

**ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА**  
**на диссертацию на соискание ученой степени**  
**кандидата физико-математических наук**  
**Палионной Софьи Игоревны на тему:**  
**«Асимптотические свойства оценок риска в задачах**  
**множественной проверки гипотез»**  
**по специальности 1.1.4 — теория вероятностей и**  
**математическая статистика**

Диссертационная работа посвящена рассмотрению двух схожих постановок задач: оценивание математического ожидания векторов большой размерности и оценивание математического ожидания сигнала данных, подвергнутого действию однородного линейного оператора, причем в обоих случаях наблюдаемые данные являются зашумленными. Одним из основных предположений работы является разреженность истинного вектора данных. Для того, чтобы отфильтровать шумовые компоненты сигнала, используется пороговая обработка, которая сводится к задаче множественной проверки гипотез: для каждой компоненты вектора проверяется гипотеза о том, что данная компонента является шумом. При этом из-за большого числа проверяемых гипотез возникает проблема множественных сравнений, суть которой заключается в том, что при росте числа проверяемых гипотез вероятность допустить хотя бы одну ошибку первого рода стремится к единице. В диссертации в качестве метода решения этой

проблемы используется FDR-мера (ожидаемая доля ложных отклонений). Эту меру целесообразно использовать при большом количестве проверяемых гипотез с целью улучшения статистической мощности.

Использование в качестве порогового значения FDR-меры рассматривалось в работах ряда ученых, среди которых можно выделить вклад Д. Донохо, И. Джонстона, Б. Сильвермана, Й. Бенжамини и Ф. Абрамовича, где были установлены различные свойства среднеквадратичного риска при применении FDR-порога для различных классов разреженности исходных данных. Однако на практике использование среднеквадратичного риска затруднительно, поскольку он вычисляется с использованием значений чистого сигнала данных, которые неизвестны для наблюдателя. Поэтому представляется целесообразным вместо рассмотрения самого риска использовать его некоторую оценку, зависящую только от наблюдаемых данных. Свойства оценки риска изучены гораздо в меньшей степени. Именно асимптотическим свойствам оценки риска и посвящена представленная диссертационная работа.

В первой главе диссертации при рассмотрении векторов большой размерности получены следующие результаты для классов разреженности  $L_0$  и  $L_p$ :

- доказана сильная состоятельность оценки риска,
- доказана асимптотическая нормальность оценки риска,
- получены оценки скорости сходимости оценки риска к нормальному закону.



Во второй главе диссертации рассматривается постановка задачи, при которой исходный сигнал данных подвергается некоторому преобразованию, в нашем случае — линейному и однородному. Возникающая при этом задача обращения оператора зачастую оказывается некорректно поставленной статистической задачей. Для решения этой задачи в диссертационной работе используется аппарат вейвлет-анализа. Параграфы 2.2 и 2.3 посвящены общей теории вейвлетов и вейвлет-разложению применительно к обращению линейных однородных операторов. После разложения преобразованного зашумленного сигнала данных по вейвлет-базису к полученным вейвлет-коэффициентам применяется пороговая обработка с использованием FDR-порога. Эта процедура аналогична процедуре пороговой обработки, рассмотренной в первой главе диссертации, с тем лишь исключением, что пороговое значение подбирается для каждого уровня разложения. Эта особенность обусловлена тем, что само определение риска в случае обращения линейного однородного оператора содержит поправку, зависящую от уровня разложения. По аналогии с основными теоремами первой главы, ключевыми результатами второй главы диссертации являются теоремы, доказывающие сильную состоятельность и асимптотическую нормальность оценки риска, а также теорема, в которой приведена оценка скорости сходимости оценки риска к нормальному распределению.

Диссертация представляет собой работу объемом 87 страниц, состоящую из введения, двух глав с основными результатами, заключения и списка литературы. Во введении дана строгая формулировка целей и методов решения поставленной задачи, а так-

же приведен обзор предшествующих исследований с соответствующими ссылками.

Приведенные в диссертационной работе результаты являются новыми и вызывают интерес как с теоретической, так и с практической точки зрения. Рассматриваемая проблематика безусловно является актуальной, что подтверждается многочисленными ссылками в диссертации на современные работы из разнообразных областей знаний. Достоверность результатов, выносимых на защиту, не вызывает сомнений, каждый результат сопровождается полным и ясным доказательством. При доказательстве теорем автор продемонстрировал хорошее владение методами теории вероятностей, математической статистики и математического анализа.

Обзор проведенного исследования, содержащийся в заключительной главе диссертации, соответствуют полученным в работе результатам. Рекомендации и перспективы по дальнейшей разработке темы диссертации четко сформулированы, что еще раз подтверждает хорошее погружение автора в рассматриваемую проблематику.

При этом можно выделить несколько замечаний к работе:

1. В ряде случаев используются нелогичные обозначения: в диссертации используется  $\beta$  в качестве параметра однородности оператора, однако при этом  $\beta_{j,k}$  обозначают константы, возникающие при использовании вейвлет-разложения, т.е.  $\beta$  и  $\beta_{j,k}$  — разные по смыслу параметры, обозначенные одинаковой буквой.



2. Часто встречаются обозначения, содержащие как нижние, так и верхние индексы, громоздко выглядящие и затрудняющие восприятие формул.
3. В тексте диссертации имеется ряд стилистических погрешностей.

Вместе с тем, указанные замечания ни в коей мере не умаляют ценности диссертационного исследования. Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М. В. Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует специальности 1.1.4 — теория вероятностей и математическая статистика (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1–2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М. В. Ломоносова. Диссертация оформлена согласно требованиям Положения о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова.

Таким образом, соискатель Палионная Софья Игоревна заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.4 — теория вероятностей и математическая статистика.

**Официальный оппонент:**

Кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Прикладная математика» факультета управления

