

## ОТЗЫВ

научного консультанта о диссертации Ю.О. Соляева  
на тему «Неклассические масштабные эффекты в прикладных моделях  
градиентной теории упругости и электроупругости», представленной на  
соискание ученой степени доктора физико-математических наук по  
специальности 1.1.8 – «Механика деформируемого твердого тела»

Работа Ю.О. Соляева посвящена развитию аналитических и численных методов и методов идентификации дополнительных масштабных параметров в градиентных теориях упругости и электроупругости в приложении к описанию масштабных эффектов в композиционных материалах, в тонкостенных элементах конструкций, в образцах с концентраторами напряжений. Рассматриваемые проблемы связаны с уточненным описанием напряженно-деформированного состояния материалов в зонах высокой концентрации напряжений, и они активно изучаются в настоящее время, как в России, так и за рубежом, поэтому актуальность работы не вызывает сомнений.

Работа состоит из введения, пяти глав и заключения. Во введении представлено обоснование актуальности работы и ее новизны, изложены теоретическая и практическая значимость работы, положения, выносимые на защиту. Дано реферативное изложение содержания работы.

В первой главе диссертации приведен детальный обзор работ, связанных с рассматриваемой проблемой, и обоснование выбранных направлений исследований, связанных с описанием известных в экспериментах масштабных эффектов, реализующихся в упругих и пьезоэлектрических материалах и требующих привлечения градиентных теорий.

Во второй главе диссертации представлены формулировки рассматриваемых градиентных теорий и их упрощенные варианты с редуцированным набором дополнительных масштабных параметров в

определяющих соотношениях. Представлена формулировка градиентной теории упругости (ГТУ) в произвольной криволинейной системе координат в терминах ковариантных производных.

В третьей главе диссертации изложены привлекаемые методы построения аналитических и численных решений. Представлены новые варианты записи решения уравнений равновесия в форме Папковича-Нейбера. Получены интегральные формулы Эшелби для общей ГТУ Миндлина-Тупина и для градиентной теории электроупругости (ГТЭ). Представлено доказательство эквивалентности прямых и энергетических методов осреднения в ГТУ. Дана формулировка применяемых численных методов.

В четвертой главе представлены основные результаты, полученные в рамках ГТУ. В том числе представлены новые решения для задач изгиба, на основе которых проведен анализ известных балочных моделей в ГТУ. Дано изложение вариационного подхода к построению корректных градиентных балочных теорий с учетом граничных условий на верхней и нижней поверхностях балки. Представлены решения задач осреднения для композитов со сферическими и цилиндрическими включениями. Проведено сопоставление различных методов осреднения. Исследовано влияние масштабных эффектов на эффективные свойства и параметры концентрации напряжений вблизи включений. Представлены результаты идентификации дополнительных масштабных параметров ГТУ. Представлены решения ГТУ для задач с концентрацией напряжений, включая моделирование размерных эффектов в задачах о трещинах и острых вырезах и новое решение обобщенной задачи Фламана.

В пятой главе диссертации представлены результаты, полученные в рамках ГТЭ, которые обобщают полученные в четвертой главе результаты на связанные пьезоэлектрические эффекты. Представлено новое решение задачи чистого изгиба полосы, которое использовано для тестирования градиентных теорий пьезоэлектрических балок. Путем обобщения предложенного в

четвертой главе вариационного подхода, получена формулировка новой градиентной балочной теории в ГТЭ. Представлены аналитические и численные решения задач осреднения в ГТЭ. Проведен анализ влияния масштабных эффектов, прогнозируемых в ГТЭ для пьезокомпозитных материалов. Предложена корректная динамическая формулировка ГТЭ и построены решения для объемных и поверхностных поперечных электроакустических волн.

В заключении приводятся основные результаты работы.

Полученные в работе Ю.О. Соляева результаты имеют большое теоретическое и прикладное значения и свидетельствуют о высокой научной квалификации автора.

Считаю, что работа Ю.О. Соляева «Неклассические масштабные эффекты в прикладных моделях градиентной теории упругости и электроупругости» на соискание ученой степени доктора физико-математических наук может быть представлена к защите на Диссертационном совете МГУ.011.6 (МГУ.01.14) по специальности 1.1.8 – «Механика деформируемого твердого тела».

Научный консультант,

д.т.н., проф.

Рабочий телефон: +7-495-946-17-66

Адрес электронной почты:

С.А. Лурье

10.10.2022