

**ОТЗЫВ официального оппонента  
на диссертацию на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук  
Канина Евгения Алексеевича  
на тему: «Асимптотические модели процессов массопереноса в задаче роста  
трещины гидроразрыва»  
по специальности 1.1.9 – «Механика жидкости, газа и плазмы»**

В диссертации рассмотрена задача о росте трещины гидроразрыва пласта в проницаемой горной породе. Основное внимание уделено изучению влияния трех гидродинамических факторов на динамику распространения трещины. В работе проанализированы следующие эффекты: (1) массообмен между трещиной и пластом, скорость которого зависит от давления внутри канала трещины; (2) ламинарно-турбулентное течение внутри канала трещины; (3) вязкопластическая реология жидкости гидроразрыва. Для анализа использованы модели трещины гидроразрыва с полубесконечной и осесимметричной геометриями.

Выбранная тема диссертации является **актуальной**, поскольку развитие математических методов моделирования процедуры гидроразрыва пласта, являющейся распространенной технологией интенсификации добычи углеводородов, представляет собой важное научное направление. При помощи моделирования оцениваются геометрические параметры трещины гидроразрыва, используемые для прогноза продуктивности скважины на стадии эксплуатации, в рамках которого необходимо корректно учитывать количественный вклад взаимосвязанных гидродинамических и механических процессов в закономерности роста трещины. Таким образом, на этапе планирования гидроразрывных работ требуется проводить математическое моделирование эволюции трещины гидроразрыва с целью оптимизации и увеличения их эффективности.

Диссертация состоит из введения, 4 глав, заключения и 2 приложений. Объем диссертации составляет 225 страниц, включая 56 рисунков и 9 таблиц. Список литературы содержит 132 наименования.

Во **введении** обосновывается актуальность темы исследования, приводится обзор существующей литературы, формулируются цели и задачи работы, указывается научная новизна полученных результатов, обсуждается их теоретическая и практическая значимость, а также достоверность, описываются примененные методы исследования, перечисляются положения, выносимые на защиту.

В **первой главе** представлены «классические формулировки» моделей полубесконечной трещины (модель концевго элемента, **раздел 1.1**) и осесимметричной (радиальной) трещины (**раздел 1.2**), состоящие из постановки задачи и системы уравнений. Формулировки содержат предположения, часто используемые в литературных источниках, в связи с чем именуются автором классическими. В последующих разделах диссертации автор приводит модификации формулировок задач, необходимые для описания исследуемого гидродинамического фактора.

Во **второй главе** изучено влияние массообмена между трещиной и пластом, скорость которого зависит от давления внутри канала трещины, на распространение полубесконечной и радиальной трещин в проницаемой горной породе. Для описания массообмена использовались предположения об одномерности механизма и идентичности свойств гидроразрывной и поровой жидкостей. В главе выявлены новые физические особенности, связанные с гидродинамическим фактором, состоящие в формировании зоны циркуляции поровой жидкости, примыкающей к фронту трещины, и конечном значении давления в кончике. **Раздел 2.1** посвящен модели полубесконечной трещины. Выведены аналитические решения для предельных режимов распространения, найдены их границы применимости, реализован численный алгоритм для расчета общего решения. Путем оценки относительной важности учета зависимости массообмена от давления определены диапазоны значений определяющих параметров, при которых построенное решение значительно отличается от решения с утечками по закону Картера. В **разделе 2.2** разработана численная модель радиальной трещины гидроразрыва. Модель концевго элемента,

построенная в разделе 2.1, использовалась в численном алгоритме в качестве критерия распространения трещины. Продемонстрировано, что учет массообмена, зависящего от давления, способствует формированию более короткой и менее раскрытой трещины по сравнению с характеристиками радиальной трещины в случае утечек по закону Картера, что связано с более интенсивным оттоком в пласт. Найдены диапазоны значений определяющих параметров, при которых необходимо учитывать механизм массообмена между трещиной и пластом, скорость которого зависит от давления внутри канала трещины.

В **третьей главе** исследовано влияние ламинарно-турбулентного течения «скользящей воды» внутри канала трещины на распространение полубесконечной и осесимметричной трещин в проницаемой горной породе. Для описания реологии «скользящей воды» в турбулентном режиме течения применена асимптота максимального снижения сопротивления. В **разделе 3.1** изучается модель полубесконечной трещины. Выведены аналитические решения для предельных режимов распространения и реализован численный алгоритм для нахождения общего решения. Построены карты режимов, на которых изображены границы областей применимости предельных решений. Найдена зависимость положения точки перехода между ламинарным и турбулентным режимами течения от значений определяющих параметров. **Раздел 3.2** посвящен модели радиальной трещины. Показано, что ламинарный режим течения реализуется вблизи кончика трещины, и размер ламинарной области увеличивается с течением времени. Турбулентное течение наблюдается возле ствола нагнетательной скважины, где влияет на характеристики радиальной трещины на начальном этапе распространения. Сделан вывод о том, что увеличение интенсивности утечек в пласт способствует более длительному воздействию турбулентного режима течения на профили раскрытия и давления. Реализован численный алгоритм, найдены полуаналитические решения для предельных режимов распространения, определены их области применимости в пространстве определяющих параметров задачи. Помимо границ предельных решений на картах также изображены зоны,

внутри которых решение задачи можно считать полностью ламинарным и полностью турбулентным.

**Четвертая глава** посвящена анализу влияния вязкопластической реологии жидкости гидроразрыва на распространение радиальной трещины в проницаемой горной породе. Применена модель Гершеля-Балкли для описания реологических особенностей жидкости гидроразрыва. Продемонстрирована физическая особенность трещины, заключающаяся в формировании недеформируемого ядра посередине канала, объем которого увеличивается с течением времени. Реализованы два алгоритма, численный и полуаналитический приближенный, для расчета динамики распространения трещины. Выявлено, что вязкопластическая реология жидкости гидроразрыва способствует формированию менее длинной и более раскрытой трещины по сравнению со случаем степенной реологии жидкости гидроразрыва. Получены полуаналитические решения для предельных режимов распространения радиальной трещины, найдены их области применимости в пространстве определяющих параметров, построены карты режимов. Проведены количественные оценки, связанные с эволюцией недеформируемого ядра.

В **приложении А** представлены результаты верификации численного подхода, используемого для моделирования роста радиальной трещины.

В **приложении Б** перечислены решения для предельных режимов распространения радиальной трещины под влиянием жидкости с вязкопластической реологией.

В **заключении** сформулированы основные результаты, полученные в диссертационной работе, приведены рекомендации по их использованию, перечислены возможные направления для будущих исследований в области математического моделирования роста трещины гидроразрыва.

Таким образом, диссертация состоит из трех логических частей, связанных воедино проблемой разработки численных моделей, а также построения аналитических и полуаналитических решений, описывающих эволюцию трещины

гидроразрыва пласта. Диссертационная работа представляет собой цельное и завершенное исследование, выполненное на высоком научном уровне.

В качестве наиболее важных результатов диссертации можно отметить следующие положения:

1. Массообмен между трещиной и пластом, скорость которого зависит от давления внутри канала трещины, способствует формированию зоны циркуляции поровой жидкости вблизи фронта трещины и конечному значению давления жидкости в кончике. При учете анализируемого гидродинамического фактора формируется более короткая и менее раскрытая радиальная трещина по сравнению со случаем закона утечек Картера вследствие большей интенсивности оттока в пласт вдоль основной части трещины. Массообмен, зависящий от давления, оказывает наибольшее влияние на структуру решения вблизи кончика полубесконечной трещины и на характеристики радиальной трещины при больших значениях параметра эффективности.
2. При распространении радиальной трещины гидроразрыва под влиянием «скользящей воды» внутри канала трещины существуют зоны ламинарного и турбулентного режимов течения. Ламинарная область расположена вблизи кончика трещины, и ее длина увеличивается с течением времени. Турбулентное течение реализуется вблизи ствола нагнетательной скважины, оно влияет на характеристики радиальной трещины в этой области в течение начального периода распространения, а утечки в пласт продлевают данное воздействие.
3. При распространении радиальной трещины под влиянием жидкости гидроразрыва с вязкопластической реологией внутри канала трещины формируется недеформируемое ядро, объем которого увеличивается с течением времени. Радиальная трещина имеет меньший радиус и большее раскрытие по сравнению с характеристиками трещины, распространяющейся под влиянием степенной жидкости. Вязкопластическая реология начинает оказывать воздействие на эволюцию трещины по прошествии конечного интервала времени от инициализации.

Все декларированные в диссертации результаты являются новыми. Их достоверность обеспечивается использованием классических законов гидромеханики, линейной теории упругости, линейно-упругой механики разрушения и теории фильтрации. Верификация численных алгоритмов, реализованных в работе, была проведена автором посредством сравнения полученных результатов с известными аналитическими и полуаналитическими решениями, опубликованными в литературе. Полученные новые научные результаты в области математического моделирования роста трещины гидроразрыва представляют не только теоретический интерес, но и имеют практическую ценность. Так, например, разработанные в диссертации модели радиальной трещины могут быть использованы как эталонное решение для верификации численных симуляторов гидроразрыва пласта, а модели концевой элемента могут быть встроены в модели трещин конечной геометрии в качестве критерия распространения.

Работа прошла апробацию на международных и всероссийских конференциях, а также на профильных научных семинарах. Основные результаты диссертации в полной мере отражены в 5 печатных работах, 3 из которых опубликованы в рейтинговых международных журналах, индексируемых системами Web of Science и Scopus.

Содержание диссертации соответствует заявленной специальности 1.1.9 – «Механика жидкости, газа и плазмы», а именно следующим ее направлениям: реологические законы поведения текучих однородных и многофазных сред при механических и других воздействиях; ламинарные и турбулентные течения; течение жидкостей и газов в пористых средах; пограничные слои, слои смешения, течения в следе; точные, асимптотические, приближенные аналитические, численные и комбинированные методы исследования уравнений континуальных и кинетических моделей однородных и многофазных сред; разработка математических методов и моделей гидромеханики. Автореферат отражает все ключевые результаты, полученные в диссертационной работе, и написан доступным языком.

В целом, диссертация написана аккуратно. Однако, имеются замечания:

1. В диссертации утверждается, что впервые произведен учет влияния актуального давления в трещине на скорость массообмена жидкостью с пластом. Это утверждение не вполне точно, т.к. первые авторские решения, учитывающие зависимость оттока жидкости от распределения давления в канале трещины в рамках гипотезы плоских сечений, были получены в работах Ивашнева с соавторами (2003) и Тагировой с соавторами (2007).
2. Графики распределения давления по длине трещины гидроразрыва по мере удаления от носика трещины (рис. 2.3; 2.4; 2.5; 2.6; 2.8; 2.11) на первый взгляд показывают падение давления с ростом продольной координаты, что приводит читателя в состояние когнитивного диссонанса. Только по мере внимательного изучения графиков становится ясно, что на них на самом деле показан рост давления при удалении от носика, но выбрана левая система координат, в которой ось ординат направлена вниз. Ошибки, конечно, нет, но выбор такой системы координат запутывает читателя, учитывая, что на диаграммах остальных фрагментов тех же рисунков использована правая система координат, в которой ось ординат ориентирована вверх.

Вместе с тем, указанные замечания не умаляют значимости диссертационного исследования. Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В.Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует специальности 1.1.9. – «Механика жидкости, газа и плазмы» (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова, а также оформлена согласно требованиям Положения о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова.

Таким образом, соискатель Канин Евгений Алексеевич заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.9. – «Механика жидкости, газа и плазмы».

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук, профессор,  
профессор кафедры газовой и волновой динамики, заведующий лабораторией  
волновых процессов механико-математического факультета, профессор кафедры  
высокопроизводительных вычислений,  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждения высшего  
образования «Московский государственный университет имени  
М.В.Ломоносова»

Смирнов Николай Николаевич

«24» мая 2023 г.

Контактные данные:

тел.: +7 (495) 939-11-90, e-mail: mech.math.msu@inbox.ru

Специальность, по которой официальным оппонентом  
защищена диссертация: 01.02.05 – «Механика жидкости, газа и плазмы»

Адрес места работы:

119991, г. Москва, Ленинские горы, д. 1.

МГУ им. М.В.Ломоносова, механико-математический факультет,  
кафедра газовой и волновой динамики

Тел.: +7 (495) 939-11-90; e-mail: mech.math.msu@inbox.ru

Подпись профессора кафедры газовой и волновой динамики механико-  
математического факультета МГУ им. М.В.Ломоносова Н.Н. Смирнова  
удостоверяю:

декан механико-математического факультета  
МГУ им. М.В.Ломоносова

член-корр. РАН, профессор

«24» мая 2023 г.

А.И. Шафаревич