

ОТЗЫВ официального оппонента
на диссертацию на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук
Федорова Глеба Владимировича
на тему: «Теория функциональных непрерывных дробей в
гиперэллиптических полях и ее приложения»
по специальности 1.1.5 «Математическая логика,
алгебра, теория чисел и дискретная математика»

Диссертация Г.В. Федорова посвящена новым направлениям исследований на стыке алгебраической теории чисел и арифметической геометрии.

Диссертация выполнена на 332 страницах, состоит из 5 глав, заключения, списка публикаций автора из 28 наименований, из которых 12 без соавторов, список литературы из 196 наименований.

В диссертации получила существенное развитие теория функциональных непрерывных дробей и создана новая теория функциональных непрерывных дробей обобщенного типа. В результате были сформулированы новые методы и подходы, позволившие решить важные и актуальные проблемы такие как проблема классификации эллиптических полей над полем рациональных чисел и над квадратичными расширениями поля рациональных чисел, проблема длин периодов функциональных непрерывных дробей, проблема периодичности обобщенных функциональных непрерывных дробей специального вида.

Теория функциональных непрерывных дробей имеет глубокую историю, восходящую к классическим трудам Абеля и Чебышева. Как и числовые непрерывные дроби (цепные дроби) функциональные непрерывные дроби обладают множеством замечательных свойств таких как свойство сходимости по данному нормированию, свойство наилучшего приближения, свойство периодичности и квазипериодичности. Кроме этого,

функциональные непрерывные дроби связаны с такими известными и важными задачами, как задача об отыскании решений функционального уравнения типа Пелля над кольцом многочленов, задача поиска и построения фундаментальных единиц и S -единиц соответственно в кольцах целых и S -целых элементов гиперэллиптического поля. Также функциональные непрерывные дроби связаны с проблемой кручения в якобианах гиперэллиптических кривых. Эта проблема является обобщением проблемы описания точек конечного порядка на эллиптических кривых, но является более сложной и глубокой.

Таким образом, диссертация выполнена на **актуальную** тему исследований в области алгебраической теории чисел и арифметической геометрии.

Развитая в диссертации теория функциональных непрерывных дробей позволила решить совместно с В. П. Платоновым проблему классификации эллиптических кривых на основании свойств периодичности и квазипериодичности ключевых элементов соответствующих эллиптических полей. В рамках этой концептуальной проблемы долгое время до работ В. П. Платонова и Г. В. Федорова были известны лишь частные примеры эллиптических полей, ключевые элементы которых обладали периодическим разложением. Глубокие теоретические результаты совместно с большими символьными компьютерными вычислениями привели к полному решению проблемы классификации эллиптических полей, определенных над полем рациональных чисел и над квадратичными расширениями поля рациональных чисел. Это действительно является ярким и выдающимся результатом диссертации.

Другим интересным и крайне важным результатом диссертации является получение точных оценок на длины периодов и квазипериодов непрерывных дробей. Важность этого результата основана на связи длин периодов ключевых элементов с порядками точек кручения в якобианах и обобщенных якобианах соответствующих гиперэллиптических кривых.

Необходимо отметить, что в ходе исследований этого вопроса были получены новые интересные свойства семейства многочленов, связанных с круговыми многочленами, а ряд оценок опираются на теоретико-числовые свойства арифметических функций. В частности, один из основных результатов о существовании элементов со сколь угодно большими периодами, существенно опирается на факт, что функция Эйлера от n растет медленнее n для бесконечной последовательности значений n .

Еще одно направление исследований диссертации относится к построению новой теории функциональных дробей обобщенного типа. Ключевая идея, лежащая в основе построения новой теории, заключается в подборе такого вида обобщенной непрерывной дроби, который бы позволил давать такие же результаты, как классические функциональные непрерывные дроби, но в более общей ситуации. Так, например, классическая теория позволяет связать свойства непрерывных дробей только с классами дивизоров вида $P-O$ для некоторой точки P гиперэллиптической кривой и бесконечно удаленной точки O . Введение непрерывных дробей обобщенного типа Г. В. Федорову позволило обобщить эту связь на классы дивизоров вида $D-kO$ для эффективных дивизоров D степени k . В случае $k=2$ удалось построить целостную теорию, дающую новые методы исследования гиперэллиптических кривых и их якобианов.

Автореферат достаточно полно и точно отражает содержание диссертации.

Диссертация Г. В. Федорова представляет собой законченное научное исследование.

Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М. В. Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует специальности 1.1.5 «Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика» (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском

государственном университете имени М. В. Ломоносова, а также оформлена согласно требованиям Положения о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова.

На основании вышеизложенного считаю, что соискатель Федоров Глеб Владимирович заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.5 «Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика».

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук
заведующий кафедрой, кафедра алгебры, математического анализа и геометрии ФГБОУ ВО «Тульский государственный педагогический университет им. Л.Н. Толстого»

ДОБРОВОЛЬСКИЙ Николай Михайлович

ИК отдела
Дата: 10.12.2024
и СВЯЗИ

Контактные данные:

тел.: _____, e-mail: _____

Специальность, по которой официальным оппонентом защищена диссертация: 01.01.06 «Математическая логика, алгебра и теория чисел»

Адрес места работы:

300026, Тульская область, г. Тула, проспект Ленина, 125
ФГБОУ ВО «Тульский государственный педагогический университет им. Л.Н. Толстого»
Тел.: +7 (4872) 65-78-29; e-mail: mfi@tspu.ru

Подпись заведующего кафедрой алгебры, математического анализа и геометрии ФГБОУ ВО «Тульский государственный педагогический университет им. Л.Н. Толстого» удостоверяю:

руководитель/кадровый работник

Дата: