.

2. Получены оценки функции Шеннона длины диагностического теста для аргументов булевых функций при локальных константных k-кратных неисправностях.

3. Получены оценки функции Шеннона длины проверяющего теста (то есть длины минимального проверяющего теста самой труднотестируемой булевой функции n переменных) для аргументов булевых функций при локальных константных k-кратных неисправностях.

4. Для мультипликативных источников неисправностей над некоторыми кольцами получена нижняя оценка функции Шеннона длины диагностического теста для аргументов булевых функций, а также описаны некоторые легкотестируемые функции и получены оценки длин диагностических тестов для них.

5. Получены оценки функций Шеннона длин диагностических и проверяющих тестов относительно сдвигов аргументов булевых функций, а также оценки функций Шеннона длин диагностических тестов относительно сдвигов аргументов булевых функций на k позиций и относительно сдвигов аргументов булевых функций с фиксированным замещающим набором.

6. Описаны некоторые легкотестируемые функции относительно сдвигов аргументов булевых функций с фиксированным замещающим набором, и получены оценки длин диагностических тестов для них.

   Перечисленные результаты могут применяться в дальнейших исследованиях минимальных тестов для булевых функций. Метод, разработанный для получения оценок некоторых легкотестируемых функций и их описания, может использоваться для изучения ранее не исследованных типов неисправностей. Доказанные в диссертации утверждения могут включаться в курсы, читаемые студентам и аспирантам математических специальностей, а также использоваться при создании систем тестирования цифровых устройств.

Благодарности

Автор благодарит своего научного руководителя Дмитрия Сергеевича Романова за постановку задачи и внимание к работе, коллектив кафедры математической кибернетики, родных и близких за поддержку и внимание в течение всего времени подготовки диссертации.

Список публикаций автора по теме диссертации

Статьи в рецензируемых научных изданиях, определенных п. 2.3 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М. В. Ломоносова

1. Антюфеев Г. В. Диагностические тесты для дискретных функций, определённых на кольцах // Дискретная математика. — 2021. — Т. 33, вып. 1. — С. 3–11. (0,56 п.л.) RSCI, двухлетний импакт-фактор РИНЦ в 2022 г.: 0,494. Перевод: Antyufeev G. V. Diagnostic tests for discrete functions defined on rings // Discrete Mathematics and Applications. — 2022. — Vol. 32, Iss. 3. — Pp. 147–153. (0,44 п.л.) Web of Science, JCI в 2023 г.: 0.15.

2. Антюфеев Г. В. О диагностическом тесте при сдвигах с фиксированным замещающим набором // Дискретная математика. — 2020. — Т. 32, вып. 4. — С. 3–9. (0,44 п.л.) RSCI, двухлетний импакт-фактор РИНЦ в 2022 г.: 0,494. Перевод: Antiufeev G. V. Diagnostic tests under shifts with fixed filling tuple // Discrete Mathematics and Applications. — 2021. — Vol. 31, Iss. 5. — Pp. 309–313. (0,31 п.л.) Web of Science, JCI в 2023 г.: 0.15.

3. Антюфеев Г. В., Романов Д. С. О тестах относительно локальных константных неисправностей фиксированной кратности на входах схем // Матем. заметки. — 2023. — Т. 114, № 3. — С. 458–463. (0,38 п.л. / В этой работе постановка задач принадлежит Романову Д. С. Автору диссертации принадлежат все результаты работы.) RSCI, двухлетний импакт-фактор РИНЦ в 2022 г.: 0.869. Перевод: Antyufeev G. V., Romanov D. S. On Test Sets Concerning Local Stuck-at Faults of Fixed Multiplicity at the Inputs of Circuits // Mathematical Notes. — 2023. — Vol. 114, Iss. 3. — Pp. 397–402. (0,38 п.л. / В этой работе постановка задач принадлежит Романову Д. С. Автору диссертации принадлежат все результаты работы.) Scopus Q2, SJR в 2023 г.: 0.418.

4. Антюфеев Г. В., Романов Д. С. О тестах при константных и сдвиговых неисправностях на входах схем // Прикладная математика и информатика. — Т. 64. — М.: МАКС Пресс, 2020. — С. 79–85. (0,44 п.л. / В этой работе постановка задач принадлежит Романову Д. С. Автору диссертации принадлежат все результаты работы.) Перевод: Antyufeev G. V., Romanov D. S. Tests with Stuck-At and Shift Faults on Circuit Inputs // Computational Mathematics and Modeling. — 2020. — Vol. 31, Iss. 4. — Pp. 494–500. (0,44 п.л. / В этой работе постановка задач принадлежит Романову Д. С. Автору диссертации принадлежат все результаты работы.) Scopus, SJR в 2023 г.: 0.173.

Другие публикации автора по теме диссертации

5. Антюфеев Г. В., Романов Д. С. Об оценках функции Шеннона длины диагностического теста при локальных константных неисправностях на входах схем // Вопросы радиоэлектроники. Серия ЭВТ. — 2016. — № 7. — С. 49–51. (0,19 п.л. / В этой работе постановка задач принадлежит Романову Д. С. Автору диссертации принадлежат все результаты работы.)