

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

на диссертацию Украинского Дмитрия Владимировича
«Аналитические решения уравнений газовой динамики, механика пузырька
в неньютоновских жидкостях и кумуляция энергии»,
представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук
по специальности 1.1.9 – «Механика жидкости, газа и плазмы»

В предложенной диссертационной работе изучаются вопросы построения аналитических решений уравнений динамики жидкости и газа. Решения задач приводятся главным образом в лагранжевых переменных, что редко встречается в научной литературе. Это позволяет автору изучить более глубокие свойства решений. В частности, исследуются безударные периодические по времени движения газа в трубах, порождаемые заданным движением поршня на одном конце (односторонняя краевая задача). Также исследуются стационарные течения газа с трехволновым резонансом в плоских сверхзвуковых соплах и задачи о кумуляции (концентрации) энергии при коллапсе пузырьков в нелинейно-вязких жидкостях. Рассматриваемая тема диссертации является актуальной и важной, поскольку развитие математических подходов в гидромеханике дает возможность ставить и решать новые физические задачи, изучать более сложные модели сплошных сред и связанные с ними явления, а также разрабатывать приближенные, будь то численные или асимптотические, методы решения систем дифференциальных уравнений в частных производных. Новые точные решения уравнений газовой динамики и решения задач о коллапсе пузырька с концентрацией энергии представляют не только теоретический интерес в механике и математической физике, но и обладают практической ценностью в технических приложениях.

Диссертация состоит из введения, шести глав и заключения. Ее объем содержит 142 страницы, в том числе 66 иллюстраций. Приведен список литературы из 136 наименований.

Во **введении** представлен обзор литературы по теме диссертационного исследования, обоснована актуальность темы, приведены цели и задачи работы, дано резюме полученных результатов, их научная новизна, а также теоретическая и практическая значимость, сформулированы положения, выносимые на защиту.

Глава 1 посвящена построению математических оценок параметров движения двух поршней и распределения энтропии вдоль трубы, при которых решения односторонних краевых задач динамики совершенного газа при произвольном рациональном показателе адиабаты представлены в виде периодических по времени аналитических функций. В данном случае ударные волны при движении газа не образуются, и в силу периодичности рассматриваемые течения существуют неограниченно долго. Рассуждения строятся для системы уравнений газовой динамики, записанной в специальной удобной для доказательства форме, на основе теоремы Коши-Ковалевской с учетом выбора подходящей мажоранты.

Глава 2 показывает богатство безударных периодических по времени течений совершенного газа в трубах и содержит методы построения соответствующих решений в виде степенных рядов. Для коэффициентов рядов выведены рекуррентные соотношения достаточно сложного вида. Члены разложений определяются точно средствами символьных преобразований в математических пакетах и, таким образом, выражаются через крае-

вые и начальные условия. Данный метод демонстрируется на решении пяти задач с неоднородным распределением удельной энтропии. В частности, решены следующие задачи.

1. Задача о периодических колебаниях поршня в постоянном гравитационном поле при сохранении на нем температуры.
2. Согласованная задача о колебаниях температуры газа на поверхности поршня, приводящих к его периодическому движению. Закон движения поршня находится из второго закона Ньютона и выражается через разность давлений с открытой стороны трубы и со стороны газа.
3. Задача о росте температуры на неподвижной стенке, приводящем к сильному безударному сжатию газа в трубе приближением подвижного поршня.

Глава 3 посвящена изучению преобразования полугодиграфа – специального метода, при использовании которого решения в виде степенных рядов можно обобщить на случай произвольных термодинамических уравнений состояния. В таком преобразовании время и скорость делаются новыми неизвестными функциями, а масса и удельный объем – новыми независимыми переменными, в результате чего давление становится заданным в терминах пары последних величин и определяется выбранной моделью газа. Преимуществом подхода также является тот факт, что постановка условий на поршне, по сути, не меняет своего вида. Метод апробирован на примере обобщения решения задачи об однородном сжатии (разлете) газа Ван-дер-Ваальса.

В **главе 4** исследовано явление трехволнового параметрического резонанса в рамках двумерной стационарной задачи газовой динамики. Рассматриваемое движение ищется в виде трех медленно-изменяющихся волн, гармонических в первом приближении, для которых выведены и решены амплитудно-фазовые уравнения взаимодействия, а также определены необходимые краевые условия непротекания, моделирующие течение газа в плоском сверхзвуковом сопле с криволинейными стенками. Решение выражается в терминах эллиптических функций Якоби и, как правило, периодически – амплитуды волн усиливаются и ослабевают друг за счет друга, но их максимальный рост ограничен. Кроме того, существуют условия на первоначальные амплитуды мод, при которых периодичность нарушается, и амплитуда одной из волн монотонно возрастает за счет двух остальных – эффект подкачки моды. В работе приведена картина плотности периодического течения для примера построенного решения.

В **главе 5** рассматривается сферически-симметричная задача динамики однородного газового, в частности вакуумного, пузырька в несжимаемой степенной неньютоновской жидкости (удовлетворяющей реологическому закону Оствальда). Получен большой класс решений задач полуобратным методом. Метод состоит в том, что в уравнении энергии задается закон движения границы полости или закон изменения глобальных динамических характеристик среды (кинетическая энергия жидкости или скорость вязкой диссипации) и находится внешнее давление, необходимое для создания такого движения.

Кроме того, дано решение, обобщающее классический результат Е.И. Забабахина на случай степенной неньютоновской жидкости. Доказано, что для большинства дилатантных сред концентрация энергии невозможна. Для остальных моделей построена поверхность зависимости значений концентрации энергии от показателя реологического закона и безразмерного коэффициента консистенции. Изучены экстремальные свойства величины концентрации как функции показателя степени неньютоновской модели.

В **главе 6** дано точное частично инвариантное решение задачи о сжатии сферическим поршнем в точку из состояния покоя нелинейно-вязкой теплопроводной среды с

термодинамическими соотношениями совершенного газа. Предполагается однородность давления и сохранение скорости в частице, а также зависимость тензора вязких напряжений только от однородного тензора скоростей деформации, в результате чего полностью удовлетворяются уравнения движения.

Система уравнений среды приведена к уравнению Пуассона для натурального логарифма плотности. Уравнение имеет решение с точностью до произвольной гармонической функции трех пространственных переменных. Это позволяет дать достаточно общее решение задачи о сжатии среды с произвольной гармонической неоднородностью плотности. Главный результат можно сформулировать в виде теоремы.

Если сжимать шаровой объем среды с давлением, равномерно распределенным по границе, и постоянной скоростью радиуса шара, то выполняется закон подобия гармонической неоднородности плотности, а кинетическая энергия остается постоянной.

В свою очередь, внутренняя энергия при определенных значениях параметров задачи может расти неограниченно к моменту коллапса за счет работы поршня.

В **заключении** подведены итоги проведенных исследований, сформулированы их основные выводы и приведены рекомендации по использованию и дальнейшей разработке полученных результатов.

Диссертация представляет собой самостоятельное завершённое исследование и выполнена на высоком научном уровне. Задачи, изученные в диссертации, связаны воедино техникой построения точных аналитических решений уравнений гидромеханики в лагранжевых координатах.

На мой взгляд, наиболее важными являются следующие результаты диссертации:

1. Доказано существование аналитических периодических по времени одномерных движений совершенного газа в трубе между двумя подвижными поршнями и дан конструктивный метод их построения.

2. Решена задача о трехволновом резонансе в стационарной сверхзвуковой газовой динамике.

3. Изучен вопрос о концентрации энергии при сжатии сферической полости в несжимаемой вязкой степенной жидкости.

4. Предложено аналитическое решение задачи о сжатии неоднородной по плотности среды в шаровой области.

Все заявленные в работе результаты являются новыми и получены автором лично. Достоверность результатов обеспечивается использованием строгого математического аппарата при изучении классических моделей механики сплошной среды. Часть результатов диссертации допускает сравнения с известными ранее результатами других авторов и обобщает либо дополняет их. По материалам диссертационной работы автором было сделано множество докладов на всероссийских и международных конференциях, а также на специализированных научных семинарах. Основные результаты диссертации опубликованы в 6 научных статьях в рецензируемых периодических изданиях, индексируемых базами данных Web of Science, Scopus, RSCI.

Название работы точно представляет тему исследования. В свою очередь, содержание диссертации полностью соответствует паспорту специальности 1.1.9 – «Механика жидкости, газа и плазмы». Автореферат содержит все ключевые результаты диссертации, написан кратко и доступно.

Можно сделать следующие замечания.

1. Аналитические решения односторонних краевых задач для безударных периодических по времени течений газа в трубах получены на малом по отношению к длине волны пространственном отрезке, примыкающем к поршню.

2. Специфика газа Ван-дер-Ваальса не учитывается в задаче о его сжатии (разлете), поскольку рассматриваемые параметры задачи далеки от области немонотонности изотерм.

3. В задаче о трехволновом резонансе было бы правильнее использовать термин «плоский сверхзвуковой канал», нежели термин «плоское сверхзвуковое сопло». Это может ввести читателя в заблуждение, поскольку основная задача сопла – разгонять поток, что в работе не рассматривается.

4. В задаче о колебаниях и резонансе однородного пузырька в несжимаемой жидкости может появиться второй резонанс с какой-либо несферической деформационной модой. В этом случае решение неприменимо из-за перекачки энергии в деформационную моду и многократного роста ее амплитуды. Этот эффект описан в кандидатской диссертации В.В. Вановского (2020).

Как бы то ни было, данные замечания не оттеняют общего несомненно положительного впечатления от диссертационной работы.

В связи со всеми указанными выше положениями считаю, что диссертация «Аналитические решения уравнений газовой динамики, механика пузырька в неньютоновских жидкостях и кумуляция энергии» отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В. Ломоносова к кандидатским диссертациям, а также критериям, определенным пп 2.1–2.5 «Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова». Таким образом, автор диссертации, Украинский Дмитрий Владимирович, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.9 – «Механика жидкости, газа и плазмы».

Доктор физико-математических наук по специальности
01.02.05 – «Механика жидкости, газа и плазмы», профессор,
главный научный сотрудник лаборатории механики систем
Института проблем механики имени А.Ю. Ишлинского РАН

А.Г. Петров

02.12.2022

Телефон: (мобильный)

E-mail:

Почтовый адрес: 119526, Москва, проспект Вернадского, дом 101, корпус 1,
Институт проблем механики имени А.Ю. Ишлинского РАН,
лаборатория механики систем

Подпись главного научного сотрудника Петрова Александра Георгиевича удостоверяю:

Ученый секретарь ИПМех РАН
кандидат физико-математических наук



М.А. Котов