

ОТЗЫВ официального оппонента
на диссертацию на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
Мещерякова Николая Павловича
на тему: «Теоремы о неперенормировке в $N = 1$ суперсимметричных теориях Янга–Миллса»
по специальности 1.3.3. – «Теоретическая физика»

Диссертация посвящена исследованию бета-функции суперсимметричных калибровочных теорий в четырехмерном пространстве-времени в старших порядках теории возмущений. Как известно, суперсимметрия улучшает ультрафиолетовое поведение, в результате чего бета-функцию, характеризующую логарифмические расходимости, зачастую удается вычислить точно. Например, теория с максимально расширенной суперсимметрией ($N=4$) оказывается конечной, что соответствует нулевой бета-функции, а бета-функция $N=2$ теорий является однопетлевой.

Для моделей с $N=1$ суперсимметрией существует утверждение о точной бета-функции, выдвинутое в работах Новикова-Шифмана-Вайнштейна-Захарова (NSVZ) в 80-е годы. Ими предложена явная формула, связывающая бета-функцию с аномальными размерностями полей материи. Данная формула была получена при исследовании инстантонов в калибровочных теориях, а ее проверка и доказательство по теории возмущений представляют собой весьма нетривиальную задачу. Помимо чисто технических сложностей, возникает более существенный вопрос о зависимости бета-функции и аномальных размерностей (а в итоге и всего NSVZ-соотношения) от используемой регуляризации и схемы перенормировки. Долгие годы данный вопрос оставался неясным. Один из подходов (I.Jack, D.R.T.Jones и др.) связан с переопределением константы связи в каждом порядке теории возмущений так, чтобы NSVZ-соотношение оставалось верным. Очевидно, что такая процедура не является эстетически привлекательной и, кроме того, имеет смысл лишь в «кольце формальных степенных рядов». Иными словами, ряд переопределений кон-

станты связи может оказаться расходящимся, что связано с изменением глобального поведения бета-функции.

При проведении вычислений в достаточно высоких порядках теории возмущений или при построении точных доказательств во всех порядках следует использовать регуляризацию, сохраняющую суперсимметрию и калибровочную инвариантность в явном виде. Одной из немногих таких регуляризаций, если не единственной, является регуляризация при помощи высших производных, предложенная еще в 70-е годы А.А.Славновым. Ее недостатком является техническая сложность правил Фейнмана регуляризованной теории, которая находит отражение и в непосредственных вычислениях. Эти трудности во многом были преодолены в работах К.В.Степаньянца с соавторами, в результате чего удалось получить всепетлевое доказательство NSVZ бета-функции в определенном классе моделей. Важная дальнейшая задача состоит в упрощении доказательства и расширении его на другие классы теорий. Для этого необходимо в первую очередь детально разобрать все шаги общего алгоритма на примерах конкретных теорий в ведущих порядках теории возмущений. Этому и посвящена настоящая диссертационная работа.

Диссертация содержит введение, четыре главы, заключение и приложения, посвященные техническим нюансам вычислений.

Во введении обсуждается общая постановка задачи и указано, что диссертация удовлетворяет требованиям, предъявляемым к подобным работам (новизна, достоверность, значимость и т.п.).

В первой главе описаны рассматриваемые в диссертации $N=1$ суперсимметричные теории поля, а также представлена явная двухпетлевая проверка конечности тройных духово-калибровочных вершин. Утверждение о неперенормировке таких вершин во всех порядках, выдвинутое в работах К.В.Степаньянца, существенным образом упрощает рекуррентную структуру доказательства точной NSVZ бета-функции. С использованием данного свойства NSVZ-соотношение можно перефразировать как утверждение, что бета-функция в произвольном порядке выражается через аномальные размерности полей материи, калибровочного поля и духов в предыдущем порядке (т.н.

«новая форма NSVZ-соотношения»). В оригинальной работе данная теорема о неперенормировке была проверена явным вычислением в однопетлевом приближении. Таким образом, в главе 1 диссертации представлена (существенно более сложная) проверка справедливости теоремы в двухпетлевом приближении.

Одним из основных результатов диссертации является проверка NSVZ-соотношения в трехпетлевом приближении. Для доказательства эквивалентности старой и новой формы соотношения в данном порядке достаточно результатов, полученных в главе 1. Последующие главы в свою очередь посвящены вычислению величин, фигурирующих в NSVZ-формуле: бета-функции и аномальных размерностей полей (соответственно в трех- и двухпетлевом приближении).

В главе 2 описан метод вычисления бета-функции (вообще говоря, в произвольном порядке) с помощью модифицированных вакуумных суперграфов. Несмотря на то что данный метод технически проще прямого анализа функций Грина, в трехпетлевом приближении все же возникает большое количество диаграмм. В связи с этим непосредственно диссертантом рассматривались некоторые из диаграмм, содержащих петлю духов Фаддеева-Попова. Согласно новой форме NSVZ-соотношения, вклады этих диаграмм должны соответствовать слагаемому с аномальной размерностью духов Фаддеева-Попова в правой части. Глава 3 как раз посвящена вычислению аномальной размерности духовых полей и, тем самым, проверке выполнения этой части NSVZ-соотношения.

Наконец, в главе 4 рассмотрен пример абелевой теории — суперсимметричной электродинамики с N_f ароматами. Проведены вычисления трехпетлевых вкладов в бета-функцию от диаграмм, содержащих петлю полей материи, и двухпетлевых вкладов в аномальную размерность полей материи. В результате также установлено выполнение NSVZ-соотношения в соответствующем порядке.

Вычислением других вкладов в бета-функцию (других диаграмм) и проверкой NSVZ-соотношения в других членах занимались соавторы диссер-

танта по совместным публикациям. Это ясным образом указано во введении к диссертации, а также в тексте самой диссертации, и однозначным образом выделяет существенный личный вклад диссертанта в проделанную работу.

Диссертация легко читается, не содержит логических скачков, и в тексте практически отсутствуют опечатки. Автореферат соответствует содержанию диссертации.

Результаты доложены диссертантом на международных конференциях и опубликованы в ведущих международных журналах. Они находятся в полном соответствии с полученными ранее результатами в данном направлении, при этом содержат значимые обобщения и важные проверки общих утверждений на конкретных примерах. Данные результаты, несомненно, являются новыми, а высокий уровень диссертационной работы не оставляет сомнений в их достоверности.

В качестве замечания можно отметить недостаточно полное обсуждение возможных будущих применений полученных результатов и перспектив развития данного направления. Проблематика, связанная с вычислением точных бета-функций, представляет интерес не только в связи с четырехмерными моделями. Например, в контексте теории суперструн принципиальным является вопрос о вычислении бета-функций двумерных сигма-моделей, а особый интерес представляет случай конформных моделей, когда бета-функция равна нулю во всех порядках теории возмущений. Несмотря на долгие годы исследования подобных вопросов, точные результаты здесь также являются исключением. Возвращаясь к четырехмерным моделям, стоит упомянуть, что и здесь конформный случай представляет особый интерес в контексте AdS/CFT-соответствия. С точки зрения калибровочных теорий конформные точки в $N=1$ случае исследовались в работе [R. Leigh, M. Strassler Nucl. Phys. B 447 (1995) 95-136], причем их анализ как раз основан на NSVZ бета-функции. На подобные аргументы опираются известные утверждения о существовании дуальных теорий, например, так называемая «conifold-теория» Клебанова-Виттена. Вероятно, методы, подобные тем, которые развиты

в настоящей диссертации, могут способствовать получению многопетлевых результатов и даже точных доказательств и в этих более сложных случаях.

Вместе с тем, указанные замечания не умаляют значимости диссертационного исследования. Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В.Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует паспорту специальности 1.3.3. – «Теоретическая физика» (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова, а также оформлена, согласно приложениям № 5, 6 Положения о диссертационном совете Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова.

Таким образом, соискатель Мещеряков Николай Павлович заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.3.3. – «Теоретическая физика».

Официальный оппонент:

Доктор физико-математических наук,

Ведущий научный сотрудник отдела теоретической физики

Федерального государственного бюджетного учреждения науки

Математический институт им. В.А. Стеклова Российской академии наук

БЫКОВ Дмитрий Владимирович

14.12.2022

Контактные данные:

тел.: +7 (495) 9848141 доб. 3791, e-mail: bykov@mi-ras.ru

Специальность, по которой официальным оппонентом

защищена диссертация:

01.04.02 – Теоретическая физика

Адрес места работы:

119991, г. Москва, ул. Губкина, д. 8,

Математический институт им. В.А. Стеклова Российской академии наук,

Отдел теоретической физики

Тел.: +7 (495) 9848141; e-mail: steklov@mi-ras.ru

Подпись сотрудника отдела теоретической физики
Математического института им. В.А. Стеклова РАН
Д.В.Быкова удостоверяю:

Ученый секретарь
Математического института им. В.А. Стеклова РАН
К.ф.-м.н.

С.А.Поликарпов

15.12.2022