

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В. ЛОМОНОСОВА  
МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

*На правах рукописи*



**Иванов Олег Олегович**

**РЕЗОНАНСНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ УПРУГИХ  
ТЕЛ С ПОТОКАМИ ЖИДКОСТИ И ГАЗА**

Специальность 1.1.9 «Механика жидкости, газа и плазмы»

**ДИССЕРТАЦИЯ**

на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук

Научные руководители  
д.ф.-м.н., доцент В.В. Веденеев  
д.ф.-м.н., профессор А.Н. Голубятников

Москва — 2023

# Оглавление

Введение . . . . .	4
1 Обзор литературы . . . . .	18
1.1 Обзор работ, посвящённых колебаниям упругого подвешенного цилиндра в потоке жидкости или газа . . . . .	18
1.2 Обзор работ по влиянию податливых покрытий на пограничный слой . . . . .	22
2 Некоторые вопросы техники эксперимента . . . . .	27
2.1 Измерение скорости в пограничном слое моделей в гидродинамической трубе с помощью ЛДИС . . . . .	29
2.2 Методы измерения трения . . . . .	30
2.3 Обобщенный метод Клаузера . . . . .	34
2.4 Измерения плавающим элементом . . . . .	37
2.5 Выводы . . . . .	47
3 Резонансные колебания цилиндра в потоке воздуха . . . . .	48
3.1 Описание эксперимента . . . . .	48
3.2 Коэффициент демпфирования и VIV одиночного цилиндра . . . . .	50
3.3 Цилиндр вблизи пластины конечной длины . . . . .	54
3.4 Выводы . . . . .	64
4 Экспериментальное изучение влияния вязкоупругих покрытий на турбулентный пограничный слой . . . . .	66
4.1 Описание эксперимента . . . . .	66
4.2 Расчет динамической податливости и изменения трения	76
4.3 Испытания по определению силы сопротивления . . . . .	81
4.4 Испытания по определению локального трения . . . . .	84
4.5 Сравнение результатов и обсуждение . . . . .	85

4.6	Выводы . . . . .	89
	Заключение . . . . .	91
	Литература . . . . .	92

# Введение

## Актуальность темы

Задачи взаимодействия упругих тел или конструкций с потоками жидкости и газа важны как с точки зрения развития фундаментальной науки, так и в связи с целым рядом практических приложений. В работе экспериментальными методами изучается две проблемы.

Первая связана с возникновением аэроупругих колебаний упруго закрепленного цилиндра в воздушном потоке и модификации этих колебаний за счет постановки рядом с цилиндром твердых тел. Хорошо известен факт возникновения резонансных колебаний цилиндрических тел в потоке за счет периодического срыва вихрей. В строительных конструкциях, мачтовых, мостовых и трубопроводных системах возникновение колебаний крайне нежелательно, так как это может приводить к накоплению усталостных повреждений и разрушению. С другой стороны, нередко элементам конструкции позволительно совершать колебания ограниченной амплитуды, поэтому важно правильно оценивать амплитуду колебаний плохообтекаемого элемента конструкции, в том числе вблизи других элементов.

Другой важный аспект изучения аэроупругих колебаний связан с разработкой новых методов преобразования энергии движения среды в электрическую. В настоящее время в связи с ограниченностью запасов полезных ископаемых представляется актуальным и необходимым развивать альтернативные источники электроэнергии, которые обеспечивают электропитанием как домохозяйства и города (фермы ветряков), так и небольшие датчики (например, сейсмические, метеорологические и т.д.) и другие маломощные приборы в труднодоступных районах, в том числе в связке с солнечными батареями для диверсификации электроснабжения.

Сейчас активно развиваются электрические генераторы, построенные на новых физических принципах, например, преобразующих энергию колебаний плохообтекаемого тела в потоке жидкости и газа за счет схода вихрей. Классические ветрогенераторные системы не всегда являются оп-

тимальным решением для генерации электроэнергии. Наличие в них движущихся или скользящих частей предполагают регулярное обслуживание. В устройствах, преобразующих резонансные колебания плохообтекаемого тела за счет схода вихрей, в силу отсутствия таких частей не возникает такой проблемы. Это может быть важно при использовании в местах с запыленным воздухом, в пустынях, на арктических территориях. Кроме того, такие устройства достаточно просты, мобильны, такие системы легко масштабируемы, их можно использовать, в том числе, в таких местах, где нет возможности использовать традиционные ветряки. Отметим наличие нескольких разрабатываемыми стартапами и успешно испытанных электрогенерирующих установок Vortex Bladeless и VIVACE, работающих в воздухе и воде, соответственно.

Еще одной важной проблемой для подобных энергетических установок является обеспечение достаточной амплитуды колебаний, причем обычно чем она больше, тем больше эффективность установки. Съём электроэнергии создает дополнительный эффект демпфирования в таких системах, поэтому важно стараться создать новые методы по увеличению амплитуды колебаний в таких системах. Например, известен эффект увеличения амплитуды колебаний и существенного затягивания зоны резонансных колебаний при постановке перед упруго подвешенным цилиндром жесткого цилиндра такого же диаметра [6].

Вторая проблема связана со снижением трения при движении тел (самолетов, кораблей и т.д.) в воде или воздухе. При уменьшении сопротивления, например, контейнеровозов, танкеров и т. д. и самолетов, даже на один процент достигается ощутимый экономический эффект. Сопротивление тел можно разделить на сопротивление формы и сопротивление трения. Оптимизация форм при оценке сопротивления обтекаемых тел, во многом достигла своего потолка, поэтому наиболее перспективным направлением представляется разработка методов для уменьшения трения. Более того, для современных коммерческих самолетов или танкеров сопротивление трения достигает 60% от общего сопротивления, т.е. задача модификации и снижения трения является, безусловно, актуальной. Одним из методов снижения трения является применение вязкоупругих, или податливых,

покрытий. История исследований влияния податливых покрытий на турбулентный пограничный слой и снижение трения началась в 60-х годах XX века с работ М.О. Крамера, который в своих пионерских экспериментах с покрытиями, имитирующими кожу дельфина, получил снижение сопротивления до 60%. Различные независимые группы исследователей после него получали противоречивые результаты по повышению или снижению трения, без какой-либо повторяемости и воспроизводимости результатов. Например, в исследованиях Е. Блика ([15, 76] и др.) было зафиксировано снижение сопротивления до 50%, однако следующие эксперименты на тех же конфигурациях податливых покрытий не подтвердили снижения ([43] и др.). Кроме ошибок в эксперименте, одной из причин неповторяемости можно выделить отсутствие документирования физических свойств использованных покрытий, в том числе при высоких частотах колебаний.

Б.Н. Семеновым была предложена [94] методика для выбора оптимальных податливых покрытий, которые могут дать снижение турбулентного трения. На серии изготовленных согласно его методике монолитных покрытий было получено снижение трения до 18% [65] при испытаниях по буксировке модели катером в озере. Группой К.-С. Чои [64] были поставлены эксперименты с той же моделью и тем же материалом покрытий в гидродинамической трубе в диапазоне скоростей 2–7 м/с, и было получено снижение трения до 7%. Важно что, впервые второй научной группой были подтверждены результаты, демонстрирующие снижение трения податливыми покрытиями.

В связи с появлением новых методов измерения динамических вязкоупругих свойств покрытий, разработанных В.М. Куликом и А.В. Бойко, возможности в исследовании в данной области расширились, и такие исследования получили новое развитие.

Теория В.М. Кулика [69] для нахождения отклика материала на внешнее воздействие (пульсации давления) использует не распространенные простые модели вязкоупругости (обычно - Кельвина-Фойгта), а данные о свойствах материала в зависимости от частоты воздействия, которые находятся экспериментально. Для слоя вязкоупругого материала определенной толщины с известными физическими свойствами после решения динамиче-

ской задачи вязкоупругости определяется нормальная податливость материала (его деформационный отклик на воздействие пульсацией давления) в зависимости от различных скоростей и частот турбулентных пульсаций давления. Созданные колебания поверхности материала создают колебания жидкости с другой фазой, причем если последняя будет противоположна фазе турбулентной пульсации, то произойдет ее гашение, то есть снижение уровня турбулентности и, следовательно, трения. Полагается, что наибольшим этот эффект будет в областях больших значений податливости вязкоупругого материала. Для выбора материала используется методика Б.Н. Семенова [94].

### **Степень разработанности темы.**

Задачи о колебаниях упругого цилиндра обычно рассматривались в постановке изолированного колеблющегося тела [17, 52, 55, 56, 110, 118], колебания вблизи или непосредственно за жестким цилиндром такого же размера [5, 6], вблизи плоскости [23, 106, 112], однако не рассматривались колебания цилиндра вблизи пластин конечных размеров. В задаче о взаимодействии пограничного слоя с вязкоупругим покрытием был достигнут определенный успех в исследовании возможностей затягивания ламинарно-турбулентного перехода [20, 121], но в случае развитого турбулентного случая пока не удалось построить и верифицировать экспериментами теорию для нахождения снижающих сопротивление материалов. Несмотря на имеющиеся на данный момент эксперименты с твердыми монолитными покрытиями, все еще нет систематических экспериментальных результатов для построения полуэмпирической теории взаимодействия [8, 64, 65, 144], и важно проводить множество экспериментов, с отрицательными или положительными результатами по отношению к снижению сопротивления.

## **Цель и задачи работы**

В данной работе были поставлены три **цели**:

1. Исследовать колебания упругого цилиндра вблизи твердых стенок для поиска методов увеличения эффективности ветрогенераторов, основанных на принципе незатухающих самовозбуждающихся колебаний в по-

токе жидкости или газа;

2. Разработать экспериментальные методы измерений по измерению трения и профилей скорости в пограничном слое.
3. На основе гидродинамической трубы создать базу для тестов различных образцов податливых покрытий, проверить теорию, разработанную Куликом, описывающую взаимодействие вязкоупругих покрытий и турбулентного пограничного слоя.

В связи с этим были сформулированы **задачи**:

1. Экспериментально исследовать влияние пластины конечных размеров, расположенной вблизи упругого резинового шнура, на резонансные колебания, происходящие в аэродинамической трубе при малых скоростях воздуха.
2. Исследовать возможность создания весов по типу «плавающего элемента» для измерения трения для существующей модели и минимизировать возможные ошибки измерения. Разработать методы измерения трения на основе ЛДИС-измерений профиля скорости в пограничном слое в гидродинамической трубе.
3. Экспериментально исследовать взаимодействие вязкоупругих покрытий различной толщины из кремнийорганической резины Mold Max 10 на турбулентное трение в пограничном слое в гидродинамической трубе.

## Новизна работы

Задача о колебаниях упруго закрепленного цилиндра вблизи бесконечной плоскости хорошо исследована в связи с приложениями к трубопроводным системам, расположенных на дне моря, но в литературе не встречается анализа влияния конечной пластины или подобных тел на колебания цилиндра. В диссертации рассмотрена новая постановка задачи о влиянии пластины конечной длины на колебания упругого шнура и получен новый результат усиления таких колебаний при их определенном взаимном расположении. В исследовании, связанном с податливыми покрытиями, изуче-



но влияние однослойных монокристаллических вязкоупругих покрытий из кремний-органической резины на турбулентный пограничный слой. Был проведен анализ такого взаимодействия для покрытия, динамические свойства которого были тщательно задокументированы, и больших скоростей потока воды. Для таких достаточно жестких покрытий ранее были сделаны лишь единичные исследования. В то же время, такие покрытия имеют основную перспективу практического внедрения: они стойки к внешним воздействиям (100% модуль упругости порядка  $10^5$  Па), не порождают дополнительных мод неустойчивости [90], сравнительно дешевы в изготовлении. В такие покрытия также могут быть внедрены химически активные компоненты, препятствующие обрастанию корпуса судов. Результаты работы дали подтверждение применимости теории В.М. Кулика [69].

## **Теоретическая и практическая значимость работы**

Результаты работы важны для расширения знаний в классе связанных аэрогидроупругих задач. Новый эффект усиления колебаний цилиндра должен учитываться при проектировании конструкций, т.к. необходимо учитывать большую, чем ранее оценивалось, амплитуду колебаний цилиндра, что скажется в худшую сторону на усталостных характеристиках конструкции. Кроме того, естественно использовать описанный эффект при проектировании малых ветро- или гидроэнергетических установок, преобразующих энергию колебаний в электрическую.

В рамках исследований по податливым покрытиям была отработана методика для тестирования податливых покрытий, была частично подтверждена теория В.М. Кулика, предсказывающая параметры покрытия, при которых его воздействие на турбулентный пограничный слой наиболее эффективно. Хотя полученный экспериментальный результат показал повышение трения, полученные данные могут стать отправной точкой для создания базы данных покрытий и их влияния на турбулентный пограничный слой.

## Методология и методы исследования

Для исследования колебаний упругого шнура вблизи пластины конечной ширины использовались экспериментальные методы: резиновый шнур устанавливался в рабочую часть аэродинамической трубы, скоростной режим контролировался ручным термоанемометром, показания которого были предварительно проверены термоанемометром DISA 56C01 СТА. Для качественного описания колебаний в системе «шнур+пластина» производилась визуализация лазерным ножом (поток засеивался аэрозолем — сценическим дымом), количественное описание колебаний производилось лазерным триангуляционным датчиком высокой точности, частота схода вихрей – термоанемометром постоянной температуры. Для определения коэффициента демпфирования из свободных затухающих колебаний шнура без потока использовалась математическая модель осциллятора с вязким трением.

Исследования взаимодействия податливых покрытий и турбулентного пограничного слоя производились экспериментально в гидродинамической трубе НИИ механики МГУ. Для оценки вклада силы трения на пластинах были численно смоделировано обтекание модели с твердыми гладкими пластинами в гидродинамической трубе на основе RANS-уравнений с моделью турбулентности  $k - \epsilon$  в пакете ANSYS CFX, валидированное экспериментом. Прямое измерение силы сопротивления модели совершалось специально изготовленными однокомпонентными весами, показавшими отличную повторяемость сигнала при тарировках. Измерение осредненной продольной скорости в турбулентном пограничном слое происходило лазерным доплеровским измерителем скорости. Для нахождения локального трения на модели использовался модифицированный метод Клаузера. Численное моделирование обтекания различных конфигураций плавающего весового элемента производилось на основе RANS-уравнений в пакете ANSYS CFX, а подбор жесткости его элементов проводился с использованием численного моделирования нагружения линейно-упругого тела в пакете Abaqus.

## Положения, выносимые на защиту

1. Для колебаний цилиндра вблизи пластины существуют зоны уменьшения и увеличения амплитуды по сравнению с амплитудой колебаний для одиночного цилиндра. Зафиксировано максимальное увеличение амплитуды на 39%.
2. Зона захвата (или синхронизации) частоты сдвигается в сторону больших скоростей и увеличивается в размерах, а частота схода вихрей с цилиндра уменьшается при уменьшении зазора между цилиндром и пластиной.
3. Оптимальное место плавающего элемента весов на экспериментальной модели определяется внешними градиентами давления. Сила, обусловленная давлением за счет неправильного выставления плавающего элемента (незаподлицо), оказывает существенное влияние на измеряемую величину: так, при выступе элемента на 0.5% от толщины турбулентного пограничного слоя ошибка будет составлять порядка 25%. Увеличение зазоров уменьшает скорость роста ошибки как функции от размера выступа плавающего элемента.
4. Использование исследованной силиконовой резины дает повышение сопротивления до 6.5%, измеренного прямым взвешиванием модели с пластинами, а также до 4% при применении модифицированного метода Клаузера к профилям осредненной продольной скорости. Полученные результаты соответствуют предсказаниям теории.

## Степень достоверности и апробация результатов

Достоверность результатов работы обусловлена использованием классических методов исследования в аэрогидродинамическом эксперименте; хорошей согласованностью полученных результатов, полученных лично автором, с данными других ученых в части исследования подобных конфигураций эксперимента; использованием откалиброванных и настроенных измерительных приборов и применения проверенных экспериментальных техник, согласованием численного моделирования и эксперимента.

Результаты диссертационной работы были представлены на следующих

научных семинарах и международных и всероссийских научных конференциях:

1. Семинар по механике сплошных сред под руководством академика РАН А.Г. Куликовского, профессора В.П. Карликова, член-корр. РАН О.Э. Мельника, профессора А.Н. Осипцова.
2. Семинар кафедры газовой и волновой динамики под руководством академика Р.И. Нигматулина, проф. Н.Н. Смирнова, проф. А.В. Звягина.
3. European Drag Reduction and Flow Control Meeting (Рим – 2017, Германия, Бад Херренальб – 2019).
4. European Turbulence Conference (Швеция, Стокгольм – 2017).
5. Всероссийская конференция с международным участием «Современные проблемы механики сплошных сред и физики взрыва» (Новосибирск – 2017)
6. Всероссийская конференция молодых учёных-механиков (Сочи – 2017, 2020, 2021, 2023).
7. Ломоносовские чтения (Москва – 2017, 2019, 2020, 2021)
8. XIV Всероссийская школа-конференция молодых ученых (Новосибирск–Шерегеш – 2020).
9. Конференция-конкурс молодых ученых НИИ механики МГУ (2020).
10. XLVIII International Summer School-Conference «Advanced Problems in Mechanics» (Санкт-Петербург, виртуально – 2020).
11. ASME Pressure Vessels & Piping (виртуально – 2021).
12. XII International Conference on Structural Dynamics (EuroDyn2023) (Делфт - 2023).

Результаты диссертации опубликованы в трех статьях в изданиях, индексируемых в базах данных Web of Science, Scopus [46–48], а также в работах [49–51, 129–136].

## **Структура и объём диссертации**

Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения и списка литературы. Полный объём диссертации составляет 109 страниц, включая

40 рисунков и 1 таблицу. Список литературы содержит 153 наименования.

В Главе 1 дается обзор литературы, состоящий из двух частей: первая посвящена резонансным колебаниям круглого, упруго закрепленного цилиндра в потоке жидкости или газа, вторая – проблеме снижения турбулентного трения вязкоупругими покрытиями и их взаимодействию с пограничным слоем.

В Главе 2 обсуждаются вопросы методики измерений, которые производились в описываемых в диссертации экспериментах. В разделе 2.1 даются результаты применения лазерного доплеровского измерителя скорости (ЛДИС) к измерению скорости и профилей пограничного слоя в гидродинамической трубе. Раздел 2.2 посвящен нахождению локального трения из профиля осредненной скорости турбулентного пограничного слоя модифицированным методом Клаузера. В разделе 2.3 дается изложение особенностей измерения трения с помощью плавающего элемента, а также результаты численного моделирования обтекания базовой модели с весами на основе плавающего элемента, вычислены ошибки измерения трения для различных неправильных расположений элемента.

В Главе 3 излагается суть исследований по аэроупругим колебаниям упругого шнура в потоке воздуха и их модификации с помощью постановки пластины конечной ширины вблизи от шнура. В разделе 3.1 описывается схема экспериментальной установки. Рассматривается обтекание упругого цилиндра – резинового круглого шнура, установленного в центре рабочей части аэродинамической трубы А4 НИИ механики МГУ, имеющей поперечное сечение 500x300 мм, вблизи пластины или без нее. Изначальный диаметр  $D$  (в нерастянутом положении) шнура составляет 6.6 мм, в растянутом – 6 мм, причем для данного растяжения первая собственная частота равна 15.05 Гц. Пластина имеет длину 35 мм и толщину 2 мм, ее передняя и задняя кромки скруглены по эллипсу с полуосями 3 и 1 мм. Характерные резонансные скорости находятся в диапазоне 0.4–0.6 м/с или числам Рейнольдса 180–260. Измерения скорости производились ручным термоанемометром RZ GM8903, амплитуды колебаний – триангуляционным лазерным датчиком модели Riftek RF-603, измерение частоты схода вихрей – термоанемометром постоянной температуры DISA 55DO5 с одно-

ниточным датчиком 55P81. Визуализация производилась лазерным ножом с помощью дымогенератора и скоростной камеры.

В разделе 3.2 описаны результаты, полученные при обтекании одиночного цилиндра. Для него было получено, что относительная амплитуда колебаний  $A_0/D$  достигает максимума 0.3 для значения приведенной скорости  $V_r = V/(fD) \sim 5$ , где  $f$  – частота колебаний цилиндра. Следует отметить, что амплитуда колебаний зависит от конструкционного демпфирования в системе, а также отношения плотности материала цилиндра к плотности воздуха. Сравнение визуализаций течения за упругим осциллирующим и жестким покоящимся цилиндрами не выявило качественных изменений с точностью до небольших искажений вихревой дорожки.

В разделе 3.3 описывается вторая серия экспериментов, в котором в рабочей части аэродинамической трубы была установлена под нулевым углом атаки жесткая металлическая пластина. Для удобства введем систему координат, связанную с задней кромкой пластины (ЗКП):  $S = \text{spacing}$  – смещение центра цилиндра по потоку относительно ЗКП,  $G = \text{gap}$  – величина зазора в поперечном расстоянии между поверхностями пластины и цилиндра. Были произведены измерения амплитуд колебаний цилиндра в зависимости от скорости набегающего потока и взаимного расположения цилиндра и пластины (т.к. от  $S$  и  $G$ ). Если  $S < 0$  (Рис. 5а), что соответствует случаю нахождения цилиндра «над» пластиной, то осциллирующий цилиндр демонстрирует поведение, характерное для исследованных ранее в литературе случаев расположения вблизи бесконечной плоскости, при уменьшении зазора максимальная амплитуда колебаний также уменьшается. В случае, когда центр цилиндра находится в непосредственной близости к ЗКП, наблюдается новое явление – увеличение амплитуды колебаний цилиндра по сравнению с амплитудой одиночного цилиндра. Так для  $S/D = 0.5$  наблюдается увеличение амплитуды для всех зазоров, причем чем меньше  $G$ , тем эффект выражен сильнее. Максимум достигается для точки  $G/D = 0.083$ , где относительное увеличение амплитуды  $(A-A_0)/A$  равно 39.2%. Зона существенного увеличения амплитуды колебаний локализована, при фиксировании зазора  $G/D = 0.5$  видно, что в районе задней кромки существует максимум по достигаемой амплитуде. Еще одним важным обнаруженным

эффектом является нахождение сдвига диапазона синхронизации в сторону больших скоростей, а также отклонением частоты схода вихрей от закона Струхалия. При  $S < 0$  этот эффект не столь выражен, как для  $S > 0$ , для которых он существенен. Это может быть важно при проектировании ветрогенераторов или конструкций, в которых, например, тросы, ванты, колонны могут располагаться вблизи от края стены, скалы, т.к. диапазон желаемых или, наоборот, нежелательных колебаний будет располагаться при других скоростях, если пользоваться теорией для изолированного цилиндра.

Если свести все результаты измерений максимальных амплитуд колебаний при различных  $S$  и  $G$  в единый график, то становится видно, что существует достаточно протяженная область, где колебания ощутимо интенсивней, чем колебания одиночного цилиндра.

Серьезное влияние пластина оказывает на характер вихревой дорожки. При больших  $G/D$  со шнура сходит вихревая дорожка Кармана, шнур практически не оказывает влияния на след пластины, и тот остается ламинарным и не разрушается на протяжении  $20D$  вниз по потоку от ЗКП. При  $G/D \sim 1$  вихревая дорожка со шнура разрушает след пластины и образует цуг вихрей Кельвина-Гельмгольца (КН), и при каждом цикле колебаний в поток сходит 2 вихря  $S$  с цилиндра и один вихрь КН. При уменьшении зазора  $G/D$  ближний к пластине вихрь, срывающихся с цилиндра, ослабевает и при  $G/D < 0.3$  исчезает. В этом случае шнур и цилиндр обтекаются уже как единое тело, каждый период следа формируется одним вихрем кармановской дорожки  $S$  и одним вихрем КН. При измерении частоты схода вихрей с цилиндра было отмечено, что частота перестает подчиняться закону Струхалия  $St = 0.2$  и уменьшается при уменьшении зазора, причем это верно как для твердого цилиндра, так и для упругого.

Глава 4 посвящена проблеме снижения трения в турбулентном пограничном слое вязкоупругими покрытиями и проведенным автором экспериментам в гидродинамической трубе.

В разделе 4.1 дано описание экспериментальной установки, тестовой модели и тестовых пластин. Эксперименты проходили в гидродинамической трубе НИИ механики МГУ с рабочей частью длиной 2000 мм и сечением

1000x120 мм. Модель имела форму двумерного симметричного крыла длиной 1190 мм, шириной 100 мм и высоту 119 мм. На плоской секции модели возможно было закреплять по две тестовые пластины размером 300x119 мм с каждой стороны. В экспериментах изучалось влияние кремнийорганической резины Mold Max 10 на изменение трения. Резиновый слой пластин имел толщину 4, 6, 8 и 10 мм, зависимости модуля упругости и коэффициента потерь от частоты возмущения для данного материала были ранее измерены и задокументированы.

В разделе 4.2 дано изложение предсказаний теории В.М. Кулика [69] для данного материала покрытий. Типичная картина значения податливости, т.е. деформационного отклика на воздействие пульсацией давления, приведена в зависимости от частоты пульсаций давления и скорости внешнего потока. Видно, что область наибольшего взаимодействия потока и покрытия находится при скоростях более 15 м/с: в районе 17.5 м/с идет взаимодействие по широкому диапазону частот (назовем режим «широкополосным»), а при скоростях более 20 м/с наблюдается резонансное взаимодействие («резонансный» режим): податливость достигает наибольших значений для частот порядка 800—900 Гц. Отметим, что теория не дает предсказания, какого качества будет взаимодействие: оно может приводить как к снижению трения, так и к повышению, показать действительный его характер должен эксперимент или усовершенствованная теория.

В разделе 4.3 описаны эксперименты, в которых с помощью однокомпонентных тензометрических весов находилась сила сопротивления модели, имеющей форму симметричного крыла. Для определения вклада сил трения на тестовых пластинах в силу общего сопротивления была проведена серия численных моделирований течения в гидродинамической трубе с установленной моделью, откуда было получено, что для скоростей 5–20 м/с этот вклад составляет около 19%. Поэтому, например, снижение трения на пластинах в 5% приведет к соответствующему изменению на 0.95% в полной силе сопротивления.

Были произведены тесты на скоростях воды 7–15 м/с (соответствующие числа Рейнольдса, рассчитанные по длине модели, равны  $(7.3 - 15.7) \cdot 10^6$ ) с пластинами с покрытиями и эталонными металлическими пластинами.



Результаты этих тестов показывают увеличение безразмерного коэффициента трения  $C_x = 2F / (\rho v^2 S)$  ( $S$  – площадь миделевого сечения модели) — 2 – 6.5%.

Раздел 4.4 посвящен измерениям лазерным доплеровским измерителем скорости (ЛДИС). Определялись профили продольной скорости турбулентного пограничного слоя над тестовыми пластинами, из которых с помощью модифицированного метода Клаузера [91] определялись коэффициенты локального трения. На носу модели на расстоянии 29 мм от кромки носа предварительно была закреплена эпоксидным пластилином по всей своей длине турбулизирующая проволока диаметром 1 мм для того, чтобы получить развитый турбулентный пограничный слой над второй тестовой пластиной. Измерения пограничных слоев происходили в точках  $x=358, 458, 558$  мм от кромки первой тестовой пластины (или 594, 694, 794 мм от турбулизатора). Преимущественно измерения были сделаны в первой точке, т.к. в ее окрестности градиент давления наиболее мал (безразмерный градиент давления  $\delta^* \nabla p / \tau$ , где  $\delta^*, \tau$  – толщина вытеснения пограничного слоя и осреднённое трение на стенке, соответственно, имеет порядок  $5 \cdot 10^{-2}$ ). Для нахождения локального трения использовался метод Клаузера, а именно, минимизировалась ошибка между профилем скорости Маскера и экспериментальными точками. Константы логарифмического закона  $k, B$  принимались равными 0.41 и 5, соответственно. Полученные коэффициенты трения  $\Sigma_x$  для покрытий различной толщины в зависимости от числа Рейнольдса, вычисленного по толщине потери импульса, оказались больше референсных значений для твердой гладкой стенки на 1–4%.

В разделе 4.5 сравниваются результаты двух этапов измерений, обсуждается их взаимосвязь с теоретическими предсказаниями. В проведенных экспериментах удалось достичь скоростей, захватывающих начало «широкополосного» режима взаимодействия. Было обнаружено существование такого взаимодействия: измерения трения, проведенные первым и вторым способом, дают одинаковый результат – повышение трения. Можно утверждать, что получено согласие между теорией и экспериментом.

# 1 Обзор литературы<sup>1</sup>

Глава представляет собой обзор литературы и состоит из двух частей. Первая часть посвящена работам, связанным с динамикой упругого круглого цилиндра в потоке жидкости или газа. Вторая часть посвящена вопросам управления пограничным слоем и снижением турбулентного трения в нем с помощью податливых покрытий и других методов.

## 1.1 Обзор работ, посвящённых колебаниям упругого подвешенного цилиндра в потоке жидкости или газа

Явление самоподдерживающихся колебаний упругого или упруго подвешенного твердого, плохо обтекаемого тела в потоке жидкости или газа, известное в литературе как колебания, вызванные сходом вихрей (vortex-induced vibrations, VIV), могут наблюдаться во многих конструкциях: дымовых трубах, подводных трубопроводах, райзерах и т.д. [83,126]. Когда частота схода вихрей с плохо обтекаемого тела становится близкой к одной из его собственных частот, возникает явление резонанса: на тело действует периодическая сила, обусловленная сходом вихрей, раскачивающая тело преимущественно в перпендикулярном к потоку направлении. VIV возникают в определенном диапазоне скоростей, который называется диапазоном синхронизации (synchronization range) или захвата частоты (lock-in range), где частота схода вихрей, как и частота колебаний, перестает подчиняться закону Струхалия и достаточно близка к собственной частоте колебаний тела. Важно уметь определять условия возникновения VIV и их амплитуду, т.к. они могут приводить к накоплению усталостных деформаций вплоть до разрушения конструкции. В то же время это явление можно использовать и во благо: с помощью колебаний некоторого тела можно отбирать энергию движения воды или воздуха и преобразовывать механическую энергию

---

<sup>1</sup>При подготовке данной главы диссертации использовались следующие публикации автора, в которых, согласно «Положению о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова», отражены основные результаты, положения и выводы исследования: [46, 47].

VIV в электрическую, т.е. создать ветроэнергетическую установку на данном принципе.

Исследования VIV имеют долгую историю. Первые классические эксперименты были проведены в исследовании [29], проводившим испытания поперечных колебаний упруго закрепленного цилиндра в аэродинамической трубе. Были обнаружены две ветви (позже названные *нижней* и *начальной* ветвями) резонансного отклика, связанные петлей гистерезиса. Работы [17] и [56] объяснили скачки амплитуды колебаний перестройкой следа за колеблющимся цилиндром. В [110] было обнаружено два регулярных режима срыва вихрей для свободно колеблющегося цилиндра:  $2S$ , когда за цикл сходит два одиночных вихря, и  $2P$ , когда за цикл сходит две пары вихрей. Последующие исследования [55, 56] показали, что существует другая ветвь для более низкого безразмерного коэффициента масс (отношения массы цилиндра к массе вытесняемой жидкости), которая была названа *верхней*. Она соответствует большим амплитудам колебаний (почти одному диаметру цилиндра  $D$ ).

В работе [118] численно показано, что учёт продольной степени свободы к цилиндру увеличивает максимальную амплитуду по сравнению с колебаниями при одной степени свободы. В качестве наглядного подтверждения этого вывода была обнаружена [52] *сверхверхняя* ветвь для колебаний цилиндра с двумя степенями свободы при коэффициенте масс менее 6: амплитуда колебаний составила около  $1.5D$ , а за цикл движения тела сходят две тройки вихрей (называемые режимом 2). Более подробную информацию о явлениях VIV для различных типов одиночных колеблющихся цилиндров (гибких, конических, эллиптических и т. д.) можно найти в [85], [93], [109], [10], [70] и в книгах [83] и [101].

Известно, что близость плоской жесткой границы существенно меняет течение вблизи жесткого цилиндра. Важными становятся отношение зазоров  $G/D$  и относительная толщина пограничного слоя  $\delta/D$  (или профиль скорости, если цилиндр погружен в пограничный слой). В [11] было исследовано обтекание неподвижного кругового цилиндра вблизи плоской границы. В этой работе были получены распределения давления по цилиндру и плоскости и характеристики течения для зазоров от 0 до  $3.5D$ , а также

обнаружен эффект подавления одно из вихрей дорожки для  $G/D < 0.3$ . Обтекание цилиндра вблизи плоскости, находящегося в ламинарном пограничном слое, исследовалось [88] с помощью трассерной визуализации частиц (PIV). Было получено, что регулярное вихреобразование существует только при  $G/D \geq 0.5$ , однако при меньших отношениях зазоров наблюдалась периодичность течения (без попарного схода вихрей). Аналогичный порог был получен [75] с помощью измерений PIV: регулярное и попеременное вихреобразование подавляется при  $G/D < 0.5$ , но основная частота схода вихрей может быть обнаружена вплоть до  $G/D = 0.3$ . Влияние пограничного слоя на срыв вихрей с неподвижного цилиндра было исследовано в работах [40] и [73].

Исследования VIV цилиндра вблизи плоскости, как для случая одной степенями свободы, так и для случая двух степеней свободы, показывают усложнение течения из-за близости границы. Можно ожидать, что наличие плоской границы будет подавлять VIV из-за подавления вихреобразования, как это происходит для неподвижного цилиндра. Однако Фредсо с соавторами [31] обнаружил, что «односторонняя» амплитуда колебаний и соответствующий диапазон синхронизации приведенных скоростей  $V_r = V/(f_N D)$  ( $V$  – скорость набегающего потока, а  $f_N$  – собственная частота колебаний цилиндра) увеличиваются с уменьшением зазора. В исследовании [112] были получены аналогичные результаты: амплитуда была почти постоянной для конечных значений зазоров и достигала максимального значения при минимальном измеренном зазоре  $G/D = 0.06$ . Установлено, что для малых зазоров ( $G/D = 0.06$  и  $0.3$ ) частоты колебаний  $f/f_n$  заметно больше, чем для других зазоров при одинаковых скоростях. Ванг и др. [106] наблюдал уменьшение амплитуды  $A$  с уменьшением коэффициента зазора, но дальнейшее увеличение  $A$  при  $G/D \leq 0.15$  из-за эффекта обратного отскока. В работе [113] исследованы VIV в диапазоне отношения зазоров 0.05–1.5 и обнаружил похожее, но строго монотонное поведение амплитуды для всех  $G/D$ . При численном моделировании колебаний цилиндра с 2 степенями свободы авторы работ [116] и [23] изучили эффект отскока колеблющегося цилиндра и обнаружили интенсивные VIV и вихреобразование для очень малых отношений зазоров ( $G/D = 0.002$ . и  $0.06$  соответственно). Наблю-

дались разные режимы вихревого следа:  $(2S, 2P)$  [23] и  $(2S, 2P, 2T)$  [116] для разных диапазонов приведенных скоростей. Важно отметить, что во всех рассмотренных исследованиях, независимо от изменения амплитуды «односторонних» колебаний, средняя амплитуда цилиндра вблизи жесткой границы была меньше, чем у одиночного цилиндра. Локальное увеличение «односторонней» амплитуды для малых отношений зазоров, наблюдаемое в [31], [112], [116] и [23], соответствует большой «положительной» амплитуде  $A^+$  (цилиндр движется из положения равновесия в сторону от границы), но меньшая «отрицательная» амплитуда  $A^-$  (цилиндр движется из положения равновесия в сторону границы), которая была примерно равна размеру зазора, а средняя амплитуда  $A_{mean} = (A^+ + A^-)/2$  всегда меньше амплитуды  $A_0$  для одиночного цилиндра.

Отметим также работы по изучению поведения цилиндров и призм малого удлинения на упругих подвесах [147, 149, 150], которые могут возникать, например, при транспортировке грузов по воздуху, или в задачах ветроэнергетики.

В последние десятилетия интенсивно исследуется применение VIV для отбора энергии из потоков жидкости или газа. Существует множество концепций устройств с телами, колеблющихся в движущейся жидкости, например, машущие пластины или крылья, вибрирующие консольные пластины, упруго закрепленные цилиндры и тросы. В зависимости от величины амплитуды колебаний для преобразования механической энергии в электрическую используются индукционные катушки и магниты, а также емкостные или пьезоэлектрические преобразователи [74]. Следует отметить один из концептов такой энергоустановки, VIVACE [14], основанный на колебаниях упруго установленного цилиндра в воде, который показал эффективность при генерации электрической энергии.

Проблема повышения эффективности ветро- и гидроэнергетических установок очень актуальна. Извлечение энергии из потока приводит к дополнительному демпфированию в колебательной системе, в результате чего исследователи сталкиваются с важной проблемой поиска способа интенсификации колебаний, поскольку устройство VIV может генерировать большую мощность в большем диапазоне рабочих скоростей, если амплитуда

колебаний тела увеличивается. Одним из способов увеличения амплитуды VIV является размещение жесткого цилиндра того же диаметра перед цилиндром с упругой опорой. В этом случае диапазон значимой амплитуды колебаний ( $A/D \sim 1$ ) расширяется и амплитуда монотонно возрастает с уменьшением роста скорости [5, 6]. В данной работе обнаружен новый эффект усиления амплитуды колебаний: амплитуда колебаний упругого цилиндра, расположенного вблизи задней кромки жесткой пластины конечных размеров, заметно больше, чем у одиночного цилиндра, что может быть использовано для увеличения эффективности ветрогидрогенераторов.

## **1.2 Обзор работ по влиянию податливых покрытий на пограничный слой**

Проблема снижения сопротивления движению тел в жидкости и газе является одной из центральных с точки зрения приложений к движению судов, самолетов, поездов и автомобилей, транспортировке воды, нефти и других углеводородов и т.д. Результат применения новых достижений в этой области приводит в первую очередь к лучшим экономическим показателям работы транспортной системы или средства передвижения: определенный объект может двигаться с той же скоростью, что и ранее, но с меньшими энергетическими затратами. Сопротивление тела принято разделять на сопротивление формы и сопротивление трения. Сопротивление формы обычно достигается оптимизацией обводов тела, и в связи с широким применением численных методов во многих отраслях были достигнуты значительные результаты в этом вопросе. И сейчас на современных судах, танкерах или самолетах наиболее существенным и привлекающим внимание исследователей становится сопротивление трения, на долю которого может приходиться от 50 до 70% от общего сопротивления. Дальнейшее уменьшение сопротивления тел возможно либо за счет использования качественно новых приемов, позволяющих в первую очередь уменьшить другие, отдельно обособляемые источники сопротивления (как винглеты для самолетов или бульб для танкеров, уменьшающие индуктивное или волновое сопротивле-

ние, соответственно), а также силу вязкого сопротивления жидкости или газа при движении в них тела.

Существует достаточно много способов влияния на структуру пограничного слоя и снижения трения, и их удобно классифицировать [138] на пассивные и активные по необходимости затрачивать дополнительную энергию для получения положительного эффекта. К активным относятся следующие методы:

- *Постоянный или периодический вдув и/или отсос*, которые можно использовать как для управления турбулентностью в пограничном слое [53, 84, 139, 140], так и для контроля за отрывом на криволинейных поверхностях – крыльях [35], автомобильных обводах [100] и т.д.
- *Поперечная осцилляция* поверхности тела [9, 63, 71]. Данный метод позволяет достичь большого снижения трения ( $\sim 50\%$ ) для определенных частот колебаний стенки, однако учет энергии, необходимой для осуществления колебаний, приводит к более скромным итоговым оценкам эффективности (5-7%).
- *Добавление полимерных соединений* в пограничный слой движущегося тела в воде [152] или в трубопроводных [104, 124] в т.ч. отопительных системах приводит к снижению затрат на движение или перекачку жидкости до 80%. В случае, например, транспортировки нефти добавление полимерных добавок активно используется почти на всех этапах добычи и транспортировки нефти [124].
- *Добавление микропузырьков* в пограничный слой в воде приносит ряд изменений в течение в пограничном слое, различных пузырьки могут взаимодействовать как с малыми, так и с большими вихрями в пограничном слое, локально уменьшать среднюю плотность потока. Потенциальное снижение трения на стенке тела может достичь 80% [78, 148]
- *DBD-актуаторы* используются для гашения волн неустойчивости и затягивания ламинарно-турбулентного перехода [42, 120] или контроля отрыва [107].

- *Локальный нагрев поверхности стенки* может приводить к осязательному смещению ламинарно-турбулентного перехода вниз по потоку и снижению общего трения пластины [137, 146].

К пассивным методам относят:

- *Структурированные шероховатости (риблеты)* [38, 62, 105] – продольные микроканавки, толщина которых сравнима с толщиной вязкого подслоя и которые могут давать снижение турбулентного трения, например, до 7% для V-образной формы канавок [12].
- *Устройства разрушения вихрей (УРВ)*, в английской терминологии Large Eddy Breakup Device (LEBU), представляющие собой тонкие пластинки, располагающиеся во внешней зоне пограничного слоя и предназначенный для разрушения самых крупных энергонесущих вихрей. В зоне за пластинкой на стенке трение заметно падает и восстанавливается на достаточно больших расстояниях от места установки УРВ. По этому методу накоплен достаточно большой объем данных, который достаточно противоречив [2, 138], и в первую очередь это связано с неточными замерами вклада самого УРВ в общее сопротивление. Последние численные работы исследователей из КТН (напр., [21, 24]) показали, что данный метод не дает выигрыша в общем сопротивлении.
- *Супергидрофобные поверхности* [27, 92, 103] используются для снижения трения для протекающих жидкостей в закрытых или открытых каналах (в т.ч. в виде капель) и представляют собой текстурированную поверхность, впадины которой заполнены пузырьками воздуха. За счет попеременного контакта жидкости то с твердой стенкой, то с газовым пузырем в среднем наблюдается существенное снижение трения.
- *Податливые, или вязкоупругие, покрытия* – метод пассивного управления ламинарным или турбулентным пограничным слоем, который более подробно рассмотрим ниже.

Исследования возможностей воздействия на поток с помощью вязкоупругих покрытий делятся уже более полувека, и нашли свое отражение



в обзорах [18, 33, 36, 37]. Интерес к податливым покрытиям возник в середине прошлого века в связи с работами М.О. Крамера. Он задался вопросом, почему дельфины могут следовать за быстро плывущим океанским лайнером, и выдвинул гипотезу, что их кожа обладает особыми свойствами, позволяющими серьезно уменьшать гидродинамическое сопротивление. Для исследования данного вопроса он изготовил покрытия, имитирующие кожу дельфина. В своих экспериментах [58–61] с буксировкой моделей за катером Крамер получил очень большие снижения трения, вплоть до 60%.

Различные группы получали противоречивые результаты по повышению или снижению трения, без какой-либо повторяемости и воспроизводимости результатов независимыми исследователями. Например, в исследованиях Е. Блика [15, 16, 76] было зафиксировано снижение сопротивления до 50%, однако в следующих экспериментах на тех же конфигурациях податливых покрытий не подтвердилось снижения [43, 77]. В работах [43, 77] также указали на возможные источники ошибок в экспериментах Блика. Кроме ошибок в эксперименте, одной из причин неповторяемости можно выделить отсутствие документирования физических свойств использованных покрытий либо их частичное документирование, в том числе при высоких частотах колебаний. Демонстрируя сложность исследований с податливыми покрытиями Гад-эль-Хак [34] в своем обзоре приводит цитату из [77], в которой утверждается, что неповторяемость результатов есть наиболее заметная черта исследований с податливыми покрытиями.

Определенный успех был достигнут в экспериментах с податливой поверхностью по затягиванию точки перехода от ламинарного режима течения к турбулентному [20]. В работах [13, 72] была показана принципиальная возможность затянуть ламинарно-турбулентный переход с помощью вязкоупругих покрытий. Последующие теоретические [19] и экспериментальные [39] работы показали, что покрытия Крамера могут затягивать переход. Для достаточно однородных жестких покрытий также было показано [121], что такие покрытия могут как приблизить, так и затянуть ламинарно-турбулентный переход. Аналогичный вывод был сделан для двухслойных покрытий [125]. Отметим особенность последних двух работ: в них учитывались реальные данные о вязкоупругих материалах, измерен-

ные в рамках того же исследования. Задача об устойчивости пограничного слоя при наличии градиента давления в потоке была рассмотрена в [119], где также было показано на возможность существенного затягивания перехода к турбулентности.

Задача о снижении трения в развитом турбулентном пограничном слое гораздо сложнее, существенно нелинейна и не может решена теми же методами, что применяются при анализе устойчивости ламинарного пограничного слоя над вязкоупругим покрытием. Для этого необходимо обращаться либо к прямому численному моделированию [32, 57], либо к упрощенным методикам. Так Б.Н. Семеновым была предложена [94] методика для выбора оптимальных податливых покрытий, которые могут дать снижение турбулентного трения. На серии изготовленных согласно его методике монолитных покрытий было получено снижение трения до 18% [65] при испытаниях по буксировке модели катером в озере. Группой К.-С. Чои [64] вместе с В.М. Куликом и Б.Н. Семеновым были поставлены эксперименты с той же моделью и тем же материалом покрытий в гидродинамической трубе в диапазоне скоростей 2–7 м/с, и было получено снижение трения до 7%. Что важно, впервые второй научной группой были подтверждены результаты, демонстрирующие снижение трения податливыми покрытиями. Недавние исследования в гидродинамической трубе с жесткими однослойными [144] и [144] двухслойными покрытиями показали снижение сопротивления при больших ( $>15$  м/с) скоростях потока.

Ряд недавних исследований [41, 45, 117] был проведен с использованием современного оборудования, в которых удалось зафиксировать пространственную картину распространения деформаций вязкоупругого покрытия при различных скоростях течения.

## 2 Некоторые вопросы техники эксперимента<sup>1</sup>

При описании пристенных течений принято результаты представлять в безразмерном виде, т.к. в таком случае из них можно получить некоторые универсальные закономерности, присущие данному явлению или течению. Для ламинарного течения жидкости вдоль полубесконечной пластинки нетрудно получить соответствующую постановку [151]: переходя от уравнений Навье-Стокса к уравнениям Прандтля, приходим к задаче Блазиуса для определения профиля продольной скорости  $u(y)$ , который является универсальным для безградиентного течения в переменных Блазиуса:

$$u = U_\infty f'(\eta), \quad \eta = \frac{y}{\sqrt{\frac{\nu x}{U_\infty}}}, \quad (2.1)$$

где  $U_\infty$  – скорость набегающего потока,  $x$  – продольная координата,  $\nu$  – кинематическая вязкость среды, а функция  $f'(\eta)$  определяется из решения соответствующей краевой задачи.

Такое масштабирование при обработке экспериментальных профилей ламинарного пограничного слоя приводит к «схлопыванию» всех кривых в единую, отвечающую универсальному профилю Блазиуса. В случае ускоряющихся или замедляющихся по степенному закону (например, при натекании равномерного потока на клин) течений можно получить аналогичную постановку задачи, приводящую к классу решений Фолкнера-Скана [153], обезразмеривание в которых происходит аналогично.

Для турбулентных течений использование  $U_\infty$  и  $\nu$  в качестве определяющих параметров для масштабирования уже не дает желаемого результата, поэтому в качестве масштаба скорости вводится динамическая скорость  $u_\tau = \sqrt{\tau/\rho}$ , где  $\tau$  – трение на стенке,  $\rho$  – плотность среды. Более того, чтобы описать всю зону в пристеночных течениях обычно выделяют внутреннюю область течения, в которой осредненная продольная скорость

---

<sup>1</sup>При подготовке данной главы диссертации использовались следующие публикации автора, в которых, согласно «Положению о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова», отражены основные результаты, положения и выводы исследования: [50, 122, 123].

имеет вид

$$u^+ = u/u_\tau = \tilde{f}(u_\tau, \nu, y) = f(y^+), \quad y^+ = \frac{u_\tau y}{\nu}, \quad (2.2)$$

где  $y$  – расстояние до стенки, а индексом «плюс» обозначены так называемые пристенные координаты, и внешнюю, или следовую, область, для которой нередко рассматривают профиль скорости в виде его дефекта

$$\frac{U_\infty - u}{u_\tau} = g(y/H), \quad (2.3)$$

где  $H$  – радиус трубы, полуширина канала или толщина пограничного слоя, в зависимости от постановки задачи.

Для любого турбулентного пограничного слоя внутренняя часть будет одинакова. В ней выделяют:

1. ламинарный, или вязкий, подслой, толщина которого составляет 5 вязких единиц ( $0 < y^+ < 5$ ) и в котором осредненная скорость распределена линейно –  $u^+ = y^+$ ;
2. Буферный подслой, расположенный при  $5 < y^+ < 50$ , в котором предполагается максимум пульсаций продольной скорости.
3. Логарифмический подслой, в котором скорость распределяется по логарифмическому закону

$$u^+ = \frac{1}{k} \ln y^+ + B, \quad (2.4)$$

где  $k$  – постоянная Кармана,  $B$  – свободный коэффициент. Интересен тот факт, что данный подслой соответствует и внешней, и внутренней области подслоя, т.е. для  $\nu/u_\tau \ll y \ll H$ , а логарифмическую зависимость (2.4) можно получить из вида скоростей для внутренней (2.2) и внешней (2.3) областей как условие сращивания. Протяженность этой области зависит от числа Рейнольдса, и наиболее хорошо различима для больших  $Re$ .

4. Внешняя часть, для описания которой используют функцию отклоне-

ния профиля от логарифмического закона  $W$  [26]

$$u^+ = \frac{1}{k} \ln y^+ + B + \frac{\Pi}{k} W(y/\delta),$$

где  $\Pi$  – константа. Более согласующийся с экспериментами вид функции  $W$  в виде алгебраического выражения дан в [22].

В следующем разделе обсуждается вопрос о том, как возможно произвести измерения профиля скорости в пограничном слое модели, помещенной в поток жидкости.

Внутренняя часть турбулентного пограничного слоя включает в себя слои 1, 2 и 3, а внешняя – 3 и 4.

## 2.1 Измерение скорости в пограничном слое моделей в гидродинамической трубе с помощью ЛДИС

Измерения скорости в гидродинамической трубе затруднены в силу необходимости обеспечивать герметичность контура, а в случае имеющейся в Институте механики МГУ установки еще и малым пространством рабочей части и небольшим количеством сервисных отверстий. Поэтому контактные способы измерения неудобны и затруднительны. Для расширения возможностей по проведению гидродинамических экспериментов был закуплен лазерный доплеровский измеритель скорости (ЛДИС) ЛАД-06. У данного прибора блок излучения и фотоприемник совмещен в одном устройстве, что делает его крайне удобным для измерений скоростей жидкости и газа в стесненных лабораторных условиях. Характеристики ЛДИС ЛАД-06 следующие:

Диапазон измеряемых скоростей:  $\pm (0.05...100)$  м/с.

Погрешность измерения средней скорости:  $\pm 0.5\%$ .

Шаг координатно-перемещающего устройства: 0.025 мм.

Размер измерительного объема – 0.05 x 0.05 x 1 мм.

Фокусное расстояние выходного объектива: 0.25 м.

Длина волны лазерного излучения: 660 нм.

Для функционирования ЛДИС необходимо засеивать поток светоотражающими частицами, однако оказалось, что естественного загрязнения, что имеется в водопроводной воде и уже в гидродинамической трубе достаточно для успешной работы и фиксации от 100 до 4000 мгновенных скоростей в секунду.

Апробация прибора происходила на измерении пограничного слоя на клине очень малого раствора, имитирующего пластину [122]. Измерения показали необходимость в более подробном измерении скорости ближе к стенке, в связи с чем было осуществлено обновление системы, уменьшившее шаг перемещения со 100 до 25 мкм.

Измерения турбулентного пограничного слоя, сделанные на модели, на которой испытывались податливые покрытия (Раздел 4.1), приведены на Рис. 2.1, приведенные в переменных закона стенки [153] – на Рис. 2.2. Форма данных зависимостей достаточно типична. Отметим, что на левом рисунке Рис. 2.2 несколько точек слева не ложится на кривую. Это связано с тем, что масштабы  $y^+$  в данной точке становятся меньше измерительного объема, что выливается в ухудшении разрешения. В проведенных экспериментах с турбулентными пограничными слоями нечасто удавалось измерить одну точку в вязком подслое, а обычно первая точка лежала уже в буферном подслое.

Сравнение получаемых данных с известными данными в рамках диагностического графика (diagnostic plot) [1], показало неплохое качество получаемых данных по профилям пограничного турбулентного слоя.

## 2.2 Методы измерения трения

Измерения трения локально (в некоторой точке) или на определенной площади дают крайне важную информацию о состоянии пограничного слоя и влиянии потока жидкости или газа на тело в целом. Как было показано выше, невозможно правильно провести обезразмеривание, не зная динамическую скорость и трение на стенке.

Рассмотрим кратко основные методы измерения трения. Их можно разделить на две категории: прямые и косвенные. К прямым методам относится измерение трения с помощью весов, или весовых элементов. Они обыч-

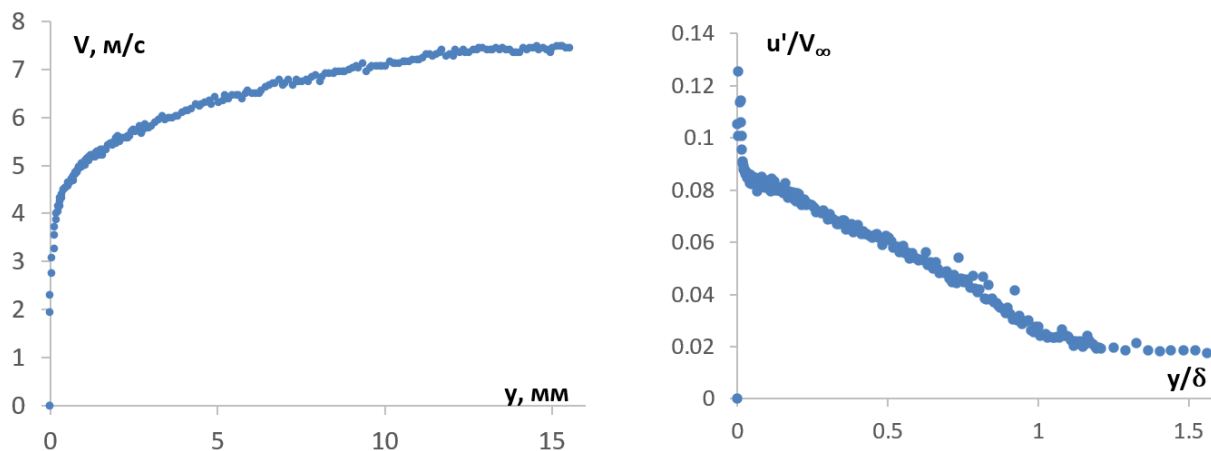


Рис. 2.1: Профиль осредненной продольной скорости (слева) и ее пульсации (справа).  $\delta$  – толщина пограничного слоя.

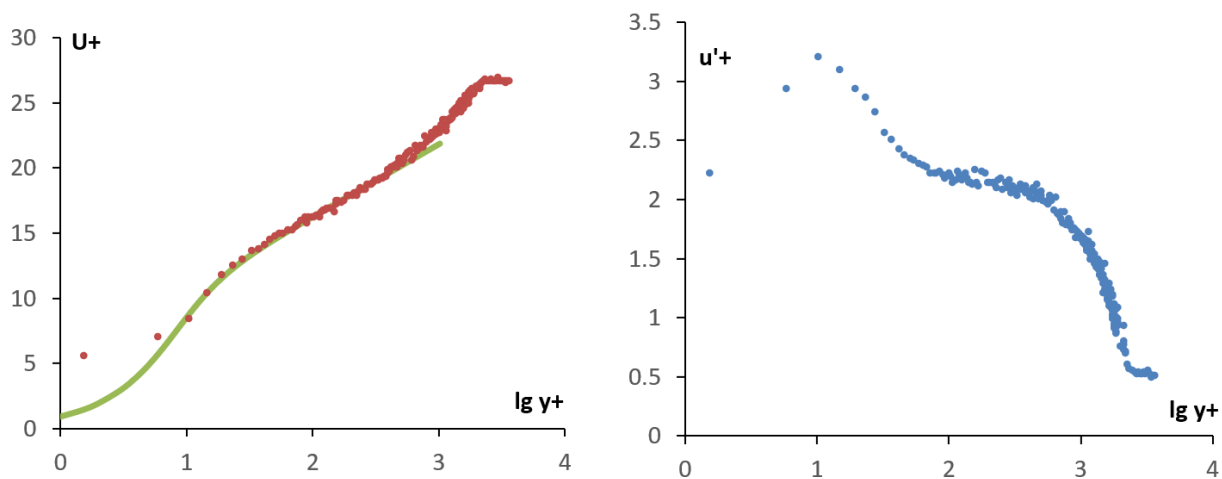


Рис. 2.2: Профиль осредненной продольной скорости (слева) и ее пульсации (справа) в переменных закона стенки. Сплошная линия (слева) – профиль Маскера [79].

но из себя представляют площадку – плавающий элемент, установленный заподлицо с поверхностью модели, поддерживаемый одной или несколькими деформируемыми стойками. На стойки обычно клеят тензорезисторы, воспринимающие сдвиговую деформацию стоек. С учетом некоторых поправок трение находится как сила, действующая на плавающий элемент, поделенная на площадь. Об особенностях измерений весовым элементом будет сказано отдельно ниже.

К косвенным методам относится достаточно большое количество техник, описанных в [30, 81, 102, 111]. Первая часть из них опирается на некоторую информацию о характере профиля скорости в турбулентном пограничном слое. Когда толщина вязкого подслоя позволяет осуществить измерения в нем (при небольших числах Рейнольдса), по наклону линейного профиля скорости легко определяется трение на стенке. Осуществить измерение профиля скорости в вязком подслое можно, например, термоанемометром со специальным датчиком, предназначенным для работы в пограничном слое, однако возникают вопросы, связанные точным определением положения датчика, влияния стенки на показания термоанемометра и др. [44, 82]. Еще одним решением будет использование мини-датчиков, измеряющих скорость на фиксированном расстоянии. Это может быть как датчик, устроенный как датчик термоанемометра – с горячей нитью, охлаждающейся потоком, так и как лазерный доплеровский анемометр.

При больших числах Рейнольдса величина вязкой единицы становится очень малой, не позволяя уверенно фиксировать ряд значений в вязком подслое, и в этом случае используется метод диаграмм Клаузера [25]. Он пользуется предположением, что в безградиентном развитом турбулентном пограничном слое логарифмический подслой имеет вид (2.4). Можно подобрать динамическую скорость так, чтобы ошибка между предполагаемым распределением и экспериментальными точками была минимальна. Более подробно этом методе и его модификации будет рассказано ниже.

Отдельно выделим метод нахождения трения из интегрального соотношения Кармана [141]

$$\tau(x) = \rho U_{\infty} \delta^* \frac{dU}{dx} + \rho \frac{d}{dx} (U_{\infty}^2 \theta).$$



В случае безградиентного течения выражение упрощается до  $c_f = 2d\theta/dx$ . Недостатком этого метода является необходимость очень высокой точности в измерении скорости и толщин  $\delta^*$  и  $\theta$ .

Еще один класс методов основан на измерениях перепада давления. Простейший пример – измерение перепада давления в круглой трубе: в этом случае измеряется интегральный коэффициент трения  $c_f$ , осредненный по всей поверхности трубы между точками замера давления. Для локального измерения часто используют трубку Престона [87] – трубку Пито малого диаметра, которая лежит на стенке. В связи с тем, что ее показания зависят от геометрии трубки, а также от толщины набегающего пограничного слоя на нее в вязких единицах, для ее использования необходима предварительная калибровка [86]. Если на поверхность плоской пластины разместить лезвие бритвы, которая, как и трубка Престона, будет «отрезать» и тормозить до полной остановки тонкий слой жидкости, а затем замерять динамический напор в этой области, то получится трубка Стентона [98].

Последним классом выделим методы, которые связывают остальные величины с трением (более аккуратную классификацию можно найти в [111]). В аэродинамических трубах сейчас часто используется интерферометрия масляной пленки [30]. Этот метод развился из масляной визуализации, с помощью которой можно определить предельные к поверхности линии тока в потоке. Он заключается в нанесении маленькой капли масла на модель перед началом эксперимента и отслеживании ее растекания в виде пленки, а именно ее толщины со временем. Можно показать, что трение имеет вид

$$\tau = \frac{\mu_{oil} x}{h(x, t) t}, \quad (2.5)$$

где  $t$  – момент времени измерения,  $x$  и  $h(x, t)$  – координата некоторой точки в масляной капле и толщина пленки в ней,  $\mu_{oil}$  – динамическая вязкость масла. В силу малых толщин пленки (около 10 мкм) для измерения  $h$  используется установки по типу интерферометра. При освещении капли монохроматическим светом под некоторым углом по нормали свет отражается как от поверхности капли и, проходя в нее, от стенки. При пересечении

этих лучей образуется интерференционная картина, в которой ширина полос пропорциональна толщине пленки.

К данному классу также отнесем методы, основанные на тепло- и массообмене от датчика к потоку. Измерения датчиком термоанемометра ранее были вынесены отдельно и рассмотрены выше, но есть еще пленочные (hot-film) датчики термоанемометра, которые расположены заподлицо с поверхностью и поддерживают постоянную температуру или дают пульсирующий поток тепла. Для определенных жидкостей, отличных от воды и воздуха, возможно реализовать электрохимический метод измерения трения [102].

Для визуализации течений и температурных полей в аэродинамических трубах нередко используют жидкие кристаллы. Эту технику можно использовать также и для измерения трения [89, 127]. Обычно тонкий слой жидких кристаллов наносится на модель и освещается белым светом. При приложении касательных напряжений к слою жидких кристаллов они изменяют свой цвет. Осуществив предварительную тарировку, по цвету слоя можно определить величину трения в каждой точке.

## 2.3 Обобщенный метод Клаузера

Одни из главных характеристик пограничного слоя – толщина вытеснения и толщина потери импульса – необходимы для оценки состояния пограничного слоя, описания его эволюции, а также нахождения формпараметра и ряда других производных безразмерных чисел. Для их нахождения необходимо измерить весь профиль скорости в пограничном слое. Возможность выделить значение трения на стенке, не прибегая к дополнительным приборам и измерениям, является крайне привлекательной. В этом подразделе будет дано подробное описание метода Клаузера, решающего эту задачу, и его модификации, позволяющей существенно увеличить его точность.

Оригинальный метод Клаузера [25] заключается в следующем. Если взять логарифмический профиль скорости и умножить на  $u_\tau/U_\infty$ , то получим

$$\frac{U(y)}{U_\infty} = \frac{1}{k} \frac{u_\tau}{U_\infty} \ln \left( \frac{U_\infty y}{\nu} \right) + \frac{1}{k} \frac{u_\tau}{U_\infty} \ln \left( \frac{u_\tau}{U_\infty} \right) + B \frac{u_\tau}{U_\infty}$$

Перейдя от динамической скорости к коэффициенту трения  $c_f = 2u_\tau^2/U_\infty^2$ , выражение окончательно переписывается в виде

$$\frac{U(y)}{U_\infty} = \frac{1}{k} \sqrt{\frac{c_f}{2}} \ln \left( \frac{U_\infty y}{\nu} \right) + \frac{1}{k} \sqrt{\frac{c_f}{2}} \ln \left( \sqrt{\frac{c_f}{2}} \right) + B \sqrt{\frac{c_f}{2}}$$

Учитывая, что  $k$  и  $B$  – константы, единственной неизвестной величиной является  $c_f$ , варьируя которую, можно добиться наилучшего соответствия между экспериментальными данными и логарифмическим законом.

Однако при всей своей простоте данный метод имеет ряд проблемных мест, приводящих к погрешности в метод.

1. Для малых чисел Рейнольдса область логарифмического слоя небольшая, и в нее может попасть несколько измерительных точек, что ведет к большему влиянию измерительных и других ошибок на вычисление трения. И вообще, выделение области точек, принадлежащих по мнению экспериментатора к логарифмическому закону, также приносит свою долю погрешности в итоговый результат.
2. Нельзя сказать, что сейчас есть полная уверенность в выборе констант  $k$  и  $B$ . Ещё фон Карман в 1930 году определил значение константы  $k = 0.38$ . В работе [114] были рассмотрены исследования с 1930 по 2001 год и показано, что использовались константы из диапазона  $0.33 \leq k \leq 0.43$ . Так Клаузер [25] использовал  $k = 0.41$  и  $B = 4.9$ , Коулс [26] –  $k = 0.4$ ,  $B = 5.1$ , Шлихтинг [153] –  $k = 0.41$  и  $B = 5.5$ . Делались предположения и о том, что для разных типов течений нужно использовать различные константы Кармана [80]: для течения в трубе  $k = 0.41$  (и  $B = 5.0$ ) и для пограничного слоя  $k = 0.384$  ( $B = 4.17$ ). В [95] также принято  $k = 0.41$  и  $B = 5.0$ . В дальнейшем будет приняты эти константы при вычислениях динамической скорости.
3. Метод уверенно можно применять для развитого безградиентного турбулентного слоя. Применение данного метода при неравновесном состоянии пограничного слоя, наличии изменения скорости во внешнем потоке – под большим вопросом.
4. В экспериментах не всегда удается точно определить положение стен-

ки. Это в итоге приводит к тому, что итоговый профиль сдвинут на фиксированную величину  $y_0$ , что приводит к ошибке в каждой измерительной точке при применении метода Клаузера. Далее будет показано, как учесть данную неопределенность при вычислении трения.

В работе [54] был предложен алгоритм для нахождения динамической скорости с точностью, гораздо выше, чем для стандартного метода Клаузера. Существенное повышение точности до 1% было достигнуто за счет учета экспериментальных точек в буферном и вязком подслое. В качестве аппроксимации профиля продольной скорости рассматривался профиль Сполдинга [97]

$$y^+ = u^+ + \exp(-kB) \left( \exp(ku^+) - 1 - ku^+ - \frac{(ku^+)^2}{2} - \frac{(ku^+)^3}{6} \right) \quad (2.6)$$

и профиль Маскера [79], для которого верно

$$\frac{du^+}{dy^+} = \frac{\frac{(y^+)^2}{k} + \frac{1}{s}}{(y^+)^3 + \frac{(y^+)^2}{k} + \frac{1}{s}}, \quad (2.7)$$

где  $s = 0.001093$  при  $k = 0.41, B = 5$  [54]. Данные два профиля практически совпадают везде, кроме буферного слоя, в котором они слегка отличаются. В [54] показано, что оба профиля дают схожую ошибку, однако в целом профиль Маскера лучше соответствует экспериментальным данным. Динамическую скорость  $u_\tau$  и ошибку в определении положения стенки  $y_0$  можно определить из минимизации функционала ошибок

$$F(u_\tau, y_0) = \sum_{i=1}^N (u_{model}^+ - u_{exp}^+)^2. \quad (2.8)$$

между «модельным» профилем и экспериментальными данными в переменных стенки вида  $u^+ = u/u_\tau, y^+ = (y - y_0)u_\tau/\nu$ . При представлении функционала  $F$  в виде графика с контурной заливкой становится ясно, что  $F$  имеет слабую зависимость от  $y_0$ , и наибольший вклад в ошибку дает неопределенность в  $u_\tau$  (см., напр., Рис. 2.3 из [122]).

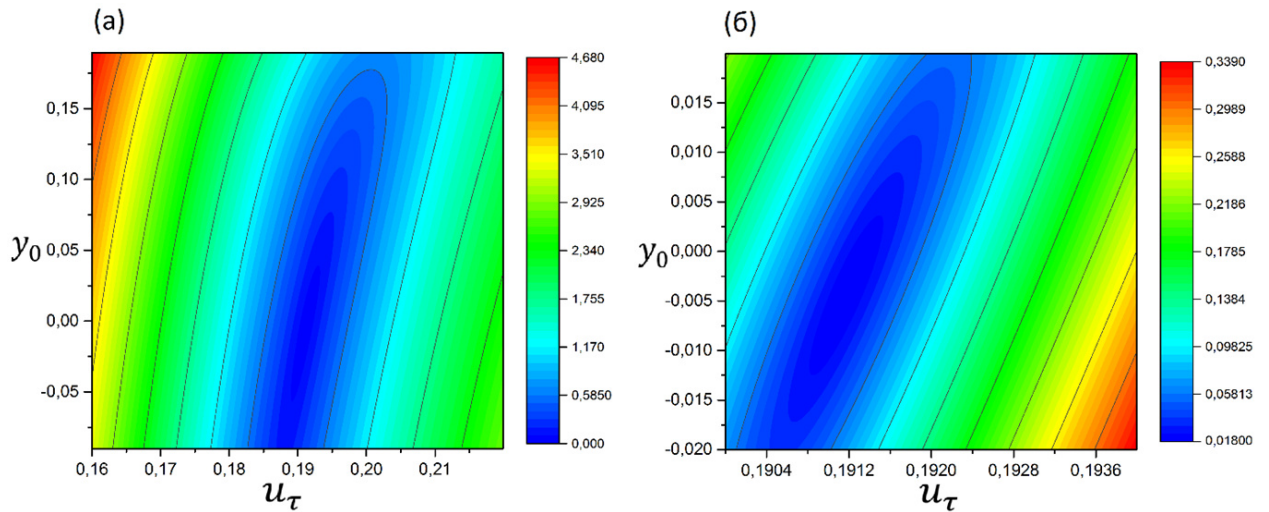


Рис. 2.3: Пример карты ошибок для нахождения  $u_\tau$  [м/с] и  $y_0$  [мм]. а) – в большем масштабе, б) – в меньшем.

## 2.4 Измерения плавающим элементом

Для измерения трения с помощью плавающего элемента в поверхности тела предусматривается полость, в которой будет располагаться измерительное устройство. Как уже было сказано ранее, плавающий элемент представляет собой элемент с плоской поверхностью, отделенной от неподвижной поверхности тела зазором. Размеры плавающего элемента обычно определяются характером задачи. Для определения локального трения (в точке), а также если необходимо измерить флуктуации трения на поверхности, естественно уменьшать размер измерительного элемента, чтобы уменьшать площадь осреднения трения. Но в то же время повышаются требования к чувствительности датчика для разрешения малых сил, что решается использованием миниатюрных электромеханических сенсоров (МЭМС). Если же необходимо зафиксировать некоторый эффект модификации пограничного слоя для достаточно больших чисел Рейнольдса (следовательно, и пространственных масштабов задачи), возможно использовать плавающие элементы большой площади.

В литературе встречается ряд работ, посвященных проектированию весовых элементов, а также анализу ошибок в них [4, 111]. Ошибки, возникающие при измерении плавающим элементом, можно классифицировать следующим образом [7]:

1. *Неравномерное распределение давления, действующего на погруженную в поток поверхность плавающего элемента.* Эта ошибка возникает при использовании плавающего элемента, поддерживаемого одной стойкой, если давление в перпендикулярном направлении к потоку дают ненулевой момент относительно центра жесткости элемента (центр давления смещен). При поддержке элемента двумя стойками данной неопределенности можно избежать.
2. *Неравномерное распределение давления, действующее на торцы плавающего элемента.* Если течение не является безградиентным, неизбежно будет возникать параллельная потоку выталкивающая сила, которая в случае прямоугольного элемента равна разности давлений на торцах, умноженной на площадь торца. В исследованиях сложных или трехмерных течений, где течение не является безградиентным, исследователь неизбежно сталкивается с этой ошибкой. В данной работе предлагается простая геометрия плавающего элемента и введение поправок для вычисления силы трения на элементе.
3. *Течение под плавающим элементом.* Проблема возникает, когда полость, содержащая плавающий элемент, достаточно узкая (например, в МЭМС-устройствах): через щели около элемента может возникать течение, которое также действует на плавающий элемент. Наиболее существенно данное течение может проявляться в градиентном течении. Избежать его можно, увеличив сопротивление в зазоре (лабиринтное соединение, герметизация зазора вязкой жидкостью), а также увеличив полость, в которой находится плавающий элемент, тем самым уменьшая скорость в возможном течении.
4. *Асимметрия течения, вызванная зазорами, как полостями в поверхности тела.* Обтекание поверхности с зазорами слегка искажает течение, а при несимметричности зазоров может возникать дополнительный паразитный вклад в измеряемую силу. При сохранении геометрии зазоров в течение эксперимента данная поправка практически не влияет.

5. *Ошибка в выставлении зазоров.* Одна из существенных ошибок следует из несовпадения плоскости тела и плоскости плавающего элемента. Данный зазор может быть положительным при выступающем плавающем элементе, и отрицательным – при утопленном. На Рис. 2.4 даны схемы течения для разных зазоров. В первом случае давление перед выступом повышается, а за элементом, как за обратной ступенькой, давление падает, тем самым создавая горизонтальную силу, действующую на плавающий элемент. В этих же местах возникают рециркуляционные зоны, которые могут распространяться также и на горизонтальную поверхность элемента, тем самым уменьшая измеряемое интегральное трение. Для утопленного плавающего элемента ситуация обратная, и в эксперименте будет фиксироваться заниженные величины трения.

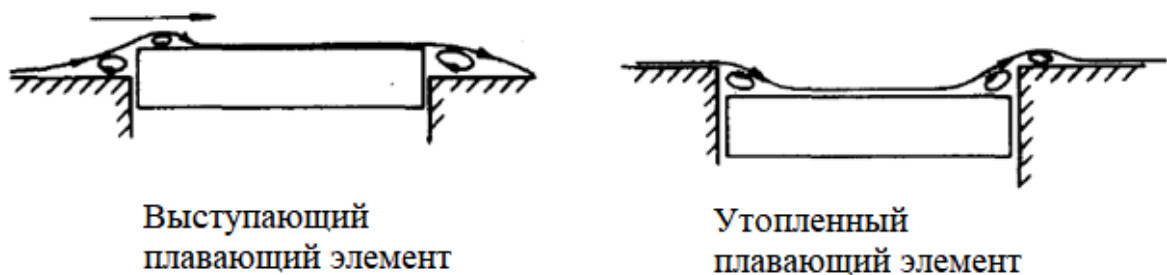


Рис. 2.4: Схемы обтекания выступающего и утопленного плавающих элементов [111].

Эти типы ошибок необходимо учитывать при проектировании весового элемента и постановке эксперимента.

### **Опыт создания весового типа**

Измерение общего сопротивления тестовой модели имеет не является оптимальным методом нахождения трения, т.к. для его определения необходимо знать, какую долю трение составляет в общем сопротивлении модели. Использование внутренних весов, к которым будет крепиться тестовая пластина, является гораздо более точным и чувствительным инструментом, они будут давать (в случае устранения всех паразитных факторов) только суммарное значение касательных напряжений на этой пластине.

В качестве первого прототипа рассматривалась конфигурация из двух весовых элементов, измеряющих трение на каждой из пластин на одной стороне базовой модели (Рис. 2.5а). Несмотря на привлекательность такой схемы измерений (в эксперименте фиксируются две силы, действующие на две пластины, при отличающихся числах Рейнольдса по продольной координате), в ней есть существенный недостаток: силы, действующие на пластину, связанные с градиентами давления, превышают силы трения. Даже если учитывать их, как это будет показано ниже, погрешность в нахождении трения значительно возрастает, и кроме того, трудно сказать, насколько сильным будет эффект перетекания жидкости под плавающим элементом, который может испортить пограничный слой на модели.

Поэтому было принято решение использовать только один весовой элемент (Рис. 2.5б), подобрав его позицию таким образом, чтобы перепад на его боковых поверхностях был минимальным. Весовой элемент представлял собой «параллелограмм», воспринимающий деформации сдвига: к стороне, параллельной потоку, крепилась тестовая пластина 1, две перпендикулярные стороны – тензодатчик сдвига ЭТОКВЕС SPH (2 кг, погрешность 0.05%), а также фрезерованная гибкая стойка 2, толщина которой рассчитана так, чтобы не создавать слишком большого сопротивления сдвигу. Т.к. на гранях тестовой пластины всегда будет небольшой ненулевой перепад (например, для разных скоростей перепад давления в двух фиксированных точках вдоль потока будет различаться в силу различий в загромождении рабочей части из-за нарастания пограничного слоя на поверхностях рабочей части и модели), было принято решение его измерять и учитывать при нахождении трения. Для этой цели в корпусе модели напротив торцов тестовой пластины (в зазоре) были сделаны дренажные отверстия, позволяющие измерять перепад давления дифференциальным датчиком давления КОРУНД-ДДН-001М (диапазон 10 кПа, погрешность 0.5%). При соблюдении условий, при которых остальные источники ошибок при измерении плавающим элементом устранены, полная сила, действующая на пластину, может быть записана как

$$F_{total} = F_{shear} + (p_{frontface} - p_{rearface}) A_{face},$$



где  $F_{shear}$ ,  $p_{front\,face}$ ,  $p_{rear\,face}$ ,  $A_{face}$  – обусловленная трением сила, давления на переднем (относительно набегающего потока) и заднем торце тестовой пластины и площадь её торца, соответственно. Неопределенность систематическая в нахождении силы трения будет равна сумме систематических ошибок

$$\delta F_{shear} = \delta F_{total} + \delta(\Delta p)A_{face}, \quad \Delta p = p_{front\,face} - p_{rear\,face}.$$

Первый член  $\delta F_{total}$  связан с погрешностью весового элемента и определяется при его тарировке, а  $\delta(\Delta p)$  – погрешностью дифференциального датчика давления, который меряет перепад давления  $\Delta p$ .

Определение оптимальной позиции осуществлялось из результата численного расчета обтекания базовой модели в рабочей части гидродинамической трубы, использовавшегося для нахождения силы сопротивления модели [123] и Валидированного экспериментально. Для этого на зависимости статического давления на поверхности базовой модели от продольной координаты находились две точки с одинаковым значением, расстояние между которыми равнялось длине тестовой пластины (300 мм). Для разных скоростей это положение чуть отличалось, поэтому в итоге было выбрано некоторое среднее их них положение. Было определено, что передняя кромка должна быть на расстоянии 108.2 мм от начала плоской части модели. Зазоры между неподвижными поверхностями и тестовой пластиной были выбраны равными 0.2 мм. Предполагалось, что оптимальное расположение даст пренебрежимо малое перетекание из одного зазора в другой из-за минимизации перепада давления между ними. Кроме того, зазор представляет собой плоский канал длиной 19 мм, что дает достаточно большое сопротивление для течения жидкости (давление поперек торца будет падать линейно), что является еще одним препятствующим перетеканию фактором.

После изготовления внутренних весов и первых экспериментов были получены завышенные значения трения на пластине, которые не соотносились ни с оценками по эмпирическим формулам, ни с расчетами. Поэтому была предпринята еще одна серия расчетов для выявления влияния возможных ошибок при измерении трения.

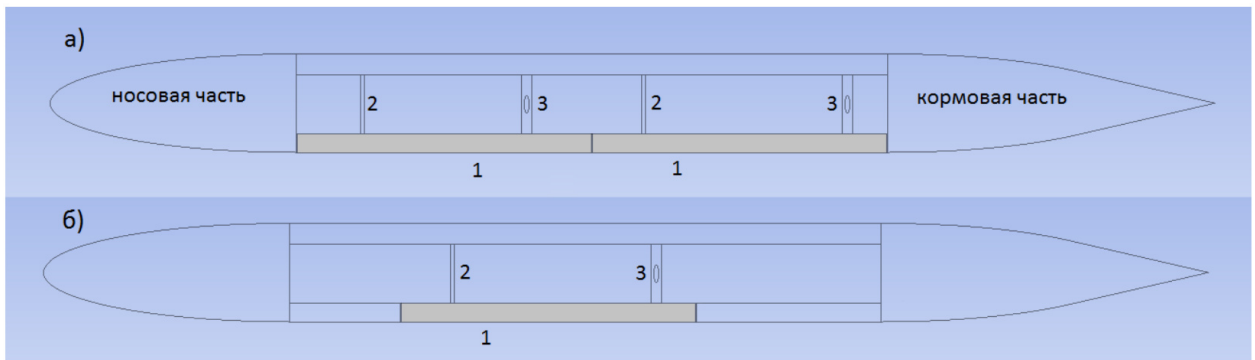


Рис. 2.5: Схемы расположения двух (а) и одного (б) весового элемента в базовой модели. 1 – тестовая пластина, 2 – упругая стойка, 3 – тензодатчик.

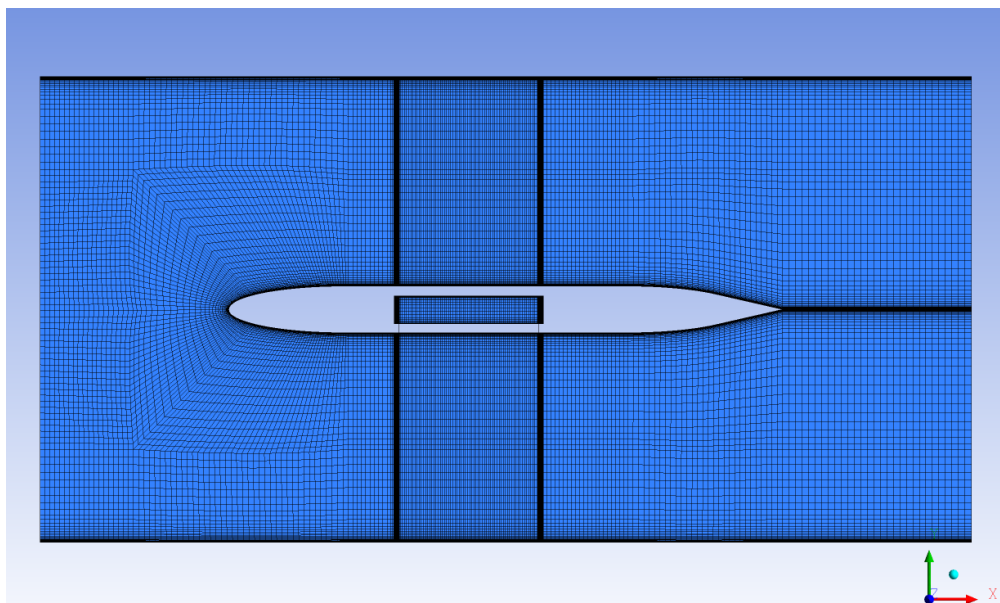


Рис. 2.6: сетка для двумерного расчета для учета зазоров около тестовой пластины в базовой модели (сетка еще не деформирована для введения продольного градиента).

В последующих расчетах использовалась упрощенная двумерная постановка задачи, в которой эффект ускорения потока из-за нарастания пограничного слоя на верхней и нижней стенке рабочей части гидродинамической трубы учитывались через сужение расчетной области вниз по потоку, тем самым создавая тот же градиент давления, что и в реальном течении.

Проводилось несколько расчетов (Решались уравнения Навье-Стокса, усреднённые по Рейнольдсу, с моделью турбулентности  $k - \epsilon$ ) на скорости 5 м/с с разными уровнями выступов тестовой пластины – при  $-0.1, -0.05, 0, 0.05, 0.1$  мм (0.1 мм приблизительно равен 20 вязким единицам). Отрицательный выступ соответствует заглоблению пластины, т.е.

этот случай представим как обтекание переднего торца как обратной ступеньки. Ширина зазоров в продольном направлении была равна 0 (отсутствие плавающего элемента), 0.05, 0.1 мм. Толщина пограничного слоя  $\delta$ , определяемая как высота, на которой скорость равняется 99% от внешней, в районе первого зазора равнялась 6.9 мм.

Для воссоздания падения давления вдоль торца (внутри модели) сетка зазора была разбита в глубину зазора на 50 ячеек и на 15 ячеек по его ширине, тем самым давая возможность формироваться профилю скорости в зазоре. Чтобы жидкость могла перетекать через зазоры, они были соединены большой прямоугольной областью, имитирующей внутреннее пространство базовой модели (Рис. 2.6).

На рис. 2.7 показано распределение давления вдоль плоской части базовой модели. Видно явное отличие референсного случая отсутствия плавающего элемента (гладкая кривая) от случаев с плавающим элементом с зазорами 0.2 мм, расположенного заподлицо с окружающей поверхностью или с выступом (кривые с пиками). Как видно, наличие зазоров приводит к появлению резкого скачка давления на зазоре, обусловленного появлением замкнутых отрывных зон, которое ниже потока затем постепенно подрастает до значений, соответствующих случаю отсутствия пластины. Область «занижения» давления в случае расположения пластины плавающего элемента заподлицо составляет около 60 размеров зазора, а в случае выступа эта область серьезно увеличивается и только через 200 размеров зазора выходит на референсное. Полученный результат логичен, т.к. обтекание каверны или тем более ступеньки приводит к локальному отрыву потока, который отражается в падении давления и трения в окрестности зазора.

Такие зоны возмущенного трения на плавающем элементе приносят дополнительную погрешность в точных экспериментах по измерению локального трения или эффективности средств по снижению сопротивления. Поэтому в работе [7] в качестве одной из характеристик качества плавающего элемента вводят величину, пропорциональную отношению площади к произведению зазора и периметра элемента. Чем больше эта величина, тем меньшую долю на тестовой пластине занимает возмущенная область с измененным значением трения.

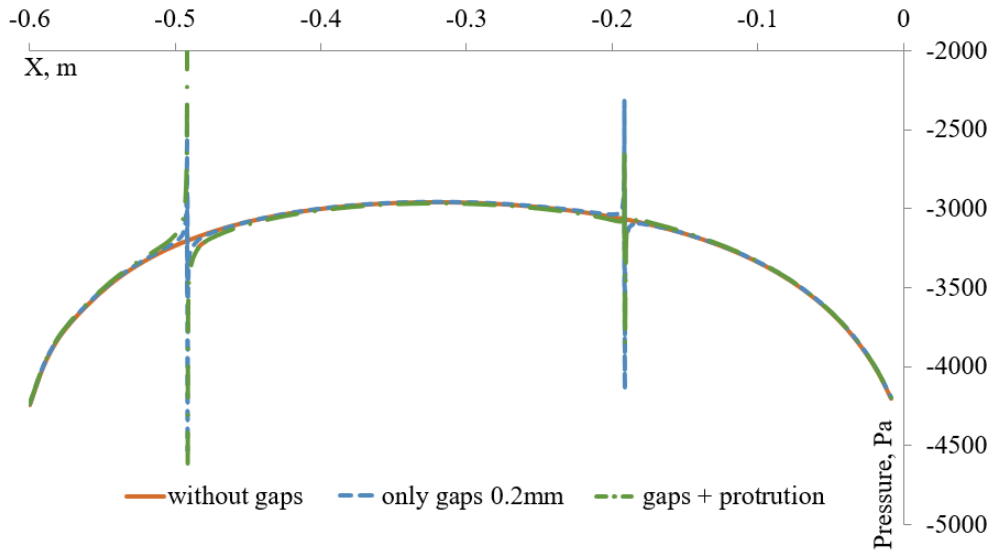


Рис. 2.7: Давление вдоль плоской части модели (поток направлен слева направо),  $V = 5$  м/с. Оранжевая сплошная кривая соответствует референсному случаю отсутствия плавающего элемента, синяя пунктирная – расположение плавающего элемента заподлицо с зазором 0.2 мм, зеленая штрихпунктирная – плавающий элемент выступает в поток на 0.1 мм.

Если обратиться к трению на поверхности плавающего элемента (Рис. 2.8), то в случае утопленного плавающего элемента заметно серьезное его падение у зазора в случае из-за появления отрывной зоны как при обтекании обратной ступеньки, причем на протяжении всей пластины трение не достигает референсной кривой, оставаясь приблизительно на 1% меньше ее. Очень долгая релаксация (или «память») относительно привнесенных возмущений в осредненное течение ранее уже отмечалась для турбулентных пограничных слоев [25]. В случае выступа имеется рост трения из-за ускорения потока на ступеньке, очень слабое падение трения из-за наличия небольшого отрыва и дальнейшее восстановление трение, причем оно чуть больше референсного трения (на 0.2%) на всем протяжении пластины.

Чтобы учесть действие сил давления на измеряемую весами силу, необходимо найти распределение давления вдоль торца пластины. Как показали расчетные исследования, они близки к линейным (Рис. 2.10). Поэтому их осредненные значения по площади торца приблизительно равны давлению в середине распределения, и для измерения добавки, обусловленной этим давлением, можно разместить дренажные отверстия в середине торцов поверхностей, находящихся напротив торцов плавающего элемента.

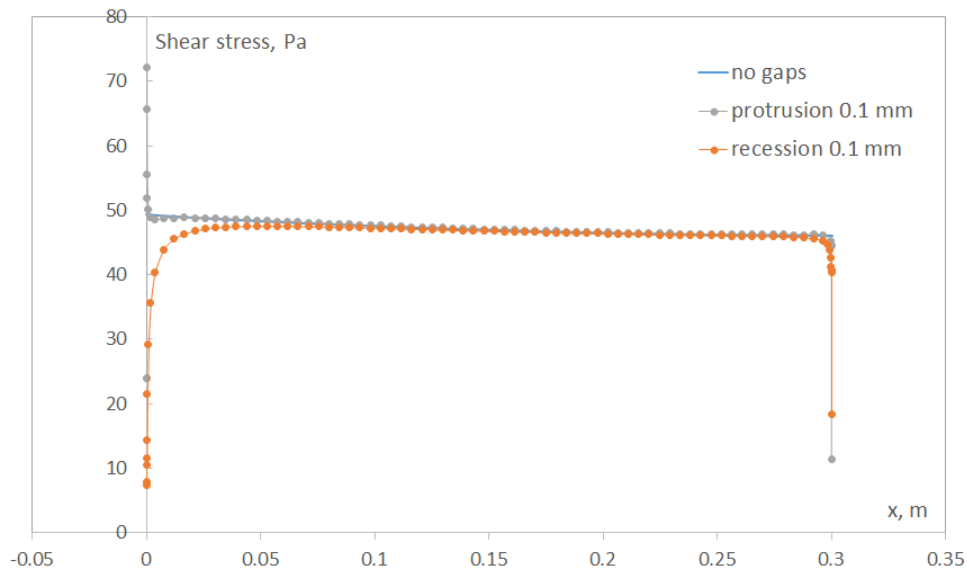


Рис. 2.8: Трение вдоль плоской части модели. Синяя кривая соответствует референсному случаю отсутствия плавающего элемента, серая – выступающий на 0.1 мм в поток плавающий элемент, оранжевая – плавающей элемент утоплен на 0.1 мм.

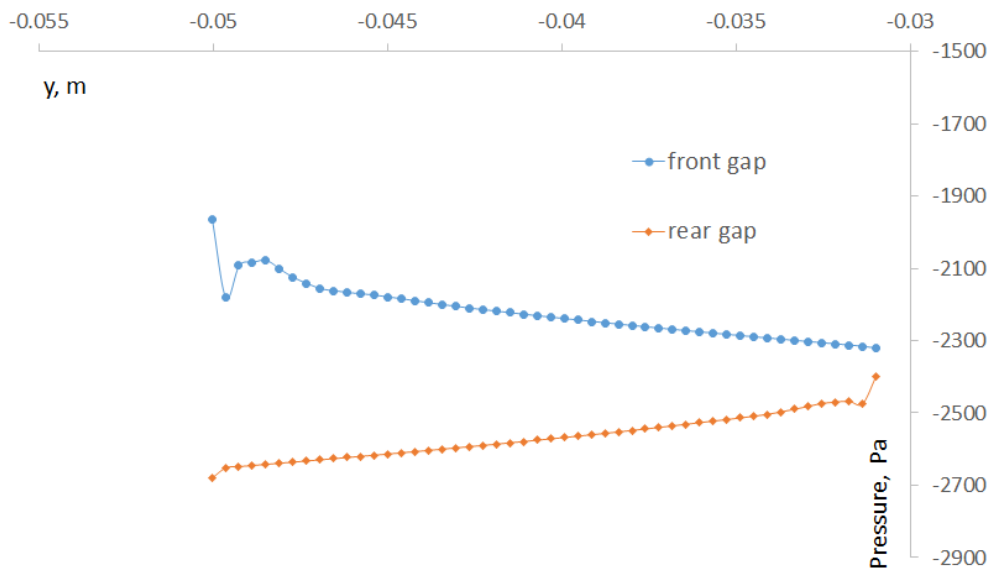


Рис. 2.9: Распределение давления вдоль глубины переднего и заднего торцов пластины. Размер зазора 0.2 мм, выступ пластины 0.05 мм.

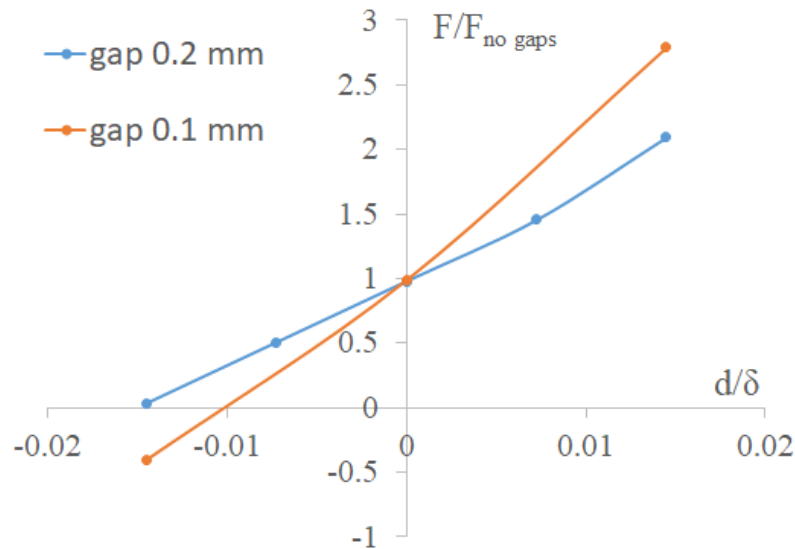


Рис. 2.10: Отношение измеряемой весовым элементом силы к силе трения, действующую на ту же площадь пластины (без зазоров) как функция выступа (погружения) плавающего элемента относительно плоской поверхности. Данные приведены для ширины зазора 0.1 и 0.2 мм.

В итоге можно получить зависимость (Рис. 2.10) реально измеряемой силы, отнесенной к силе трения, действующую на ту же площадь пластины (без зазоров). Из графика видно, что ошибка в выставлении пластины заподлицо с другими поверхностями модели дает очень большую ошибку: так если сделать ошибку в выставлении пластины в 1.5% от толщины пограничного слоя, сила трения будет завышена почти в три раза! Интересен еще один обнаруженный эффект, который сперва кажется контринтуитивным: при увеличении зазора степень нарастания ошибки (наклон кривой) уменьшается. Но как показывает расчет, наличие зазора слабо влияет на изменение трения в точке (слегка уменьшает его по сравнению с силой трения на эквивалентной пластине площади), а наличие, например, выступа создает область торможения потока, которая дает вклад, сравнимый с действием сил трения даже для таких протяженных пластин, как использовались в нашем эксперименте. Отметим еще качественное согласие полученных данных с экспериментальным исследованием [3, 4] по изучению ошибок малого датчика трения, имеющего круглую площадку плавающего элемента: при рассмотренных выше параметрах ошибка составляет около 230% (против 180% из Рис. 2.10).

## 2.5 Выводы

1. Апробирована методика определения локального трения с использованием метода Клаузера и измерений профиля средней скорости с помощью ЛДИС, в применении к модели в гидродинамической трубе НИИ механики МГУ. Методика валидирована на измерении трения на эталонной металлической пластине.
2. Выбрано оптимальное расположение весового элемента для измерения трения с точки зрения минимизации паразитных сил, вызванных давлением на торцевые поверхности элемента, которое использовалось в последующих экспериментах.
3. Проведено численное моделирование обтекания весового элемента и получена оценка погрешности измерения трения весовым элементом, при неточном выставлении элемента заподлицо с плоской поверхностью. Результаты находятся в качественном согласии с экспериментальным исследованием ошибок, возникающих для плавающего элемента круглой формы [3, 4].

## 3 Резонансные колебания цилиндра в потоке воздуха<sup>1</sup>

### 3.1 Описание эксперимента

Эксперименты проводились в аэродинамической трубе А-4 Института механики МГУ имени М.В. Ломоносова. Рабочая часть (рис. 3.1) имела высоту 500 мм, ширину 300 мм и длину 1200 мм. Коэффициент поджатия конфузора аэродинамической трубы составлял 36:1. Боковые и верхняя стенки имели технологические окна для наблюдения и измерения амплитуды колебаний бесконтактным методом, а также для целей визуализации. Резиновый шнур (именуемый далее также *цилиндром*) круглого сечения был пропущен вертикально через отверстия в горизонтальных стенках рабочей части из оргстекла толщиной 34 мм и закреплен скобами так, чтобы фактическая длина цилиндра составила  $L = 568$  мм. Диаметр ненагруженного цилиндра 6.6 мм, после растяжения диаметр уменьшился до  $D = 6.0$  мм. Первую собственную частоту цилиндра в неподвижном воздухе можно было вычислить с высокой точностью, как частоту колебаний струны с закрепленными концами в вакууме:  $f_N = (2L)^{-1} \sqrt{\sigma/\rho}$ , где  $\sigma$  — напряжение растяжения струны,  $\rho$  — плотность её материала.

Металлическая пластина устанавливалась под нулевым углом атаки; его передняя кромка располагалась примерно на 500 мм ниже по потоку от входа в рабочую часть и смещена на 30 мм в поперечном направлении от вертикальной средней плоскости. Пластина имела длину 35 мм (в направлении потока), толщину 2 мм, ее края имели форму полуэллипса с полуосями 3 и 1 мм. Положение центра резинового цилиндра в основной серии экспериментов изменялось от 6 мм (1D) вверх по потоку до 12 мм (2D) вниз по потоку относительно задней кромки пластины и на 0–14 мм (0–2.3D) в поперечном направлении от плиты.

Амплитуда и частота колебаний измерялись в пучности цилиндра ла-

---

<sup>1</sup>При подготовке данной главы диссертации использовались следующие публикации автора, в которых, согласно «Положению о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова», отражены основные результаты, положения и выводы исследования: [47, 48, 51, 131–136].



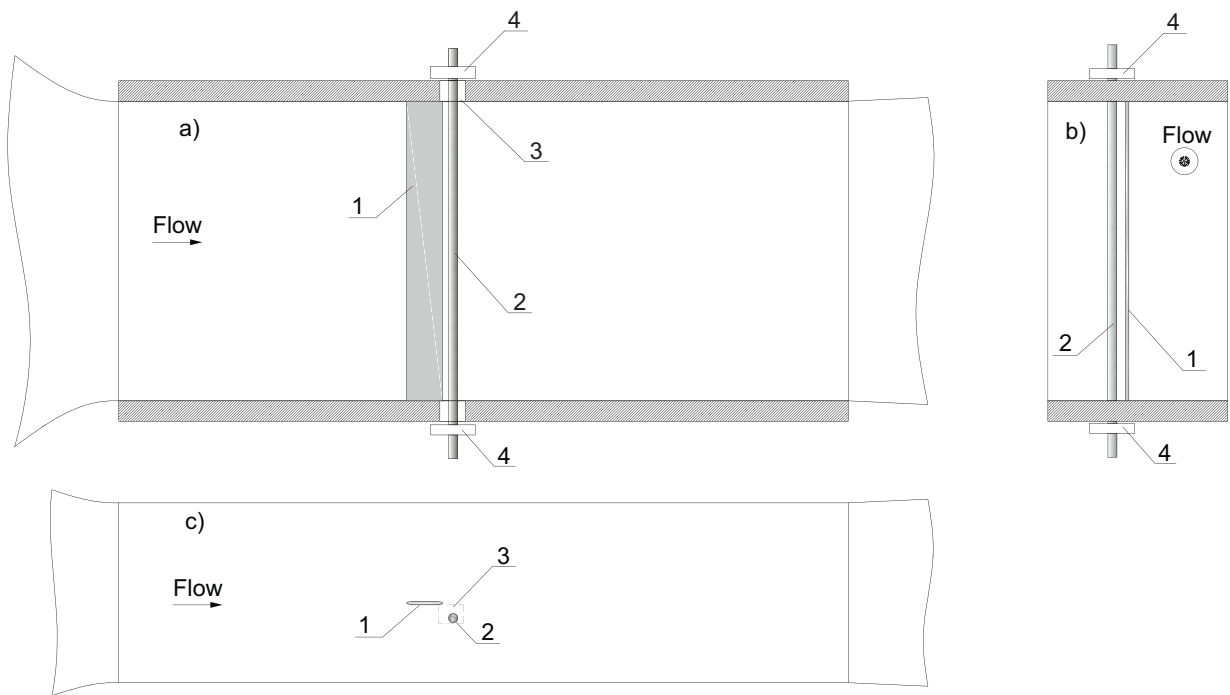


Рис. 3.1: Схема рабочей части аэродинамической трубы: вид сбоку (а), вид по потоку (b), вид сверху (с). 1 – пластина, 2 – резиновый цилиндра, 3 – отверстия в стенках трубы, 4 – зажимы, фиксирующие цилиндр. Пластины и цилиндр изображены для удобства в большем масштабе.

зерным триангуляционным датчиком Riftek RF-603, установленным в плоскости колебаний (рис. 3.2). Скорость воздуха находилась в пределах 0.4–0.65 м/с и измерялась анемометром RZ GM8903. Соответствующее число Рейнольдса, основанное на диаметре цилиндра, составляло 180–260. Частота схода вихрей измерялась анемометром постоянной температуры (СТА) DISA 55DO5 с датчиком 55P81. Для визуализации обтекания цилиндра использовался лазерный лист, созданный зеленым лазером непрерывного действия с длиной волны 532 нм и генератором дыма. Снимки потока получены высокоскоростной камерой Allied Vision Bonito CL-400B. Схема визуализации показана на рисунке 3.2.

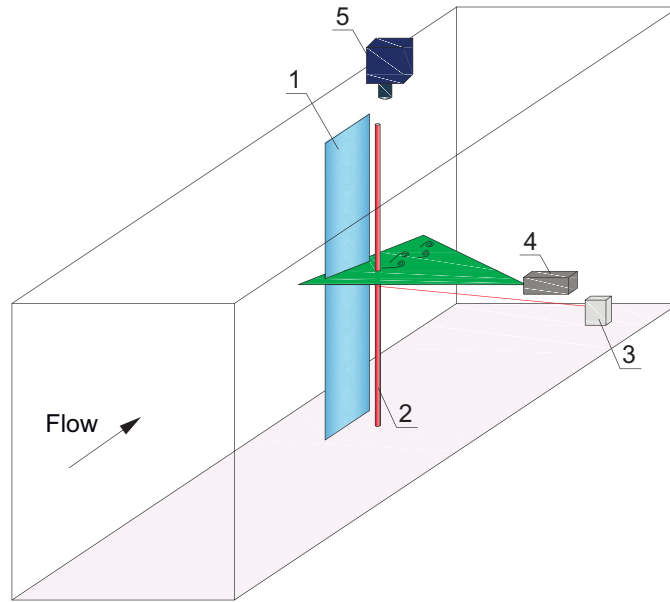


Рис. 3.2: Схема измерений и визуализации потока. 1 – пластина, 2 – резиновый цилиндр, 3 – лазерный триангуляционный датчик, 4 – лазер, 5 – камера.

## 3.2 Коэффициент демпфирования и VIV одиночного цилиндра

### Измерения коэффициентов демпфирования

Простая модель для описания поперечного движения цилиндра в первом режиме:

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} + c \frac{dy}{dt} + ky = F(t), \quad (3.1)$$

где  $y$  — поперечная координата центра цилиндра,  $m$  — конструкционная масса,  $c$  — конструкционное демпфирование,  $k$  — жесткость пружины,  $F(t)$  — подъемная сила, действующая в поперечном направлении. С хорошей точностью [109] можно полагать, что  $y = A \sin(\omega t)$  и  $F = F_0 \sin(\omega t + \phi)$ . Присоединенной массой можно пренебречь, поскольку в случае воздушного потока ее величина на три порядка меньше силы инерции ( $m^* = m_{cyl}/m_{air} \gg 1$ ).

Рассматривая затухающие колебания в отсутствие воздушного потока и сопоставляя их с уравнением (3.1), можно измерить один из определяющих параметров задачи — коэффициент затухания  $\zeta = c/(2\sqrt{km})$ . С этой

целью была проведена серия испытаний с затуханием свободных колебаний. Для нескольких значений натяжения цилиндр отклонялся от положения равновесия, и измерялось смещение центра цилиндра по времени (рис. 3.3). Структурное демпфирование и коэффициент демпфирования находились из 20-секундных временных рядов методом наименьших квадратов. Были протестированы несколько резиновых материалов и условий зажима концов, и для настоящих экспериментов был выбран тот, у которого коэффициент демпфирования  $\zeta = 1.4 \times 10^{-3}$  был самым низким. Соответствующий параметр Скопа-Гриффина [96] для одиночного цилиндра  $SG = 2\pi^3 St^2 m^* \zeta = 1.7$  (с учетом того, что число Струхала  $St$  в экспериментах равнялось приблизительно 0.2).

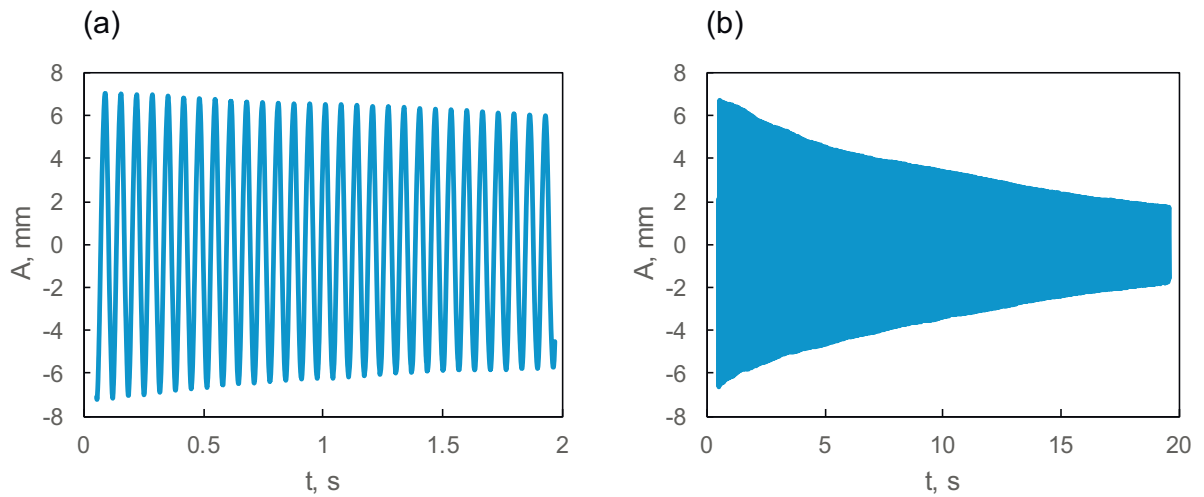


Рис. 3.3: Затухание колебаний цилиндра со временем. (a) В течение 2 секунд; (b) в течение 20 секунд.

### Колебания одиночного цилиндра

Первая серия экспериментов с воздухом была проведена с одиночным цилиндром, т. е. без установленной пластины. Натяжение цилиндра устанавливалось таким образом, чтобы первая собственная частота, равная  $f_N = 15.05$  Гц, соответствовала скорости начала колебаний, которая находилась в пределах работы аэродинамической трубы и анемометра. Типичное отношение амплитуд колебаний цилиндра  $A/D$  и частота колебаний в зависимости от  $V_r$  показаны на рисунке 3.4а. Диапазон чисел Рейнольдса, соответствующий области возникновения колебаний, составлял 180—210.

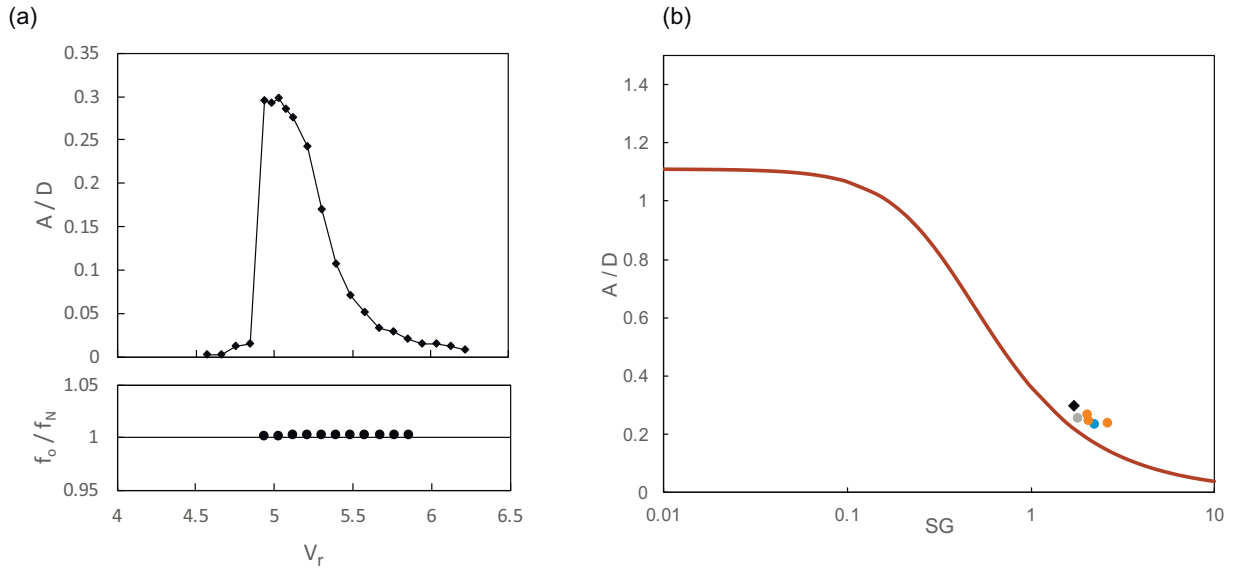


Рис. 3.4: (а) Зависимость амплитуды колебаний (верхний рисунок) и частоты колебаний (нижний рисунок) от скорости набегающего потока; (б) Значения  $A/D$  для резинового цилиндра с различными способами закрепления концов (точки) на графике Скопа-Гриффина (линия).

Частота колебаний  $f_o$  оставалась неизменной на протяжении всего диапазона синхронизации (Рис. 3.4а, снизу). В настоящих экспериментах была получена максимальная амплитуда колебаний  $A/D = 0.30$ . Как видно на рисунке 3.4б, амплитуды пиков довольно хорошо коррелируют с графиком Гриффина [96]. Поскольку эксперименты проводились в воздушном потоке, параметр Скопа-Гриффина был достаточно большим, так что пиковое значение  $A/D$  в три раза меньше асимптотического значения при  $SG \rightarrow 0$ . Для увеличения амплитуды пика одиночного цилиндра следует уменьшить значение  $SG$ ; при  $St \approx 0.2$  это возможно либо за счет уменьшения коэффициента демпфирования, либо за счет уменьшения отношения масс  $m^*$ . Однако коэффициент демпфирования резины и других эластомеров ограничен снизу внутренним демпфированием материала. Уменьшение отношения масс  $m^*$  (в наших экспериментах  $m^* \approx 1140$ ) возможно только при использовании полого цилиндра или вспененных материалов, либо при изменении свойств жидкости, например, при проведении экспериментов в воде вместо воздуха. Так как данное исследование направлено на ветроэнергетику, то изучались VIV в воздухе, поэтому для размеров рабочей части аэродинамической трубы параметр  $SG$  не может быть получен достаточно ма-

лым, ограничен снизу, а пиковое отношение  $A/D$ , полученное в этой серии испытаний, было практически максимальным, которое можно было получить в воздушном потоке с использованием неполых резиновых цилиндров. Обсуждаемые ниже эксперименты соответствуют условиям растяжения и заземления концов шнура, показанным ромбом на рисунке 3.4б.

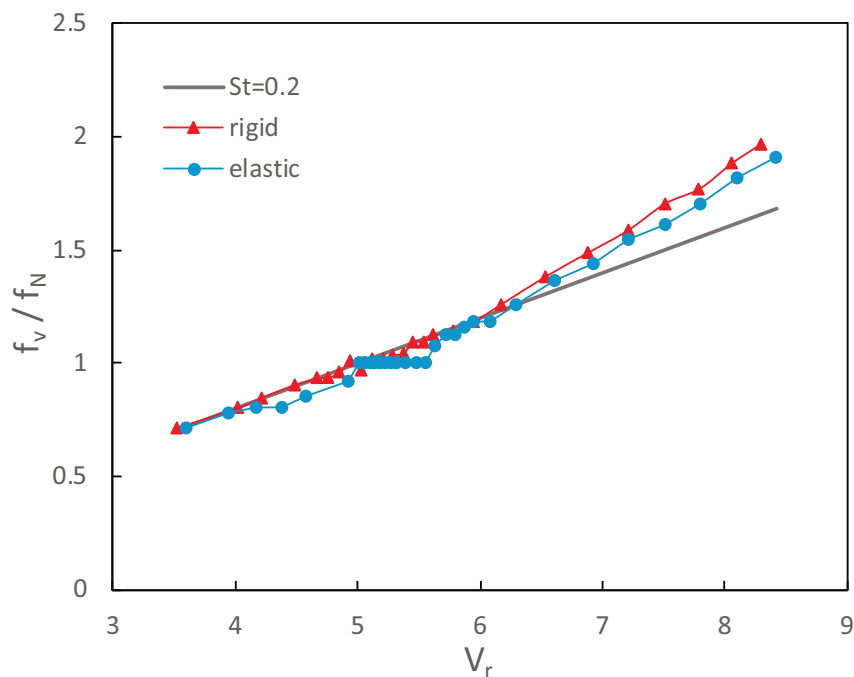


Рис. 3.5: Частота схода вихрей с упругого и жесткого цилиндров. Сплошная линия соответствует  $St = 0.2$  ( $f_v/f_N = 0.2V_r$ ).

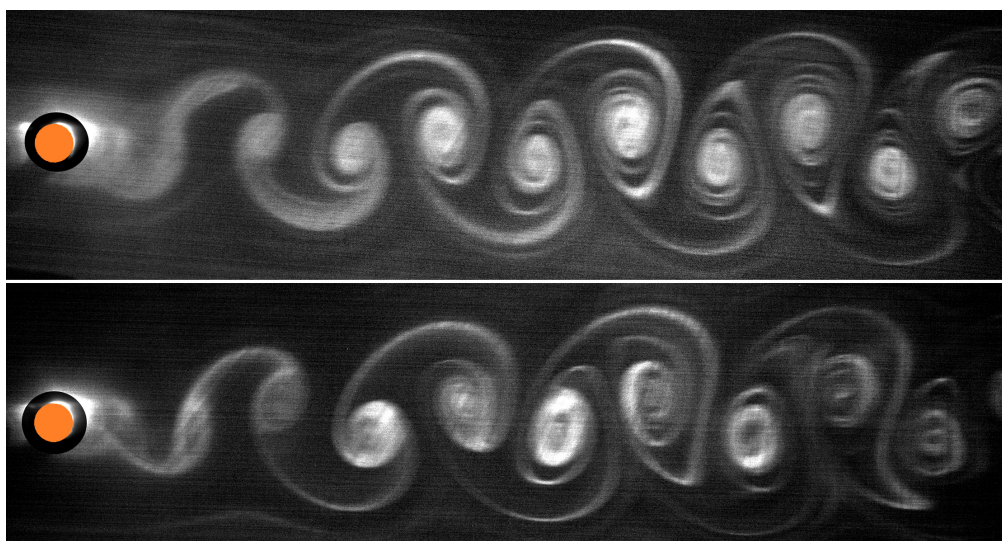


Рис. 3.6: Визуализации течения за колеблющимся (верхняя картинка,  $V_r = 5$ ) и неподвижным цилиндром (нижняя картинка,  $V_r = 4.8$ ).

VIV существенно влияет на след за цилиндром. А именно, когда частота срыва вихрей  $f_v$  становится близкой к собственной частоте  $f_N$ , непосредственно возникают колебания цилиндра, говорят, что и возникает явление захвата частоты: в определенном диапазоне скоростей частота срыва вихрей  $f_v$  не определяется соотношением  $St \approx 0.2$  (закон Струхалия), но остается близкой к  $f_N$ . Для измерения  $f_v$  в экспериментах датчик термоанемометра располагался на расстоянии  $0.5D$  в поперечном направлении и на  $3D$  вниз по потоку относительно равновесного положения центра цилиндра. Отношение  $f_v/f_N$  для упругого и жесткого цилиндров одинакового диаметра показано на рисунке 3.5. Вне диапазона блокировки оба соотношения близки к линии  $St = (f_v/f_N)/V_r = 0.2$ , но начинают немного отклоняться при  $V_r > 6.5$ . Визуализация дыма (Рис. 3.6) продемонстрировала, что структуры следов аналогичны для случая колебаний и их отсутствия. Они соответствуют моде 2S по классификации [110].

### 3.3 Цилиндр вблизи пластины конечной длины

Известно, что близость плоскости плоской стенки бесконечной длины существенно меняет структуру течения как вблизи колеблющихся, так и неколеблющихся цилиндров. В исследованиях, обсуждаемых в разделе 1, уменьшение амплитуды было получено для отношения промежуточных зазоров, а также уменьшение и локальное увеличение (в основном за счет эффекта отскока) «односторонней» амплитуды наблюдалось разными авторами для  $G/D \leq 0.3$ . Логично ожидать, что течение будет ещё более сложным, если твердая граница будет сведена к пластине конечной длины. В литературе не были найдены работы, в которых цилиндр колеблется вблизи жесткой пластины конечной длины. Наиболее близкими постановками задачи являются исследования взаимодействия крыльевого профиля и цилиндра, которые обычно рассматривают динамический отклик в системе машущего профиля и неподвижного или вибрирующего цилиндра [28, 117].

В наших экспериментах упругий цилиндр располагался вблизи задней кромки пластины, установленной под нулевым углом атаки. Использовались две координаты положения цилиндра (рис. 3.7): зазор  $S$  — расстояние по потоку между центром цилиндра и задней кромкой пластины, а зазор

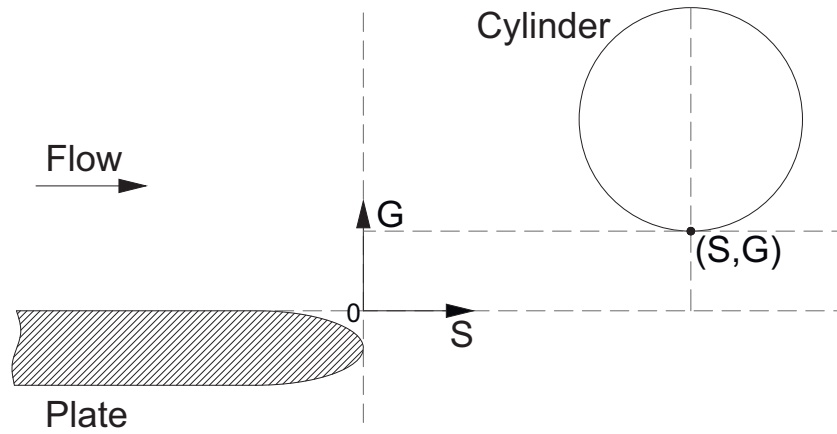


Рис. 3.7: Определение координат для описания положения цилиндра относительно задней кромки цилиндра - смещение  $S$  и зазор  $G$ .

$G$  — расстояние между поверхностью цилиндра и пластиной. Считалось, что  $S < 0$ , если центр цилиндра расположен выше по потоку относительно задней кромки пластины. Для каждого положения цилиндра скорость потока изменялась для нахождения максимума кривой  $A/D$ , которая во всех режимах выглядела аналогично рис. 3.4а. Затем это максимальное значение сравнивалось с относительной максимальной амплитудой  $A_0/D$  для одиночного цилиндра (без пластины).

### Амплитуды колебаний

Близость края пластины к центру цилиндра сильно влияла на амплитуду колебаний. При расположении цилиндра в точке  $S/D = -2$  (вверх по потоку от задней кромки пластины) максимум  $A/D$  уменьшался, а диапазон захвата частоты смещался в сторону более высоких при уменьшении  $G/D$  (Рисунок 3.8а). Аналогичное поведение этих кривых наблюдали [31] и [112]. В случае расположения центра цилиндра несколько ниже по потоку относительно пластины,  $S/D = 0.5$  (рис. 3.8b), диапазон синхронизации стал шире, а поведение максимальной амплитуды менялось на противоположное: она увеличивалась при уменьшении  $G/D$ . Изменение продольного положения цилиндра для постоянного отношения зазоров  $G/D = 0.5$  показано на рисунке 3.8с и ясно указывает на существование глобального максимума амплитуда колебаний в непосредственной близости от задней кромки пластины.

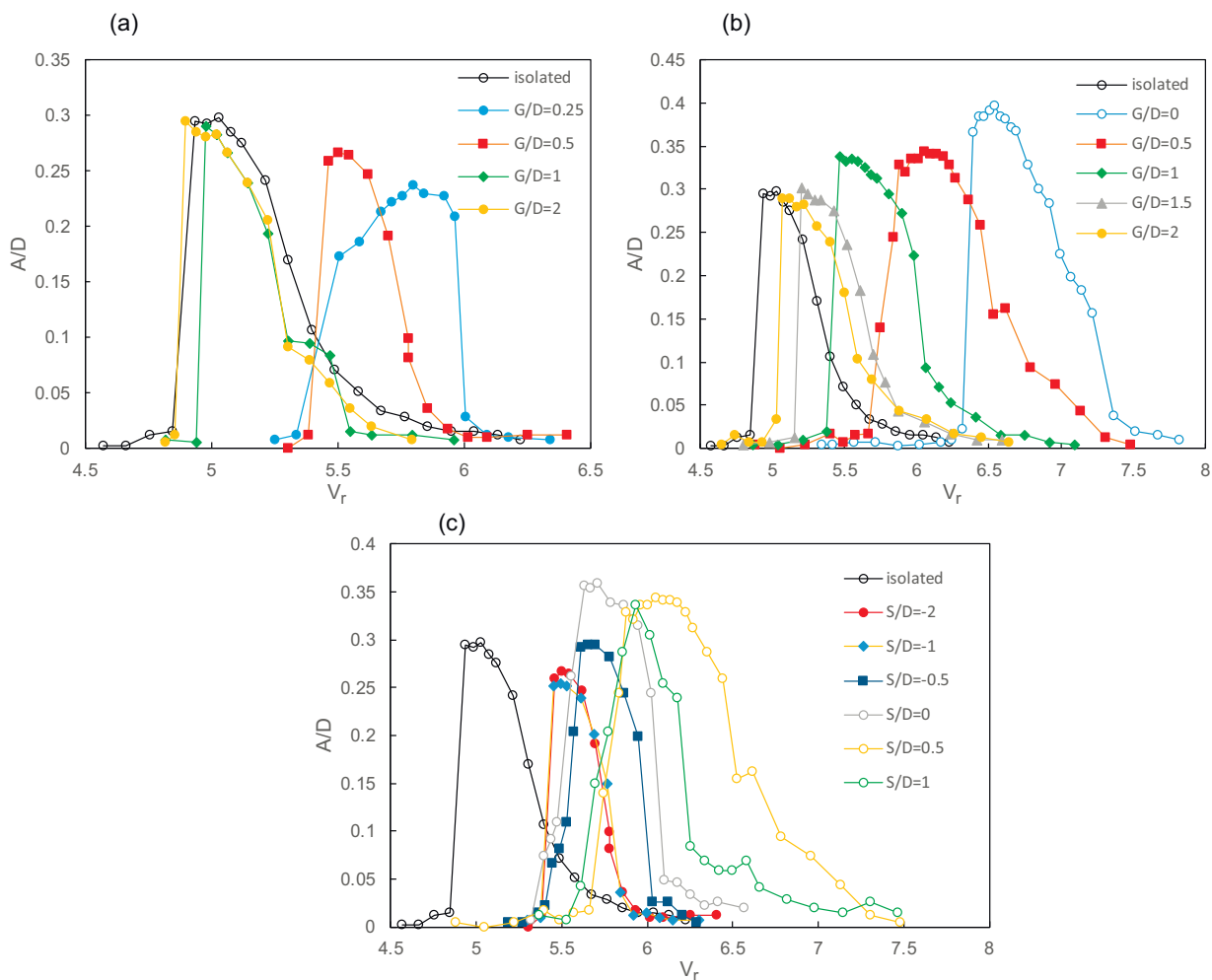


Рис. 3.8: Амплитуда колебаний  $A/D$  в зависимости от приведенной скорости  $V_r$ . (a) По линии  $S/D = -2$ ; (b) по линии  $S/D = 0.5$ ; (c) по линии  $G/D = 0.5$ .

На рисунке 3.9 показаны максимальные амплитуды колебаний  $A$ , отнесенные к одному и тому же значению для одиночного цилиндра  $A_0$  на линиях  $S = const$ . Видно, что при  $G/D \geq 2$  отношение  $A/A_0$  было близко к 1, т.е. колеблющийся цилиндр не «чувствует» присутствия пластины, а взаимодействие пластины и следы цилиндра исчезает, что согласуется с результатами [73] для неподвижного цилиндра. При меньших значениях  $G/D$  эффект близости пластин существенно зависел от  $S$ . Для цилиндра, расположенного достаточно далеко вверх по потоку от задней кромки пластины, т.е. при  $S/D \leq -1$ , влияние пластины было отрицательным: для всех величин зазоров  $A/A_0 < 1$ , т.е. максимальная амплитуда колебаний уменьшалась по мере приближения пластины. Такой же эффект был получен в [106] и [113] при колебаниях цилиндра вблизи плоскости бесконечной длины. Но



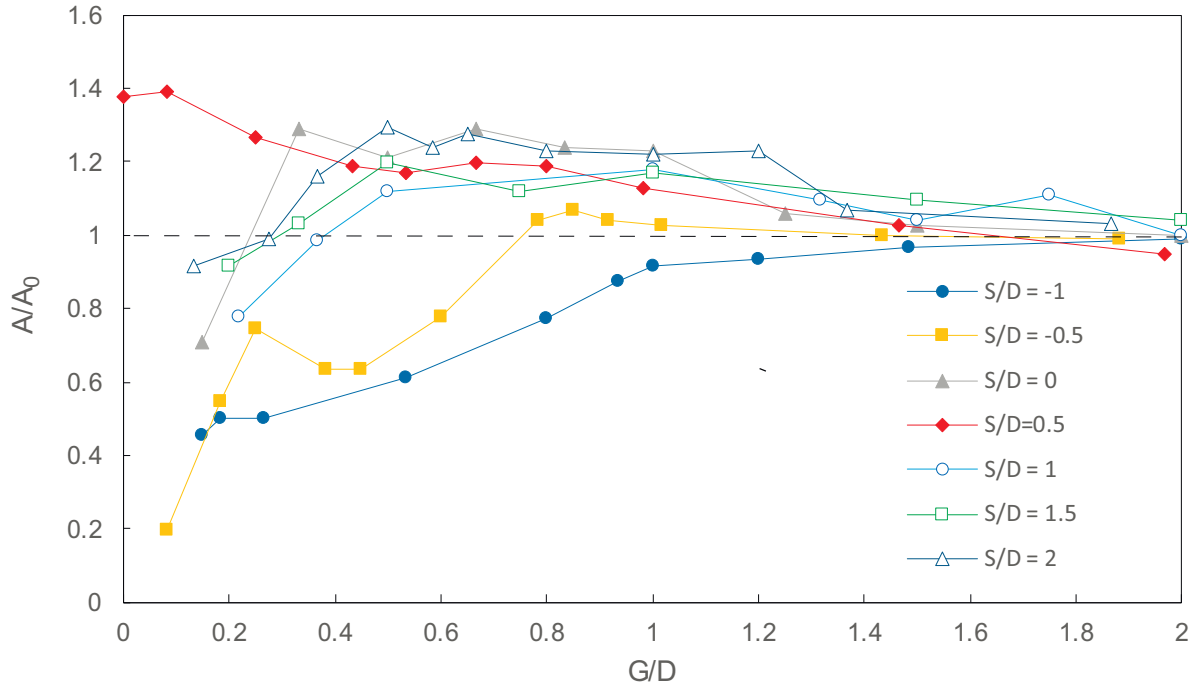


Рис. 3.9: Относительная амплитуда колебаний  $A/A_0$  для различных  $S$ .

при  $S/D \geq -0.5$  существует диапазон зазоров, в которых колебания усиливались по сравнению со случаем одиночного цилиндра. При  $S/D = -0.5$  максимальное усиление  $\alpha = (A/A_0 - 1) \times 100\%$  достигло почти 7% при зазоре  $G/D = 0.85$ , а далее вниз по течению диапазон усиленных колебаний  $G$  увеличился в протяженности и величинах амплитуд. Максимальное значение усиления колебаний  $\alpha = 39.2\%$  получено при  $G/D = 0.083$ ,  $S/D = 0.5$ , т.е. у задней кромки пластины, расположенной практически на том же уровне по потоку, что и передняя точка поверхности цилиндра. Дальнейшее увеличение  $S$  приводило к уменьшению эффекта, вплоть до отрицательных  $\alpha$  вблизи следа за пластиной, но зона положительных  $\alpha$  все еще существовала и смещалась в сторону больших значений  $G/D = 0.5 - 1$ .

Все измеренные значения  $A/A_0$  объединены в виде тепловой карты на рисунке 3.10. Как можно заметить, есть достаточно большая область существенного положительного влияния на усиление колебаний цилиндра. Особенно можно выделить две небольшие области: первая расположена выше и чуть ниже по течению от задней кромки пластины. Вторая область располагается дальше от края пластины при  $G/D = 0.3 - 1.2$  и  $S/D > 1.5$ .

Важно отметить, что близость пластин не искажает траекторию ко-

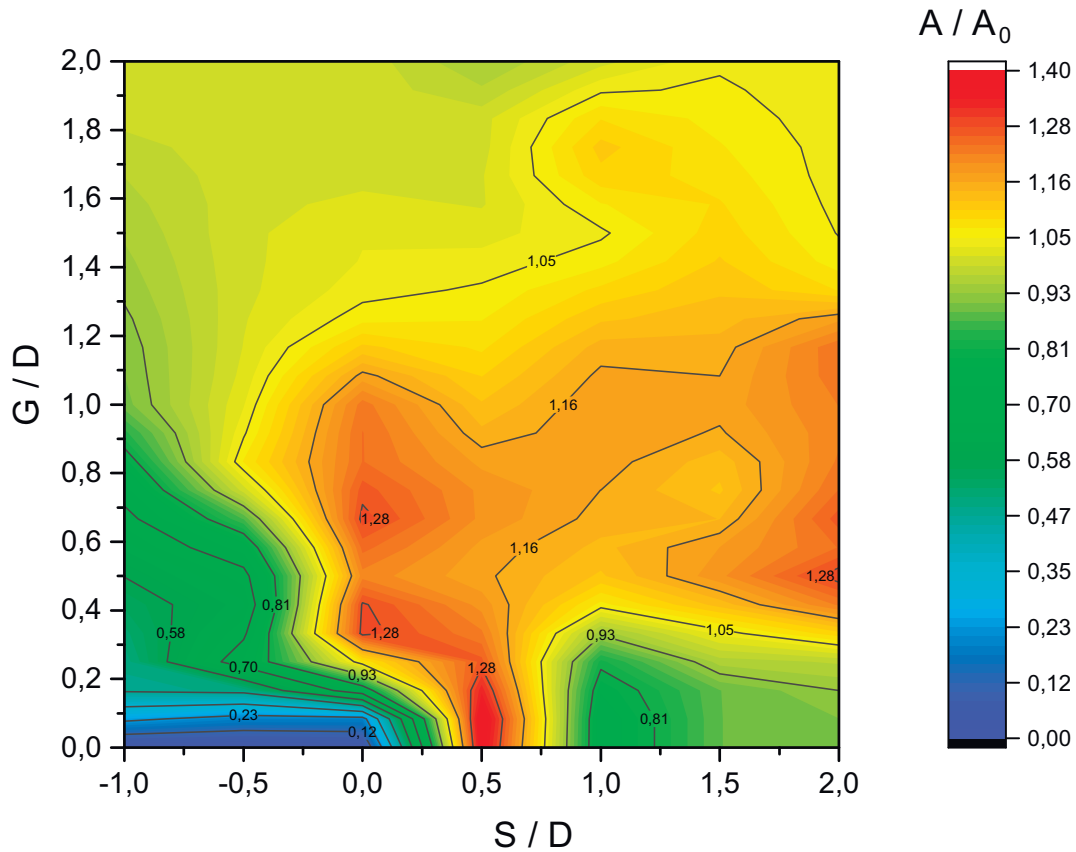


Рис. 3.10: Амплитуда колебаний  $A$  для цилиндра вблизи пластины, отнесенная к амплитуде колебаний одиночного цилиндра  $A_0$ , в зависимости от  $S$  и  $G$ .

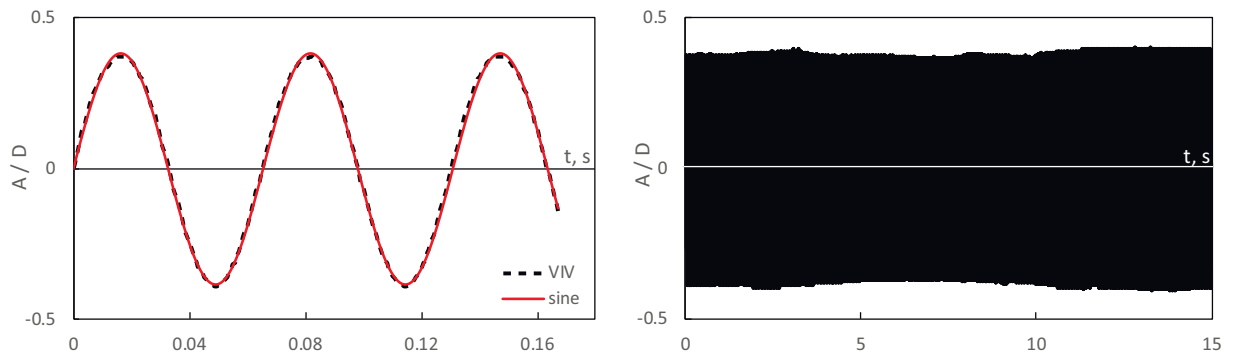


Рис. 3.11: Временной ряд VIV при  $S/D = 0.5$ ,  $G/D = 0$ : (а) Сравнение колебаний цилиндра, полученных в эксперименте, с синусом; (б) Характер колебаний цилиндра на большом времени, по сравнению с периодом.

лебаний цилиндра: движение было синусоидальным при всех положениях цилиндра ( $S, G$ ), а частота колебаний  $f_o$  практически не зависела от координат и приведенной скорости ( $|f_o/f_N - 1| < 0,003$ ). Отскока цилиндра

в экспериментах не наблюдалось, в отличие от исследований [112] и [116]. Для иллюстрации этих утверждений на рисунке 3.11 показан временной ряд VIV при  $S/D = 0.5$ ,  $G/D = 0$ : траектория цилиндра симметрична, незначительно отличающийся от синуса, а амплитуда VIV почти постоянна.

### Дымовая визуализация

Дымовые визуализации течения проводились для нескольких режимов течения. На рисунке 3.12 показаны три пары визуализаций течения в случае расположения цилиндра при  $S/D = -2.2$  и трех соотношениях  $G/D$ : 2.4, 1, 0.33. Значения приведенной скорости  $V_r$ , соответствующие случаю колебаний (максимальная амплитуда) и их отсутствия (меньшая, выходящая за пределы диапазона приведенная скорость), приведены в табл. 1. Верхний режим с  $G/D = 2.4$  (рис. 3.12a) соответствует максимальной амплитуде цилиндра  $A/D = 0.29$  при  $V_r = 4.8$  и крайнем верхнем положении цилиндра при колебаниях. Рисунок 3.12b соответствует  $V_r = 4.2$ ; отсутствие вибраций подтверждено измерениями амплитуды (измеренное значение  $A/D \sim 0,003$  порядка чувствительности датчика), а соответствующая частота схода вихрей меньше собственной частоты. Видно, что структуры следа идентичны вплоть до небольших искажений в вихрях. Можно наблюдать пары срывающихся с цилиндра вихрей и одновременно цепочку валиков Кельвина-Гельмгольца (КН) в следе за пластиной для обоих режимов. Отдельно проделанная визуализация течения вблизи изолированной пластины показывает, что течение вокруг нее является безотрывным, а след за пластиной остается стационарным и ламинарным как минимум в течение  $20D$  ниже по потоку от задней кромки. Следовательно, возмущение следа за пластиной и ее быстрый разрыв происходили не из-за неустойчивости самого следа за пластиной, а из-за наличия вихрей, сходящих с цилиндра.

Уменьшение отношения зазоров до  $G/D = 1$  изменяет картину схода вихрей (рис. 3.12c, d): вихрь, вращающийся против часовой стрелки, имел более неблагоприятное состояние к сходу, а его интенсивность и размер были меньше, чем для вихря, вращающегося по часовой стрелке. Совместный след цилиндра и пластины был шире для колеблющегося цилиндра. В обо-

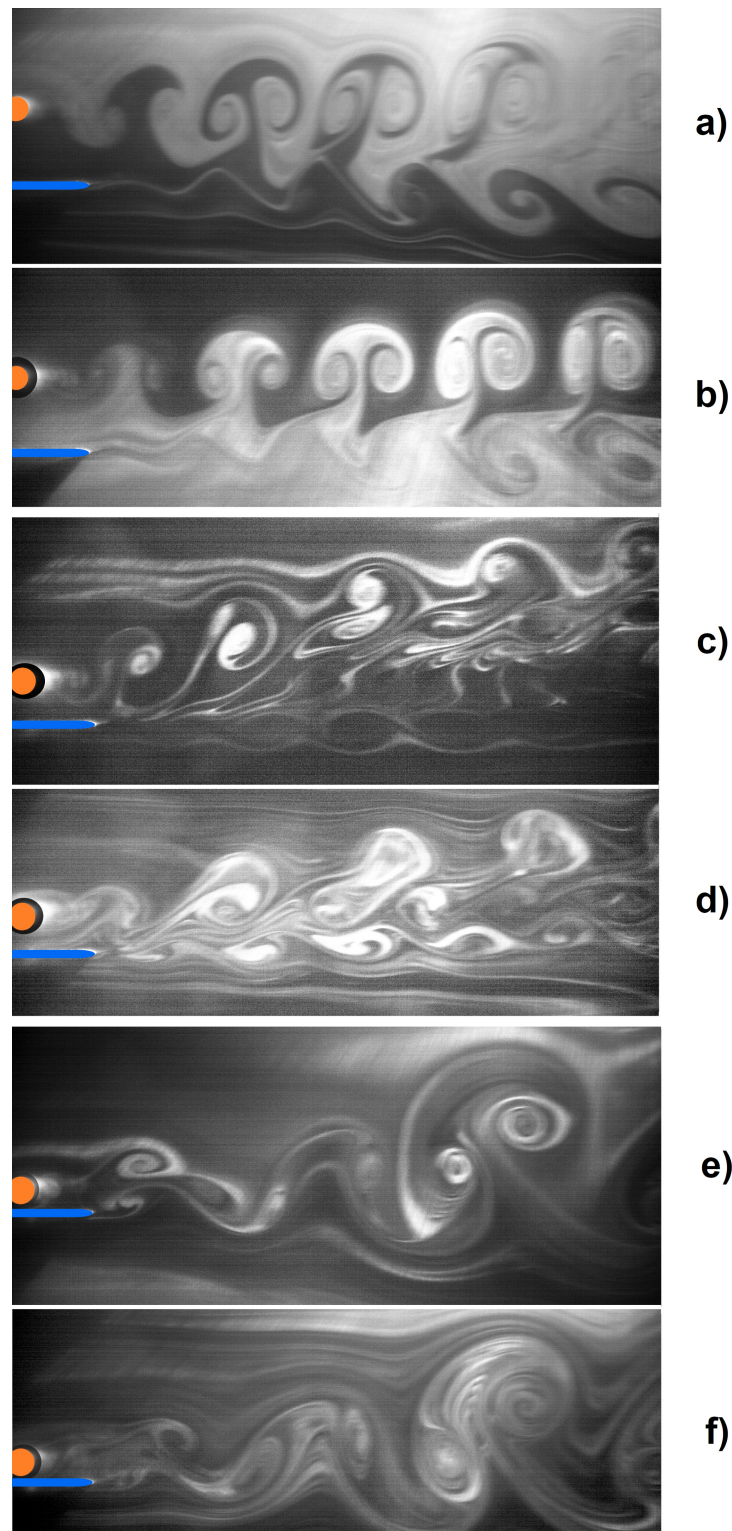


Рис. 3.12: Сравнение режимов течения около цилиндра (оранжевый цвет) и пластины (голубой цвет) при  $S/D = -2.2$ . Зазоры  $G/D = 2.4$  (a, b), 1 (c, d), 0.33 (e, f). Случаи колебаний (a, c, e) и отсутствия колебаний (b, d, f). Соответствующие приведенные скорости даны в таблице 1.

их режимах между парами вихрей Кармана и цугом вихрей КН существует зона низкой скорости (различима в последней трети кадра), обусловленная

Таблица 1: Значения  $V_r$  для режимов на Рис. 3.12

$G/D$	Колебания		Отсутствие колебаний	
	Подрисунок	$V_r$	Подрисунок	$V_r$
2.4	a	4.8	b	4.2
1	c	5	d	4.84
0.33	e	5.9	f	5.1

тем, что вихри Кармана, расположенные сверху от нее, вращаются по часовой стрелке, а расположенные ниже вихри КН – против часовой. Тем самым местная скорость оказывается существенно ниже скорости набегающего потока. Дальнейшее уменьшение отношения зазоров до  $G/D = 0.33$  (рис. 3.12e, f) приводит к исчезновению вихря, вращающегося против часовой стрелки, что согласуется [11]. В следе остается только два вихря: первый от цилиндра и второй от пластины, и система (цилиндр+пластина) начинает обтекаться как единое тело.

При  $S/D = 0.5$  и  $G/D = 0$  цилиндр имел увеличенную по отношению к изолированному цилиндру амплитуду  $A/D = 0.38$  ( $A/A_0 = 1.27$ ); визуализация этого режима течения показана на рисунке 3.13. Вихревые структуры для случаев колебаний и их отсутствия в целом были схожими, но вихри, вращающиеся против часовой стрелки, были слабее в случае отсутствия колебаний. Отметим, что за пластиной не наблюдается развития вихрей в ее следе.

Наблюдаемые режимы схода вихрей чем-то схожи с режимами 2S и S+P [110] для одиночного колеблющегося цилиндра, но не являются таковыми из-за наличия пластины. Режимы схода вихрей можно разделить на одиночные вихри (S), срываемые с цилиндра, и вихри Кельвина-Гельмгольца (КН), расположенные за пластиной. Попробуем дать классификацию характеров типов вихрей в следе системы «пластина+цилиндр» (Рис. 3.14). Выделим три сценария. Первый относится почти ко всем случаям с  $S/D > 0$ , когда пластина искажала след за цилиндром, но тип схема вихрей с цилиндра 2S (классическая, рис. 3.14a) оставалась неизменной. Аналогичный режим схода вихрей наблюдается при  $S/D < 0$  и больших  $G/D$ : цилиндр не влияет на течение вблизи пластины, так что следы цилиндра и пластины не искажали друг друга. Вторая схема – S+КН (рис.

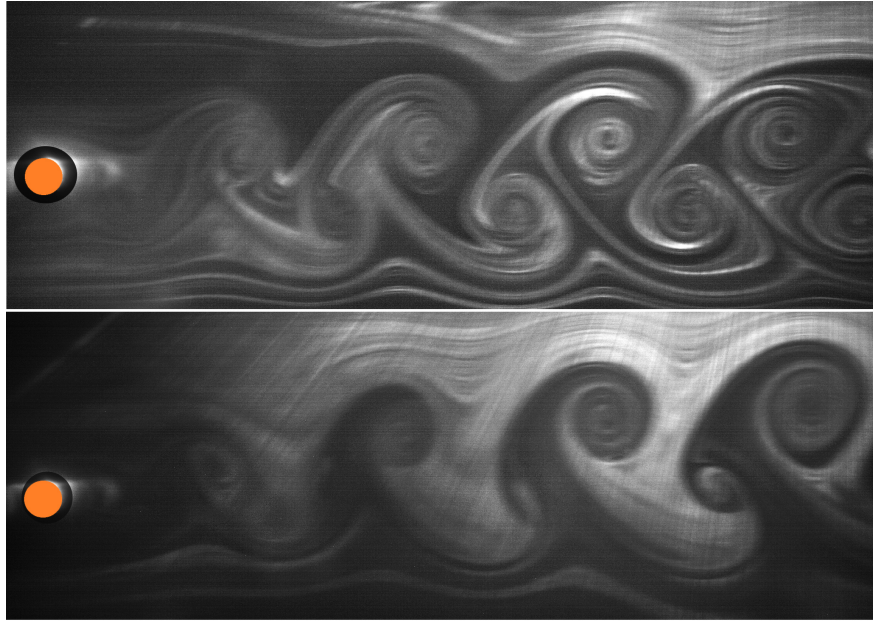


Рис. 3.13: сравнение режимов течения при  $S/D = 0.5, G/D = 0$ . сверху – колеблющийся цилиндр,  $A/D = 0.38, V_r = 6.6$ , снизу – без колебаний,  $V_r = 6.2$ .

3.14b) соответствует малым зазорам: след за пластиной распадался на цепочку вихрей КГ, индуцируемых следом цилиндра, и за период колебаний с цилиндра срывался один единственный вихрь. В случае третьего режима (2S+КН, рис. 3.14c) промежуточный зазор позволял сбрасывать два вихря с цилиндра за период колебаний, поэтому в совместном следе присутствуют два S и один КН вихрь.

### Частоты схода вихрей

Измерения частоты схода вихрей проводились в отдельной серии экспериментов аналогично изолированному цилиндру (раздел 3.2). Для измерения частоты в случае неподвижного шнура был использован металлический цилиндр того же диаметра. Датчик термоанемометра располагался в том же положении относительно цилиндра, что и ранее. Как показано в предыдущем разделе, наличие пластины смещает диапазон захвата в сторону более высоких приведенных скоростей. Аналогичное действие можно было наблюдать и на частотных кривых (рис. 3.15) как для жесткого, так и для упругого цилиндра частоты схода вихрей  $f_v$  уменьшались при расположении цилиндра ближе к пластине. Рисунок 3.15 свидетельствует о том, что

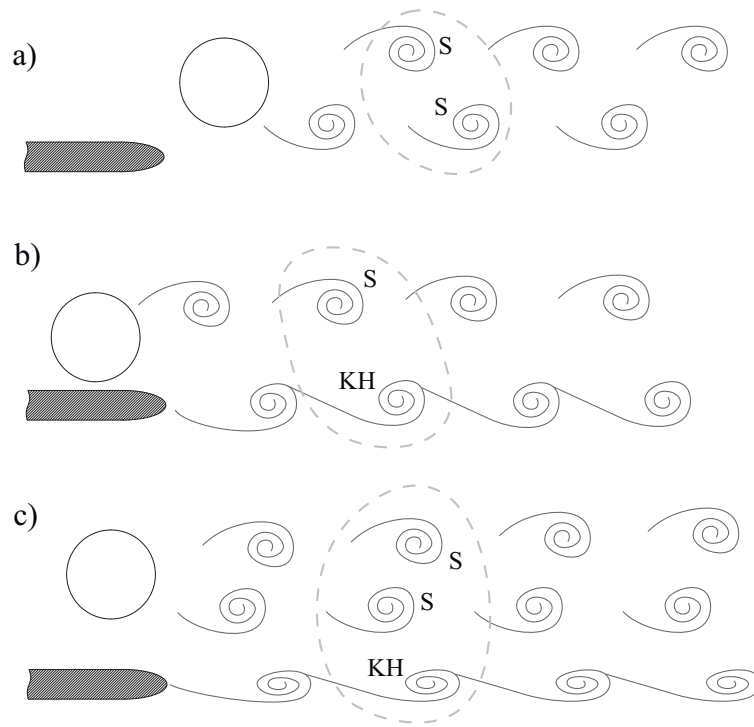


Рис. 3.14: Схемы наблюдавшихся режимов схода вихрей: а) случай 2S; б) случай S+KH; в) случай 2S+KH.

смещение области синхронизации происходит не из-за колебаний, а только из-за уменьшения частоты  $f_v$ .

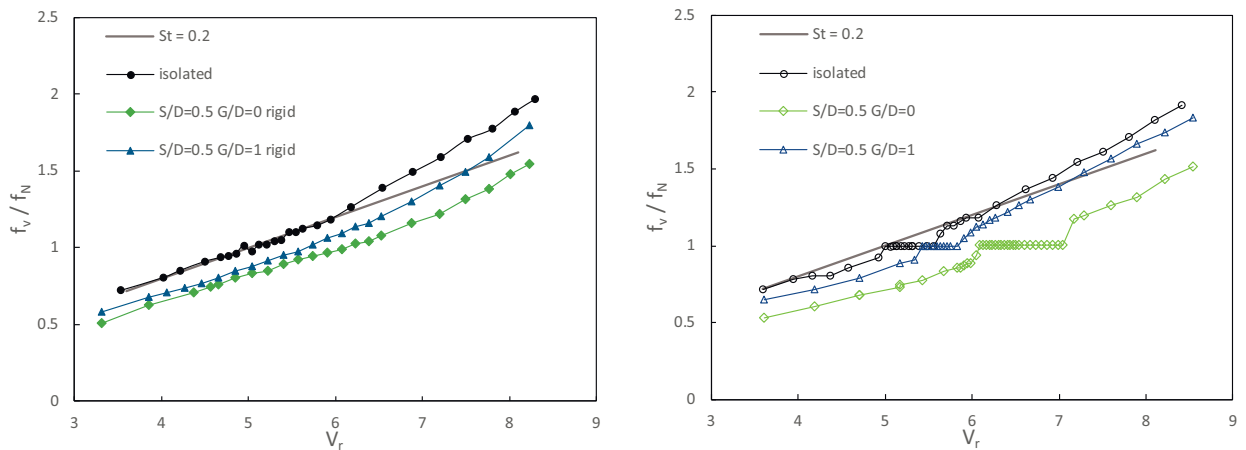


Рис. 3.15: Частоты схода вихрей для жесткого (слева) и для упругого (справа) цилиндра рядом с пластиной при  $S/D = 0.5$  и двух зазоров  $G/D = 0$  и 1 в сравнении с результатами для одиночного цилиндра. Сплошная линия соответствует  $St = 0.2$ .

### 3.4 Выводы

В главе исследованы и сопоставлены колебания упругого цилиндра конечного размаха вблизи жесткой пластины конечной длины со случаем изолированного цилиндра. Для цилиндров, расположенных достаточно далеко вверх по потоку от задней кромки пластины, амплитуда колебаний уменьшалась при уменьшении зазора между цилиндром и пластиной, что соответствует ранее известным результатам для колебаний вблизи плоскости. При расположении цилиндра вблизи или ниже по потоку от задней кромки пластины существовали области увеличенной амплитуды относительно изолированного цилиндра. Проведено экспериментальное исследование амплитуды колебаний при различных положениях цилиндра относительно пластины. Наибольшее увеличение амплитуды колебаний достигло 39% по сравнению со случаем изолированного цилиндра. Были выполнены измерения частоты схода вихрей, а также визуализация потока дыма для случаев колеблющихся и неколеблющихся цилиндров, которые не показали существенного изменения структуры потока для случая колебаний и их отсутствия.

Стоит отметить, что рассматриваемые колебания не относились к колебаниям, вызванным следом (wake-induced vibrations), так как опыты с пластиной без цилиндра показывают, что ее след был стационарным и ламинарным. Следовательно, единственная неустойчивость исходила от цилиндра, колебания которого не вызывались следом за пластиной. Наличие пластины модифицировало сход вихрей, но все зависимости оставались качественно подобными зависимостям в случае одиночного цилиндра.

Отметим, что толщина пластины ( $0.33D$ ) и диаметр цилиндра  $D$ , рассматриваемые в данном исследовании, были сопоставимы. Так как зона с  $A/A_0 > 1$  расположена на уровне или ниже по потоку от задней кромки пластины (рис. 3.10), рост амплитуды связан с взаимодействием следов от цилиндра и пластины. Учитывая, что толщина следа за пластиной была порядка толщины пластины, изменение последней могло повлиять на амплитуду VIV. Следовательно, анализ влияния толщины пластины может быть предметом будущих экспериментов, посвященных возможностям дальнейшего увеличения  $A/A_0$ .



Влияние числа Рейнольдса на рост  $A/A_0$  — еще одна интересная проблема для будущих исследований. В данном исследовании мы рассматривали короткий диапазон чисел Рейнольдса (180–260), поэтому определенные изменения в результатах можно ожидать при больших числах Рейнольдса.

Хотя усиление колебаний при наличии пластины конечной длины хорошо виден, механизм усиления трудно выявить только на основе визуализации течения и полученных количественных характеристик. В этом случае могут помочь измерения давления на поверхности цилиндра, однако прямые измерения на резиновом цилиндре затруднительны. Более подходящим вариантом представляется численное исследование, которое также может стать предметом дальнейшего развития работы.

С практической точки зрения, в энергетических установках на основе VIV упругих цилиндров всегда возникает потребность в жесткой конструкции, расположенной вблизи цилиндра, в том числе для размещения электрогенераторов, датчиков и т. д. Данное исследование показывает, что конкретная конфигурация такой жесткой конструкции также может быть эффективной с точки зрения увеличения амплитуды колебаний и может использоваться для повышения эффективности отбора энергии.

## 4 Экспериментальное изучение влияния вязкоупругих покрытий на турбулентный пограничный слой<sup>1</sup>

В силу большой сложности задачи о взаимодействии вязкоупругого слоя с турбулентным пограничным слоем важно иметь хорошую экспериментальную базу, с помощью которой можно получить большой массив данных по снижению или повышению трения в зависимости от большого количества параметров данной задачи. Проводимые эксперименты должны стать основой базы данных, которую можно будет использовать для проверки и калибровки теорий, описывающих данное явление.

### 4.1 Описание эксперимента

Попытка создать такую экспериментальную базу была сделана в институте механики МГУ на базе гидродинамической трубы. Эта экспериментальная установка имеет две рабочие части: круглую, для моделирования осесимметричных течений, и плоскую, в которой воссоздаются условия, близкие к плоскому течению. В дальнейшем будет обсуждаться только лишь плоская рабочая часть (ПРЧ) с габаритами 2000x1000x120 мм (ДxШxВ). Сверху и по бокам имеются смотровые окна из оргстекла для визуального наблюдения за моделью и бесконтактного измерения скорости. До ПРЧ находится форкамера с поперечным сечением (1400x1900 мм) и конфузор со степенью поджатия 22.2:1, после – диффузор с малым углом раскрытия для безотрывного замедления потока. В нижней поверхности рабочей части расположено отверстие диаметром 400 мм, в котором располагался весовой элемент. К нему в свою очередь крепились тестовая модель (ее в дальнейшем будем называть *базовой*). Для того, чтобы не возмущать течение в ПРЧ, это отверстие закрывается диском-обтекателем диаметром 398 мм, оставляя круговой зазор в 1 мм между корпусом рабочей части и

---

<sup>1</sup>При подготовке данной главы диссертации использовались следующие публикации автора, в которых, согласно «Положению о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова», отражены основные результаты, положения и выводы исследования: [46, 49, 128–130].

диском-обтекателем.

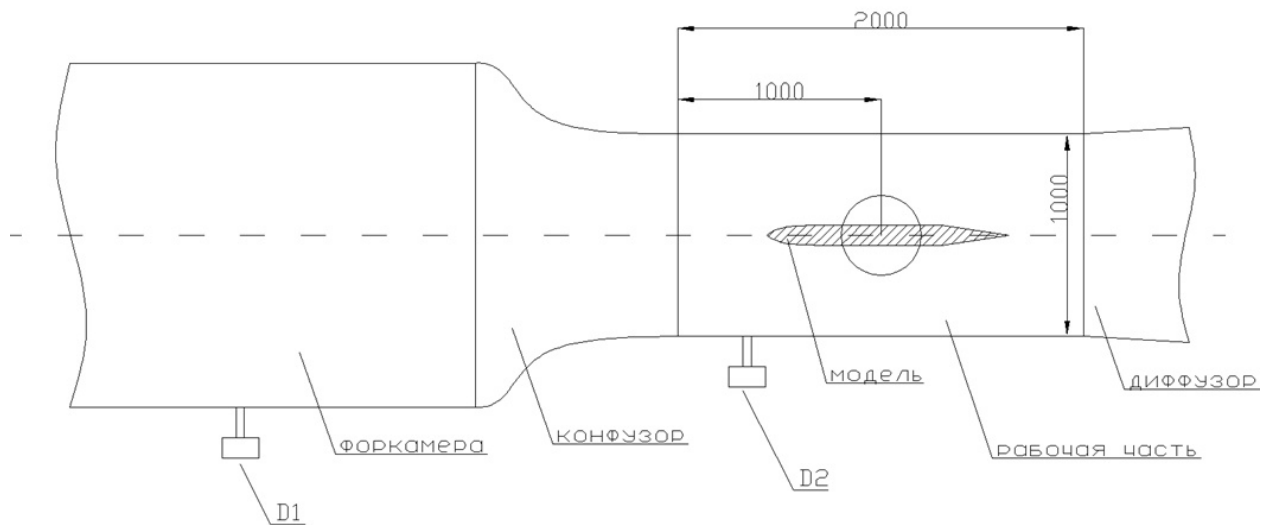


Рис. 4.1: Схема гидродинамической трубы вблизи от ПРЧ с установленной тестовой моделью.

Контроль за скоростью и давлением осуществлялся штатной измерительной системой гидродинамической трубы: контроль давления и измерение скорости набегающего потока производилось с помощью двух датчиков абсолютного давления BD SENSORS DMP 331 (диапазон от 0 до 6 бар, погрешность 0.35%), один из которых ( $D1$  на Рис. 4.1) был соединен с форкамерой, другой ( $D2$ ) — с рабочей частью, причем дренажный канал находился на расстоянии 200 мм от начала рабочей части. Для измерения силы сопротивления были изготовлены однокомпонентные тензометрические весы: из цельного куска нержавеющей стали была отфрезерована конструкция для крепления модели к монтажной площадке в техническом пространстве под рабочей частью гидродинамической трубы. У весового элемента перпендикулярно площадкам для монтажа имелась одна толстая (около 20 мм) и две тонкие (около 4 мм) стойки, на последние клеились проволочные тензорезисторы по схеме «полный мост» и гидроизолировались пушечным салом. Тарировка весов и предварительные тесты показали хорошую повторяемость сигнала, а также независимость от температуры воды. Сигнал от них поступал на нормирующий усилитель НУ-05DC, а затем обрабатывался АЦП NI USB-6229, как и сигналы от датчиков давления. Обработка и хранение результатов велись в программе, написанной в среде LabView. Измерение средней продольной скорости и ее моментов

в пограничном слое вблизи пластин производились с помощью лазерного доплеровского измерителя скорости ЛАД-06, снабженного координатно-перемещающим устройством с шагом 0.025 мкм. Измерительный объем, по которому происходила регистрация вспышек, представляет собой эллипсоид с диаметрами 1000x50x50 мкм. При сборе отчетов для нахождения средней скорости и ее моментов в заданной точке обычно использовалось правило регистрации вспышек на протяжении 20 секунд или при достижении 5000–6000 отчетов. Погрешность в измерении скорости составляла не более 0.5%.

Для получения верных величин кинематической вязкости температура измерялась установленным в форкамере датчиком температуры DS1820 фирмы DALLAS Semiconductor (точность  $\pm 0.5^\circ\text{C}$ ), показания которого выводились на ПК с помощью платы STM32F4Discovery фирмы ST Microelectronics.

## **Базовая модель**

Базовая модель создавалась универсальной – как база для тестов различных методов управления пограничным слоем (вязкоупругим слоем, шероховатостью, риблетами и т.д.) Модель состоит из трёх частей: носовая, центральная и кормовая части. Центральная часть имеет съёмные боковые панели, которые могут быть изготовлены из мягких материалов; также при установке панелей с соответствующими свойствами возможно изучение влияния шероховатости и риблетов. Предполагалось при конструировании модели получить такие ее обводы, чтобы на центральной части формировался наиболее близкий к безградиентному пограничный слой, изучение взаимодействия которого с податливыми поверхностями является основной целью исследований.

Для выбора формы модели использовалось численное моделирование в рамках двумерного развитого турбулентного течения вязкой несжимаемой жидкости (осреднённые по Рейнольдсу уравнения Навье-Стокса с моделью турбулентности  $k - \varepsilon$ ) в программе Ansys CFX. Все расчёты проводились на заданной скорости набегающего потока 20 м/с. К модели предъявлялись следующие требования:

1. Центральная часть представляет собой параллелепипед с боковыми поверхностями, параллельными потоку.
2. Носовая и кормовая части спрофилированы так, что продольный градиент давления и скорости вблизи центральной части модели минимальны, так что течение вокруг центральной части модели можно считать практически однородным, а пограничный слой, формирующийся на её поверхности – безградиентным.
3. Носовая и кормовая части ограничены по длине так, чтобы полная длина модели, с одной стороны, была заметно меньше длины рабочей части гидродинамической трубы, а с другой, центральная часть модели достаточно велика для изучения пограничного слоя в этой части.
4. Кормовая часть обеспечивает безотрывное течение в следе за моделью при скорости набегающего потока до 25 м/с и давлении, превышающем атмосферное.
5. Ширина модели составляет не менее 0.09 м для возможности разведения внутри модели дренажных трубочек для забора давления на её поверхности.

Процесс оптимизации стартовал с достаточно простой геометрии: носовая часть модели задавалась в форме эллипса с отношением полуосей 3:1, кормовая – в форме клина. Далее геометрия изменялась для улучшения сопряжения профили носовой и кормовой части со средней, рассматривались различные удлинения эллиптической носовой части и плавные, в виде дуг эллипса, сопряжения кормового клина с центральной частью. Для каждого варианта проводился расчёт и исследовался график распределения давления и скорости в ядре потока вблизи поверхности центральной части.

При анализе различных профилей выяснилось, что носовые части в форме эллипса с удлинениями вплоть до 8:1 не обеспечивают достаточно гладкое сопряжение с плоской центральной частью, и течение вокруг последней недостаточно однородное. Поэтому далее профили модифицировались алгебраическими функциями для обеспечения большей гладкости перехода носовой и кормовой частей в центральную.

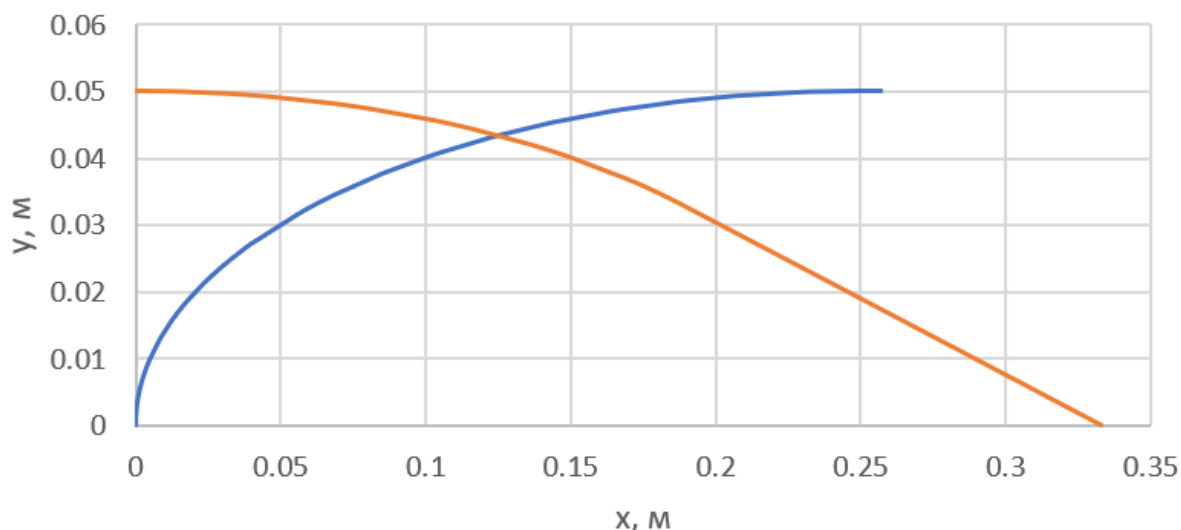


Рис. 4.2: Финальная геометрия носа (синяя кривая) и кормы (оранжевая кривая) модели.

В результате были выбраны профили носовой и кормовой частей, показанные на Рис. 4.2. Длина и ширина плоской центральной части модели составляют 0.6 и 0.1 м соответственно. Распределение скорости и давления в течении вокруг профиля показаны на Рис. 4.3, графики давления и скорости в ядре потока вдоль поверхности центральной части – на Рис. 4.4. Как видно, перепад между максимальным и минимальным давлениями вдоль центральной части модели составляет около 20 кПа, разброс скорости не превышает 0.9 м/с, что можно считать удовлетворительным.

Модель, соответствующая выбранному профилю поверхности, была сконструирована в Институте теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН, изготовлена в Технопарке Новосибирского академгородка и передана в НИИ механики МГУ для испытаний. Модель изготовлена из алюминиевого сплава АМг6 и состоит из трёх частей: носовой, кормовой и центральной. Носовая и кормовая части являются неразборными; центральная часть состоит из цельнофрезерованного каркаса и четырёх съёмных боковых панелей (по две на каждую сторону). Фотографии модели в собранном и разобранном виде приведены на Рис. 4.5. После установки в рабочую часть гидродинамической трубы центральной части с боковыми панелями, носовая и кормовая части приставляются к ней и притягиваются гайками, накручиваемыми с внутренней стороны центральной части на

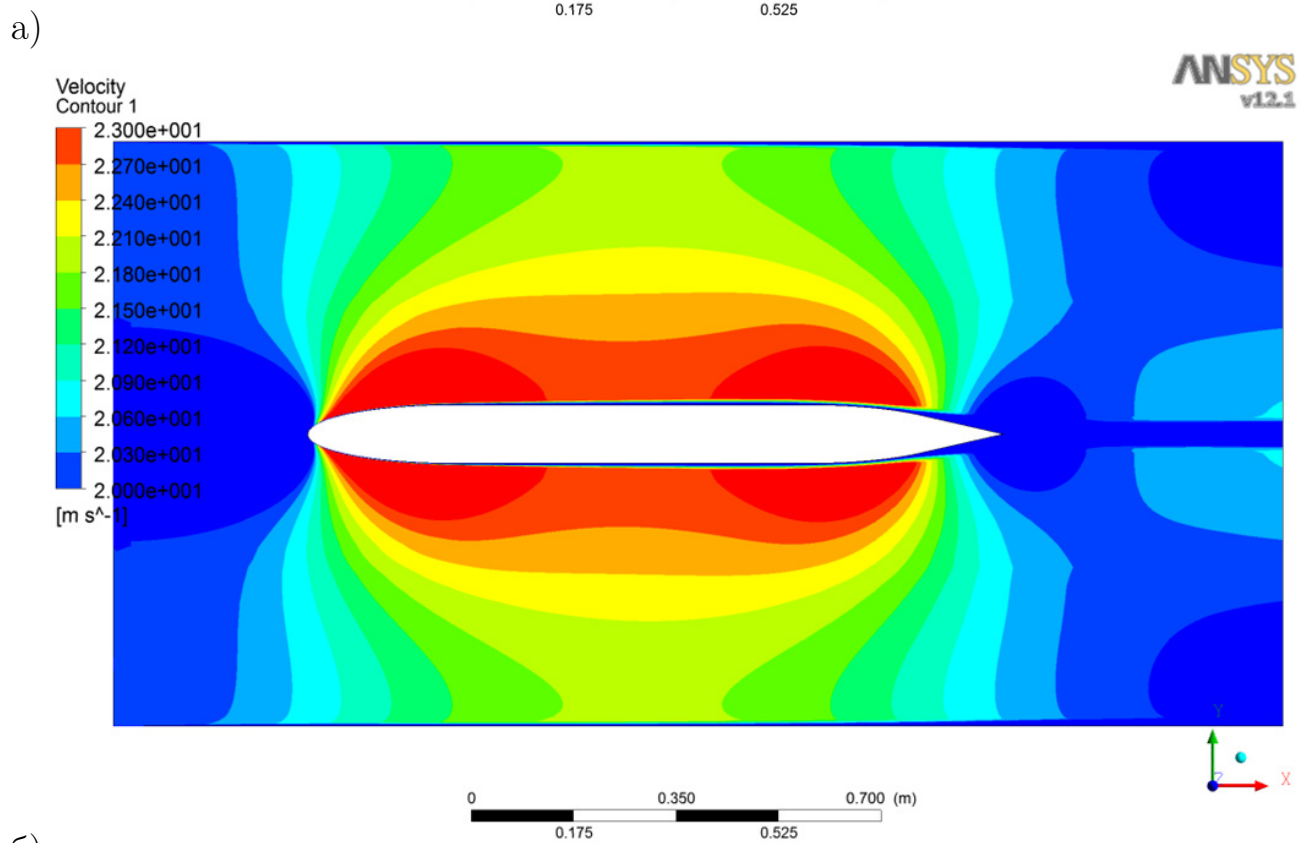
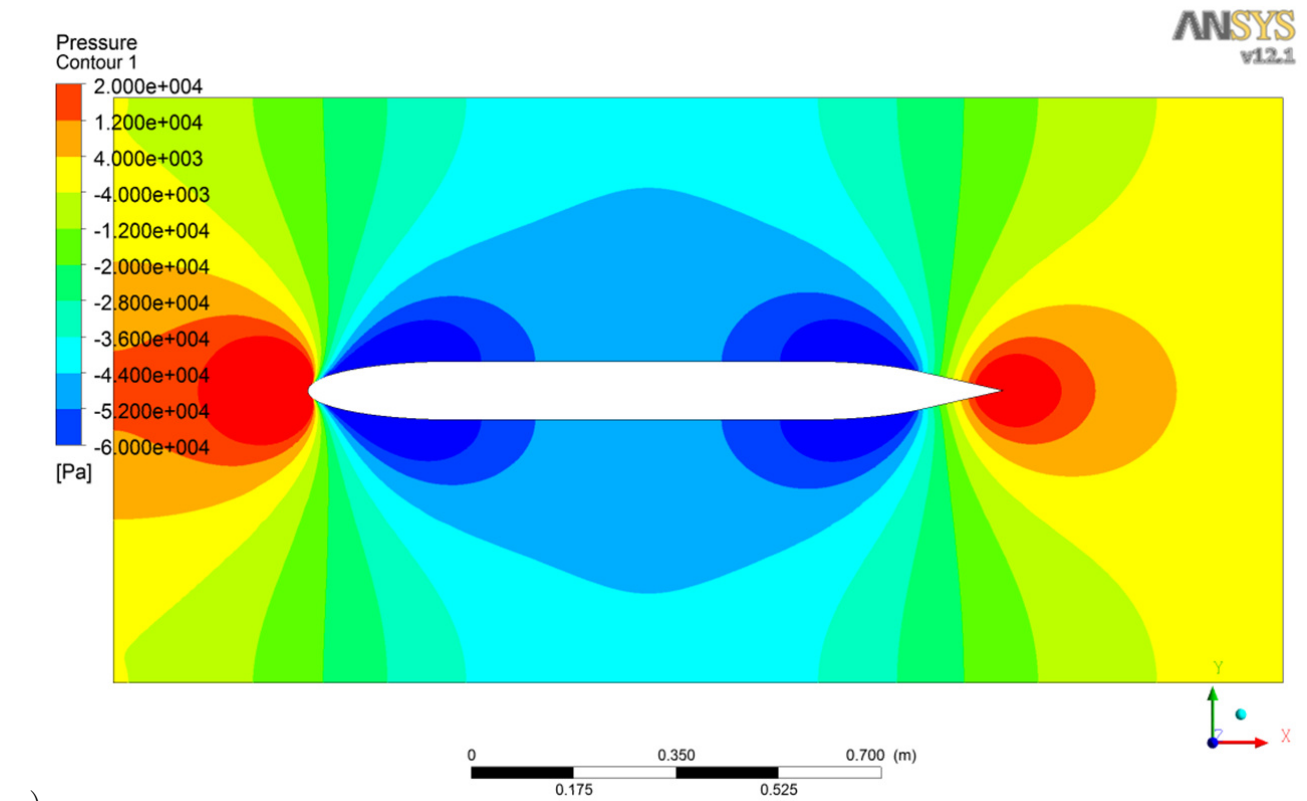
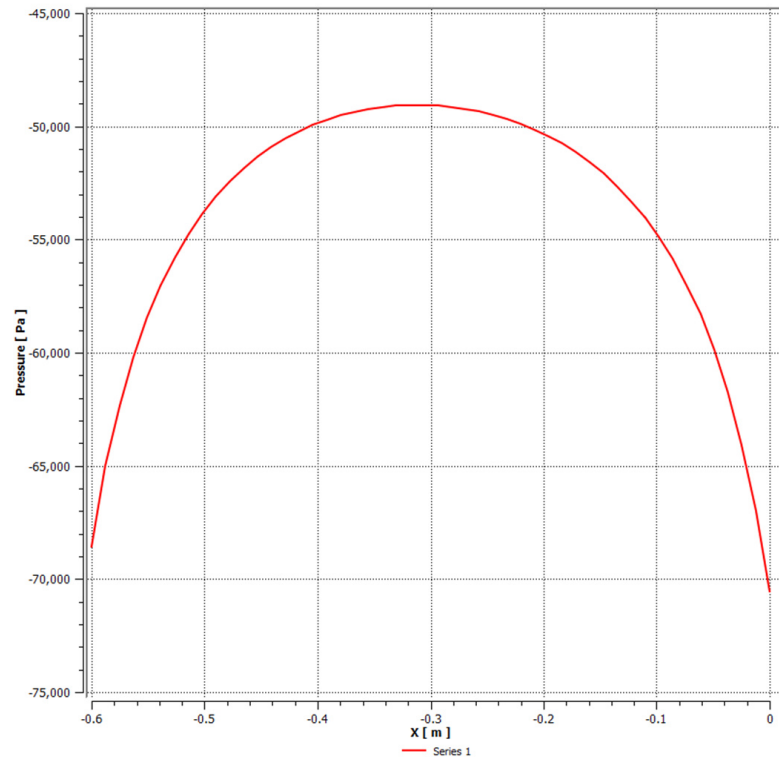


Рис. 4.3: Расчет обтекания базовой модели при 20 м/с в рабочей части гидродинамической трубы: а) поле давлений, б) поле скоростей.

а)



б)

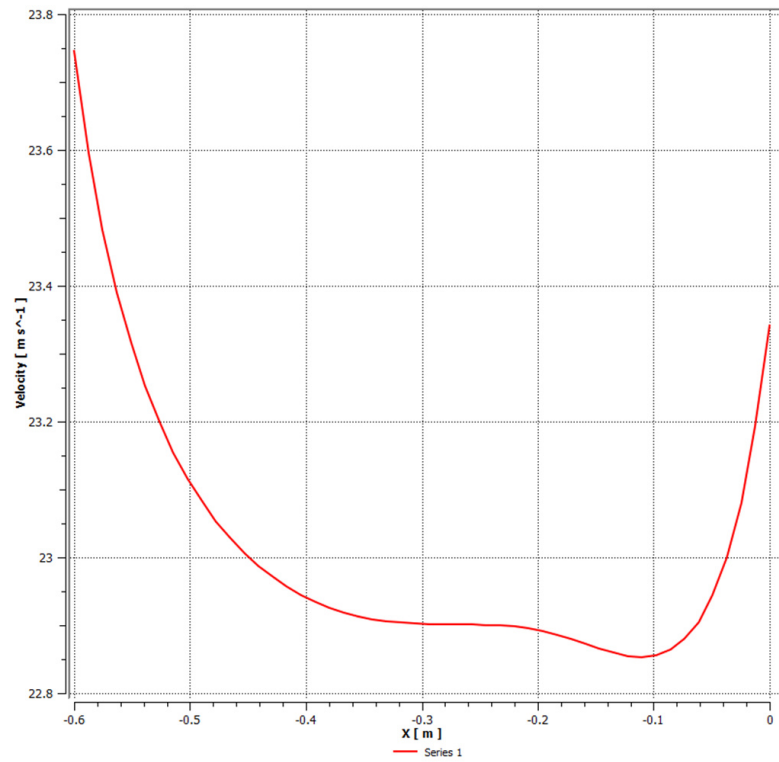
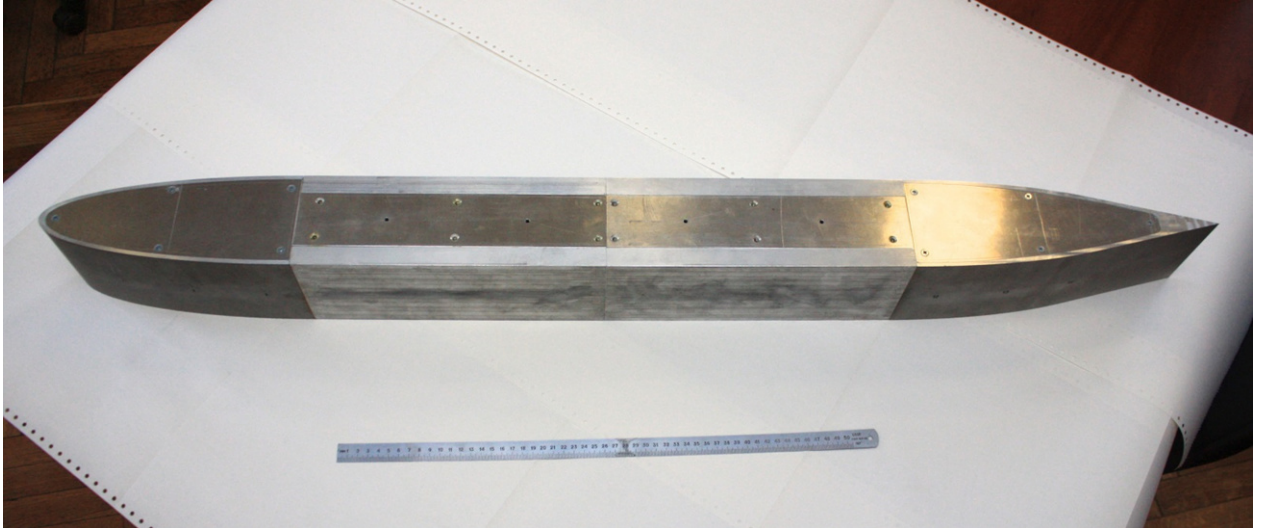


Рис. 4.4: Распределение параметров на плоской части базовой модели при  $V_\infty = 20$  м/с: а) давление, б) скорость.



шпильки приставных частей. Высота модели составляет 117 мм, что обеспечивает вертикальный зазор 1.5 мм между моделью и горизонтальными стенками рабочей части гидродинамической трубы. Зазор был выбран достаточно большим, чтобы гарантировано не возникало касания модели и стенок рабочей части гидродинамической трубы во время испытаний.

а)



б)

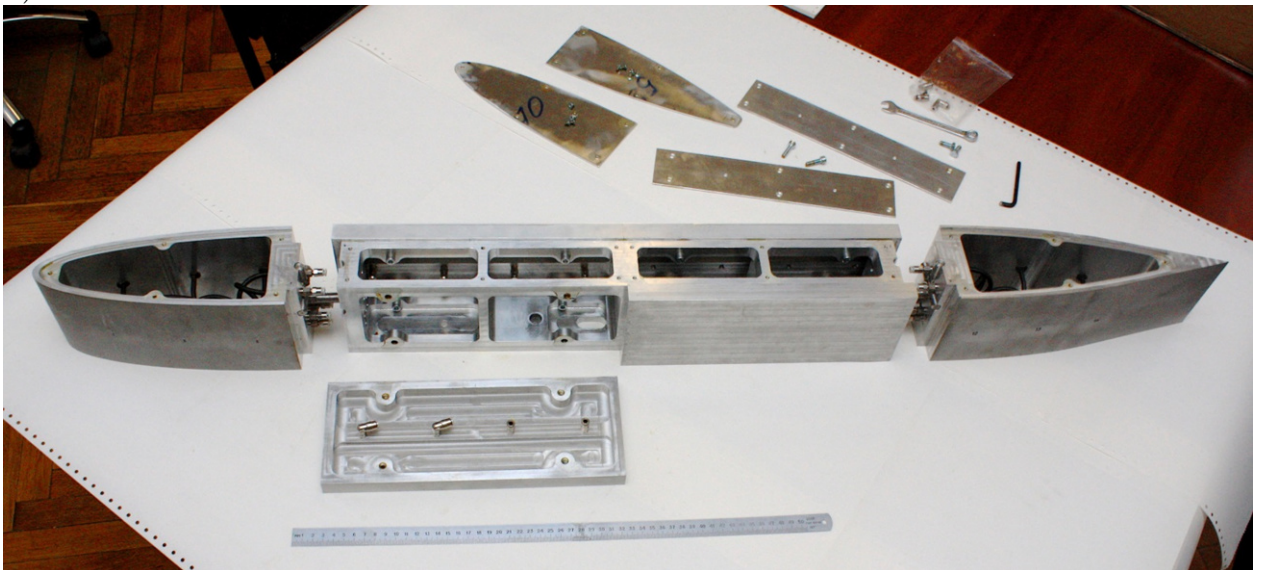


Рис. 4.5: Фотография базовой модели: а) в собранном виде, б) в разобранном виде.

### Изготовление покрытий

Вязкоупругие покрытия были изготовлены на базе ИТ СО РАН из кремнийорганической резины Mold Max 10, полимеризующейся при комнатной

температуре и нормальном давлении от добавленного катализатора. Это низкомолекулярный полидиметилсилоксан со структурной формулой  $[-O-Si(CH_3)_2-]$ , представляет собой жидкость с вязкостью 15000 сП. Стандартная композиция состоит из 100 частей основного вещества и 10 частей катализатора. Перед смешением компонентов проводилась их дегазация в течение 2 часов в экструдере при разряжении -0.85 атм. Далее полученная смесь перемешивалась на низкооборотной (250 об/мин) мешалке в течение 20 мин, чтобы не образовывались газовые пузыри. Время жизни смеси составляет около 45 мин, за которое производилась дегазация раствора после смешивания и разлив её по формам. Из приготовленной смеси одновременно изготавливались два податливых покрытия и образцы для измерения вязкоупругих свойств.

а)

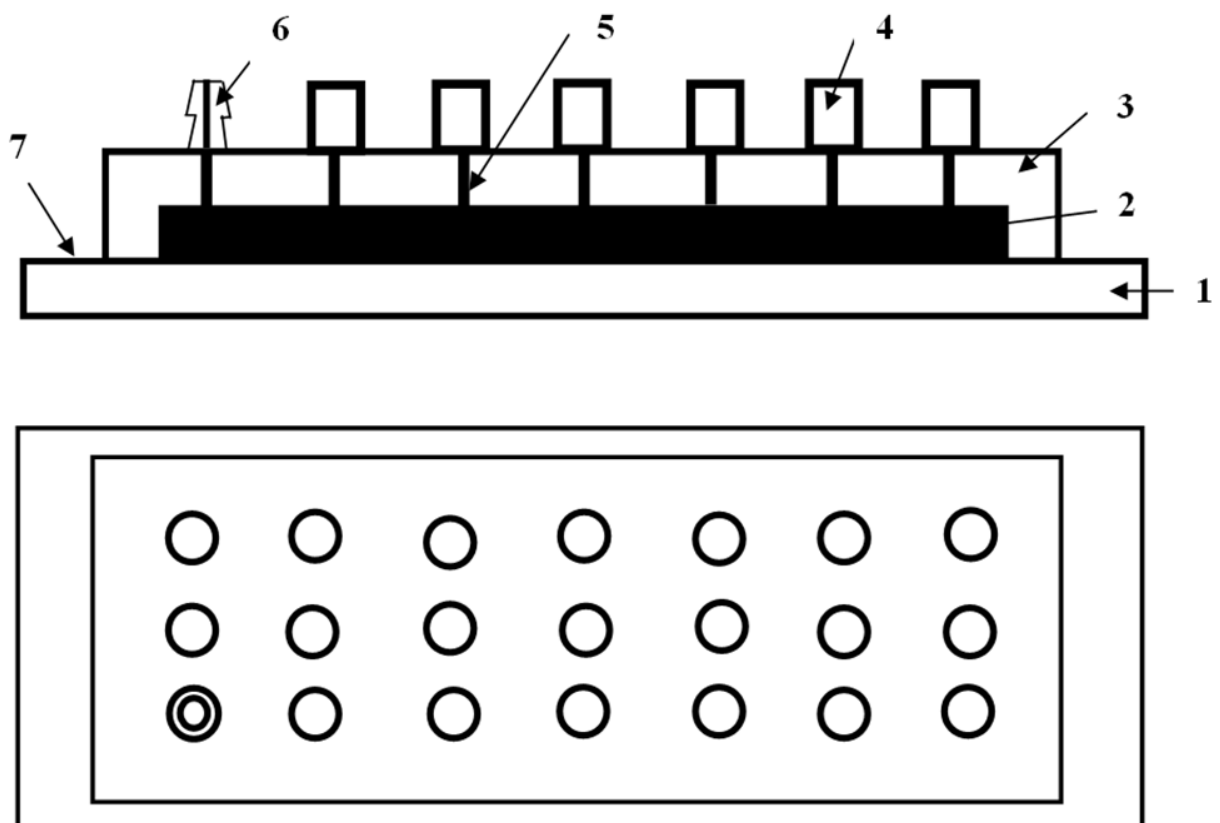


Рис. 4.6: Схема изготовления податливого покрытия. 1 – базовая плита, 2 – покрытие, 3 – сменная вставка, 4 – расширители (полые цилиндры), 5 – отверстия, 6 – штуцер, 7 – пленка.

Податливое покрытие 2 (Рис. 4.6) отливалось в форму 3, имеющую

внешние размеры  $300 \times 117 \times 20$  мм. Приготовленная смесь через штуцер *б* заливается до тех пор, пока материал, пройдя через каналы *5*, не достигнет половины высоты полых цилиндров *4*. Это предохраняет от образования полостей внутри покрытия при усадке материала, происходящей в процессе полимеризации. Для обеспечения достаточной адгезии поверхность ванночки обрабатывалась специальным раствором (подслои П-11) за сутки до изготовления покрытия. Между базовой плитой *1* и сменной вставкой *2* прокладывалась плёнка, обеспечивающая гладкость наружной поверхности покрытия и облегчающая разъединение частей. Готовое покрытие показано на Рис. 4.7. Образцы для измерения вязкоупругих свойств изготавливались в виде цилиндров высотой 10 мм и диаметром 10 мм.

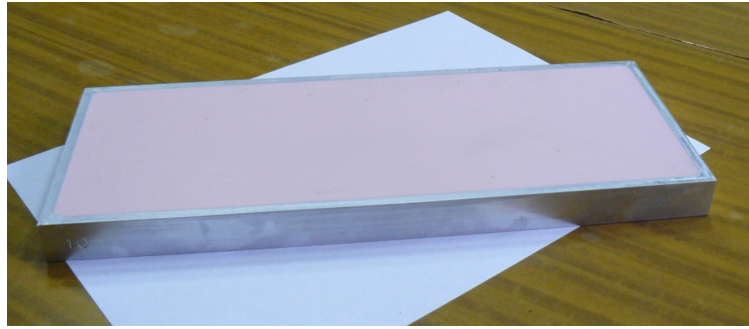


Рис. 4.7: Фотография пластины со слоем податливого материала.

Все измерения проведены по методике [142] в линейной области деформирования при величине относительной деформации  $\sim 10^{-3} \%$ , что соответствует величине деформации податливого покрытия в турбулентном потоке. На рис. 4.8 приведены частотные зависимости модуля упругости  $E$  и коэффициента потерь  $\eta$  для образцов из резины Mold Max 10, в случае линейной аппроксимации принимающие вид

$$E(\text{МПа}) = 0.0521 \ln(f) + 0.3087,$$

$$\eta = 0.017 \ln(f) + 0.0141,$$

где  $f$  – частота прикладываемой нагрузки (в Гц).

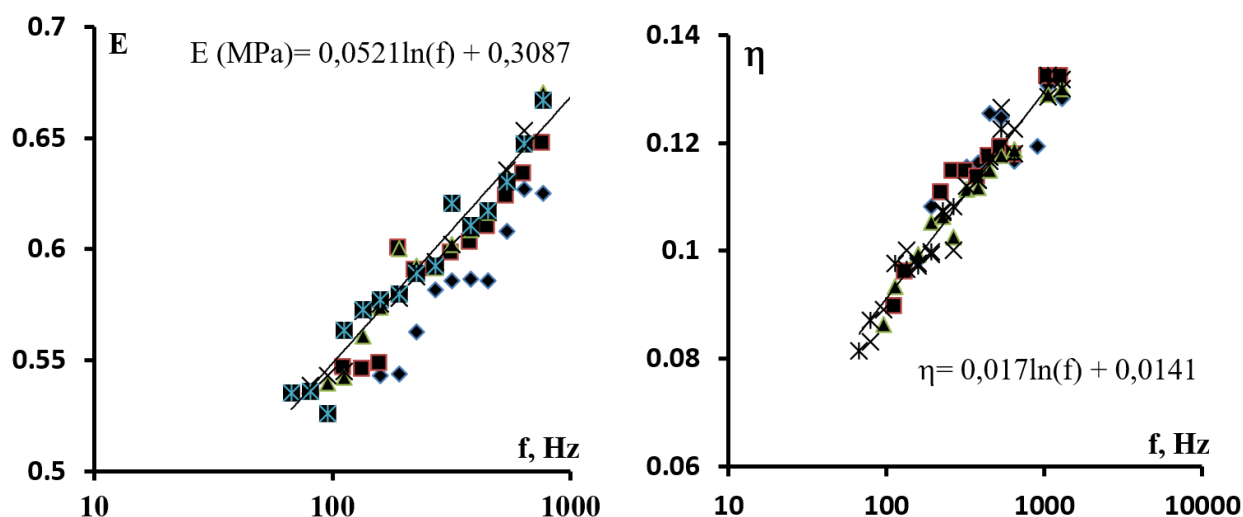


Рис. 4.8: Модуль упругости  $E$  (слева) и коэффициент потерь  $\eta$  (справа) материала Mold Max 10.

## 4.2 Расчет динамической податливости и изменения трения

По измеренным вязкоупругим свойствам материалов покрытий была рассчитана их динамическая податливость. В работах [66, 68, 143] рассчитана нормальная и продольная компоненты деформации поверхности покрытия под действием бегущей со скоростью  $U_c$  волны давления

$$P(t) = P \exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda} (x - U_c t)\right) \quad (4.1)$$

Податливость есть отношение деформации к приложенному давлению. Соответственно смещениям поверхности, податливость покрытия будет иметь две компоненты – перпендикулярную к поверхности  $C_n = |C_n| \exp(i\theta_n)$  и параллельную ей  $C_p = |C_p| \exp(i\theta_p)$ . Здесь  $|C_n|$  и  $|C_p|$  – модули соответствующих компонент динамической податливости, а  $\theta_n$  и  $\theta_p$  – фазовые отставания соответствующих компонент смещения поверхности от действующего давления.

Для расчетов и анализа удобно пользоваться безразмерными комплексами

$$C_n^* = \frac{C_n}{H/E} = \frac{\lambda}{H} \left( \frac{V}{C_t^0} \right)^2 \frac{2(1+\sigma)\alpha F}{4\pi(1-i\mu)^2 \left[ 2 - \frac{(V/C_t^0)^2}{1-i\mu} - 2S \right]} \quad (4.2)$$

и

$$C_p^* = \frac{C_p}{H/E} = \frac{\lambda}{H} \frac{i2(1+\sigma)(S-1)}{2\pi \left[ 2 - \frac{(V/C_t^0)^2}{1-i\mu} - 2S \right]}, \quad (4.3)$$

зависящими только от  $\lambda/H$  – отношения длины волны к толщине покрытия и от  $V/C_t^0$  – отношения скорости волны к скорости распространения поперечной упругой волны в безграничной среде, заполненной материалом с модулем упругости  $E$ , но не имеющим вязких потерь ( $\mu = 0$ ).  $C_n^*$  и  $C_p^*$  есть отношения соответствующих компонент динамической податливости покрытия к статической податливости стержня высоты  $H$ , у которого поперечный размер много меньше высоты. Здесь

$$S = \frac{\text{ch}(2\pi\alpha H/\lambda) - \alpha\beta DF}{\text{ch}(2\pi\beta H/\lambda)},$$

$$D = \text{sh}(2\pi\beta H/\lambda) - \frac{1+\beta^2}{2\alpha\beta} \text{sh}(2\pi\alpha H/\lambda), \quad C_t = \left[ \frac{E^*}{2\rho(1+\sigma)} \right]^{1/2}.$$

Для расчетов принято, что конвективная скорость  $U_c = 0.8U$ . На рис. 4.9 представлены трехмерные графики нормальной компоненты динамической податливости покрытий различной толщины, изготовленных из материала Mold Max 10. В исследованном диапазоне скоростей потока (примерно соответствующему возможностям гидродинамической трубы) и частотному диапазону измеренных вязкоупругих свойств податливость имеет максимум  $C_n$ , положение которого сдвигается в сторону низких частот при увеличении толщины покрытия. Так при  $H = 4$  мм частота  $f_m$ , при которой  $C_n$  максимальна, имеет значение 1850 Гц (рис. 4.9,а), при  $H = 6$  мм частота  $f_m = 1200$  Гц (рис. 4.9,б), при  $H = 8$  мм частота  $f_m = 900$  Гц (рис. 4.9,с) и при  $H = 10$  мм частота  $f_m = 700$  Гц (рис. 4.9,д). Скорость потока, с которой начинается пик податливости, не зависит от толщины покрытия и определяется только вязкоупругими свойствами материала. На скорости  $U = 16 - 17$  м/с нормальная податливость имеет гребень, вытянутый в сторону высоких частот.

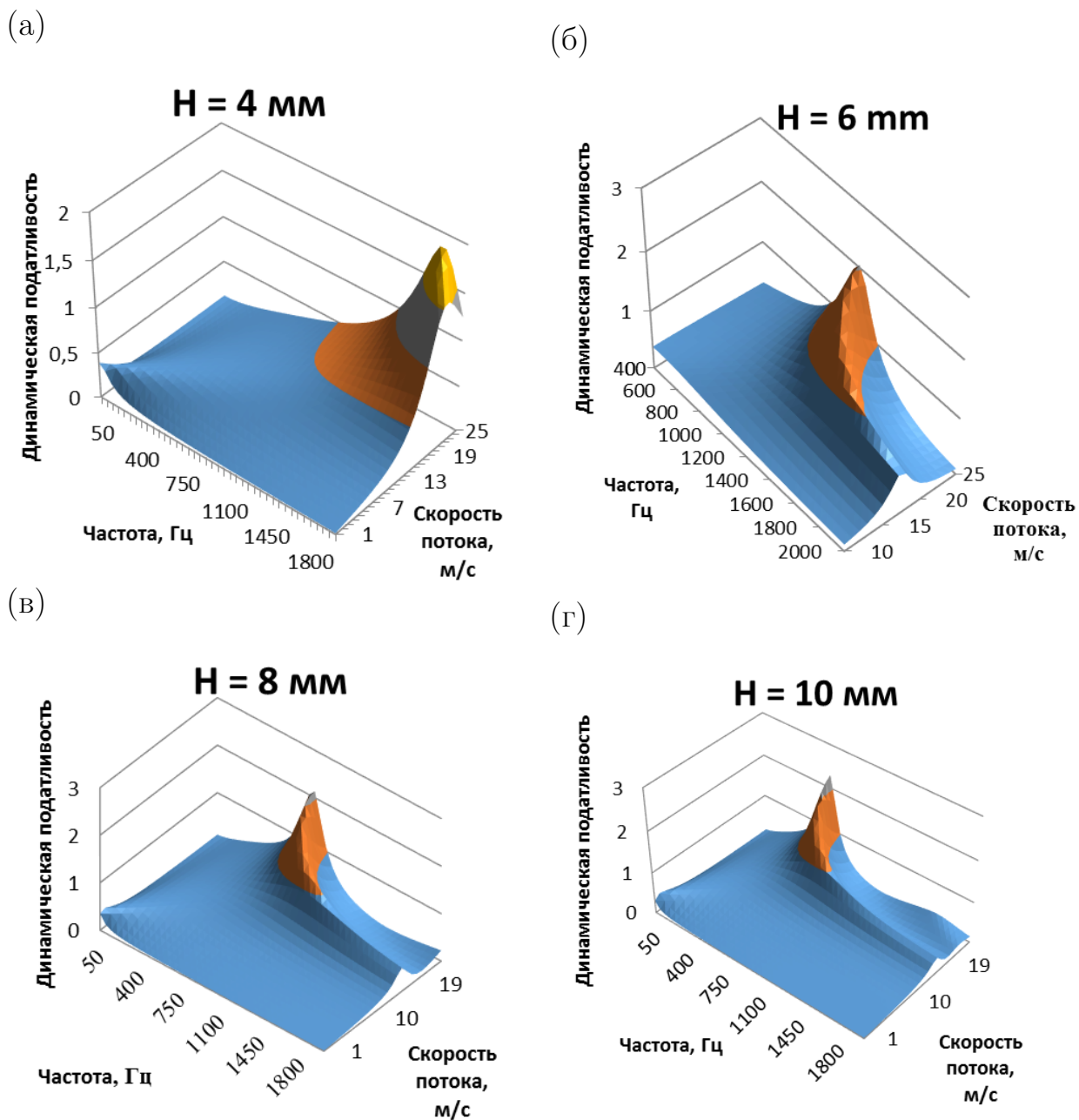


Рис. 4.9: Зависимость динамической податливости покрытий, изготовленных из материала Mold Max 10, различной толщины от частоты пульсаций давления и скорости потока.

Податливое покрытие будет эффективно взаимодействовать с когерентными структурами турбулентного течения только на тех скоростях и частотах, где его податливость максимальна. Во всех других областях оно будет слабо отличаться от твердой стенки. Анализируя представленные рисунки, можно выделить два сценария взаимодействия:

1. широкополосный, когда скорость потока совпадает с вытянутым греб-

нем, а податливость не достигает максимума, проходя по низкоскоростному склону пика;

2. резонансный, на более высоких частотах.

На рис. 4.10 показано изменение фазы податливости в зависимости от частоты возмущения и скорости течения. На частоте возмущений, соответствующих пику податливости,  $\theta_n \approx \pi/2$ . С повышением частоты фаза достигает максимума, который, так же как и  $C_n$  имеет гребень в сторону высоких частот (см. рис.  $H = 8 \text{ mm}$ ). С увеличением толщины покрытия (см. рис.  $H = 10 \text{ mm}$ ) на высоких скоростях и частотах наблюдается вторая волна изменения фазы, соответствующая второму резонансу, описанному в [66, 68].

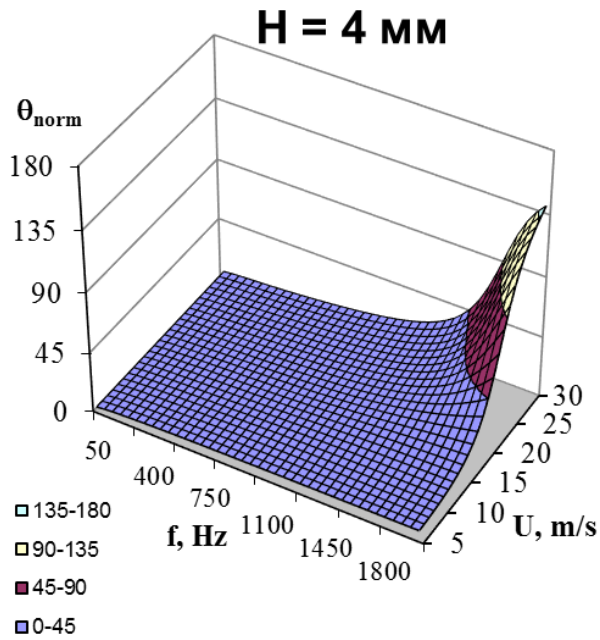
## Прогноз снижения трения

Отклик податливого покрытия на внешнее воздействие был исследован в [66, 69]. Амплитуда деформации поверхности «твердых» (с большим модулем упругости) податливых покрытий меньше толщины вязкого подслоя [69], поэтому покрытие всегда остаётся гидравлически гладким. Однако в области частот взаимодействия покрытия с потоком (в окрестности резонансной частоты покрытия) скорость движения его поверхности сравнима с турбулентными пульсациями скорости вблизи стенки. Согласно интерференционной теории Семенова [94] движение стенки изменяет картину порождения рейнольдсовых напряжений в пограничном слое над податливым покрытием

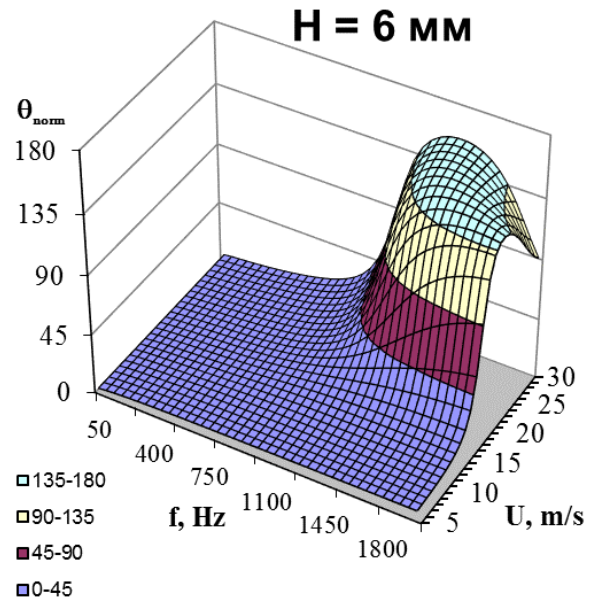
$$\tau = \rho \langle (u_{flow} + u'_{coat})(v_{flow} + v'_{coat}) \rangle$$

где  $u_{flow}, v_{flow}$  – невозмущённые скорости пульсаций потока вдоль течения и перпендикулярно стенке;  $u_{coat}, v_{coat}$  – возмущения, вносимые податливым покрытием в соответствующие компоненты скорости. Величина и даже знак изменения напряжений Рейнольдса зависят не только от амплитуды вносимых возмущений скорости, но и от фазового сдвига между ними. Для получения снижения трения Семёновым [94] на основе модели вязкого подслоя Штернберга [99] и одномерной модели деформации податливого

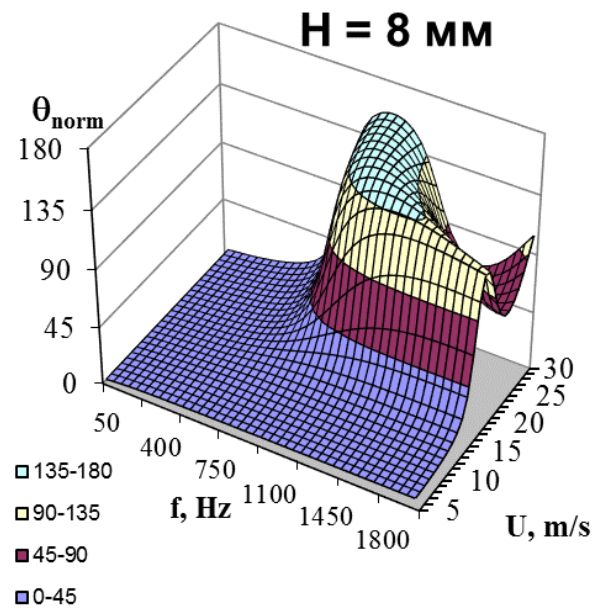
(a)



(б)



(B)



(Г)

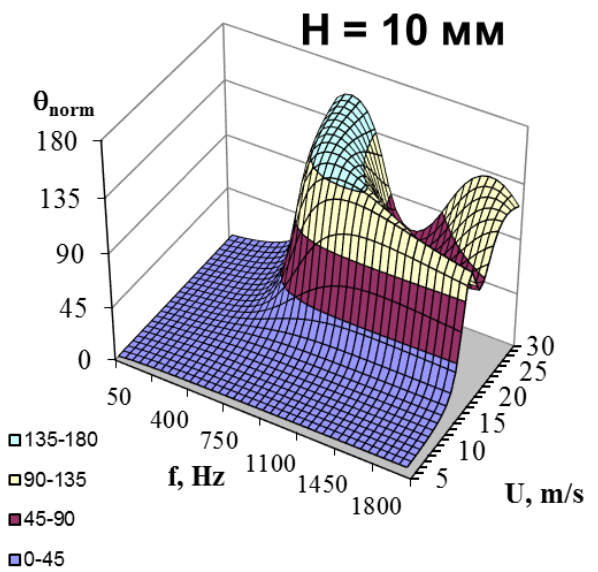


Рис. 4.10: Зависимость фазы податливости покрытий, изготовленных из материала Mold Max 10, различной толщины от частоты пульсаций давления и скорости потока.



покрытия получено условие для выбора резонансной частоты покрытия  $f_0$

$$6.3 \cdot 10^{-3} < \frac{f_0 \nu}{u_\tau^2} < 1.9 \cdot 10^{-2}. \quad (4.4)$$

Интенсивность взаимодействия максимальна, когда частота воздействия равна резонансной частоте покрытия. В случае бегущей волны давления в работе [67] получено добавочное условие максимальности взаимодействия – конвективная скорость переноса пульсаций давления должна быть равна скорости распространения возмущений в податливом покрытии, т.е.

$$V = U_c = (0.7 - 0.9)U. \quad (4.5)$$

Согласно двумерной модели деформации вязкоупругого покрытия, на резонансной частоте покрытия выполняется условие [67]

$$\lambda_0 \approx 3H.$$

Исходя из вышеизложенного, необходимым условием для достижения положительного действия (снижения трения) является обеспечение условий максимального взаимодействия покрытия с потоком, а именно выполнение двух условий

1. временной фактор (4.4) – условие на резонансную частоту покрытия;
2. пространственный фактор (4.5) – условие на резонансную длину волны.

Указанные условия не являются достаточными для достижения снижения трения, однако они совершенно необходимы.

### 4.3 Испытания по определению силы сопротивления

Для получения референсных значений коэффициента силы сопротивления  $c_x = 2F/\rho v^2 S$  ( $F$  – сила сопротивления,  $\rho$  – плотность воды,  $S$  – миделево сечение модели) для скоростей 5-20 м/с были проведены испытания модели с металлическими боковыми панелями в прямоугольной рабочей части гидродинамической трубы. Модель крепилась болтами к весам с помощью

специальной платформы таким образом, чтобы зазоры между моделью и нижней и верхней стенками канала рабочей части гидродинамической трубы были около 1.5 мм (для предотвращения касания модели и стенок). Для исключения возможности соприкосновения диска-обтекателя и корпусом рабочей части гидродинамической трубы круговой зазор между ними устанавливался равным 1 мм.

Модель устанавливалась на однокомпонентные тензометрические весы без касания диска-обтекателя. Для определения вклада сил трения на тестовых пластинах в силу общего сопротивления была проведена серия численных моделирований течения в гидродинамической трубе с установленной моделью, откуда было получено [123], что для скоростей 5–20 м/с этот вклад одинаков и составляет около 19 %. Поэтому, например, снижение трения на пластинах в 5% приведет к соответствующему изменению на 0.95 % в полной силе сопротивления. Детали расчета (проверка сходимости, сравнение двумерного и трехмерного расчета, учет зазоров, учет конфузора и диффузора и т.д.) даны в [123].

Эксперименты с металлическими пластинами и пластинами с податливым покрытием проходили в один и тот же день: сначала происходил запуск гидродинамической трубы с одними пластинами, затем вода из рабочей части сливалась, пластины заменялись на другие. Испытания проходили на скоростях набегающего потока 7–15 м/с, соответствующие числу Рейнольдса, рассчитанные по длине модели, равны  $(7.3 - 15.7) \cdot 10^6$ . Для проверки отсутствия дрейфа сигналов в течение запуска с одной пластиной происходило несколько циклов измерений с увеличением скорости до 15 м/с и последующим уменьшением до 7 м/с и промежуточной записью «нулевых» показаний весов при остановке потока. Выше 15 м/с измерения не производились, т.к. на больших скоростях модель испытывала небольшие вибрации: в таких условиях сложно делать прогнозы и тем более говорить о каких-либо равновесных пограничных слоях на теле модели.

На Рис. 4.11 приведено сравнение безразмерного коэффициента силы сопротивления  $C_x = F/\rho V^2 S$ , ( $S$  – площадь миделевого сечения модели) в зависимости от скорости набегающего потока для четырех различных толщин вязкоупругих слоев и эталонной гладкой металлической пластины.

Из приведенных графиков видно, что покрытия зачастую увеличивают сопротивление модели к концу диапазона скоростей. В среднем, разница между коэффициентами для «металла» и «покрытия» составляет 0.001–0.0025, что в относительных величинах есть 0.4–1.3%. В пересчете на изменение трения данные величины дают 2–6.5%. Для покрытия 6 мм модель находилась под небольшим углом атаки, поэтому абсолютные значения  $C_x$  больше аналогичных для других толщин.

Среднеквадратичное отклонение выборки относительно аппроксимационной линии тренда, представляющей собой квадратичный полином, для каждого набора экспериментальных точек составляет 1–3%.

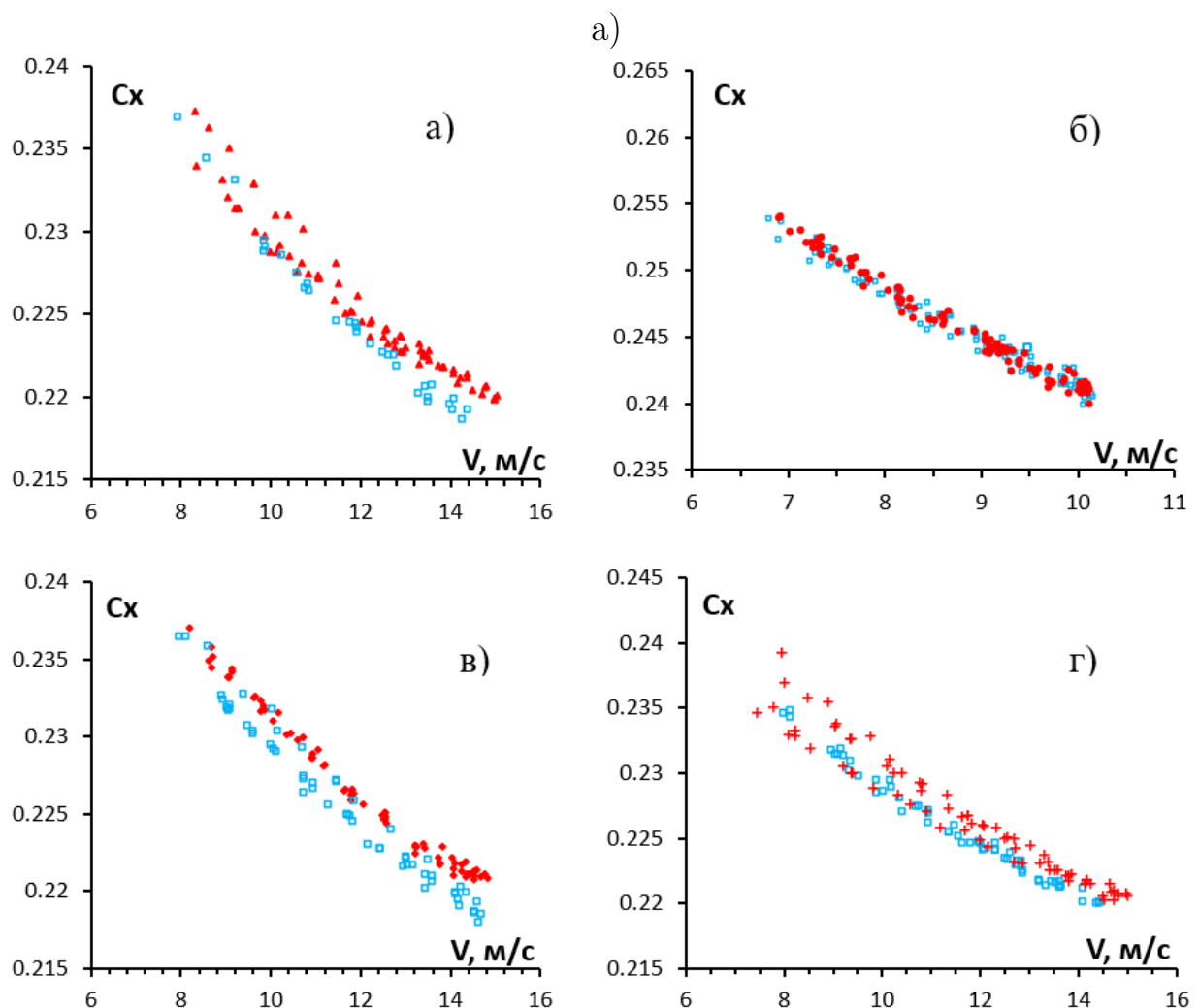


Рис. 4.11: Сравнение результатов для металлических пластин (синие полые квадраты) и пластин с покрытием (красные маркеры) для различных толщин вязкоупругого материала: а) 4 мм; б) 6 мм; в) 8 мм; г) 10 мм.

Отметим, что повышение трения – это один из двух сценариев взаи-

модействия податливых покрытий и турбулентного пограничного слоя, качество которого (снижение или рост трения) определяется параметрами покрытия.

#### 4.4 Испытания по определению локального трения

Во втором этапе с помощью лазерного доплеровского измерителя скорости определялись профили продольной скорости турбулентного пограничного слоя над тестовыми пластинами, из которых с помощью модифицированного метода Клаузера (см. раздел 2.2) определялись коэффициенты локального трения. На носу модели на расстоянии 29 мм от кромки носа предварительно была закреплена эпоксидным пластилином турбулизирующая проволока (причем в продольном сечении искусственная шероховатость приобрела колоколообразный вид) диаметром 1 мм для того чтобы инициировать ранний переход к турбулентности и гарантировать существование развитого турбулентного пограничного слоя над второй тестовой пластиной. Измерения пограничных слоев происходили в точках  $x=358, 458, 558$  мм от кромки первой тестовой пластины (или 594, 694, 794 мм от турбулизатора). Наибольшее количество измерений было сделано в первой точке, т.к. в ее окрестности градиент давления наиболее мал (безразмерный градиент давления  $\delta^* \nabla p / \tau$ , где  $\delta^*$ ,  $\tau$  — толщина вытеснения пограничного слоя и осреднённое трение на стенке, соответственно, имеет порядок  $5 \cdot 10^{-2}$ ). Толщина вытеснения  $\delta^*$  и потери импульса  $\delta^{**}$  определяются интегрированием по толщине пограничного слоя  $\delta$  как

$$\delta^* = \int_0^\delta \left(1 - \frac{u}{U_\infty}\right) dy, \quad \delta^{**} = \int_0^\delta \frac{u}{U_\infty} \left(1 - \frac{u}{U_\infty}\right) dy.$$

Зависимость числа Рейнольдса  $Re^{**} = V_\infty \delta^{**} / \nu$  от местного  $Re_x = (Vx) / \nu$ , где  $x = 0.271 + \Delta x$  — сумма расстояний от носа до начала первой пластины и от начала первой пластины до точки измерения, приведена на Рис. 4.12 для пластин с покрытиями и эталонных металлических. Как видно, зависимость достаточно хорошо аппроксимируется прямой линией  $Re^{**} = 0.0036 Re_x^{0.96}$ , но имеющей наклон немногим больше, чем у теорети-

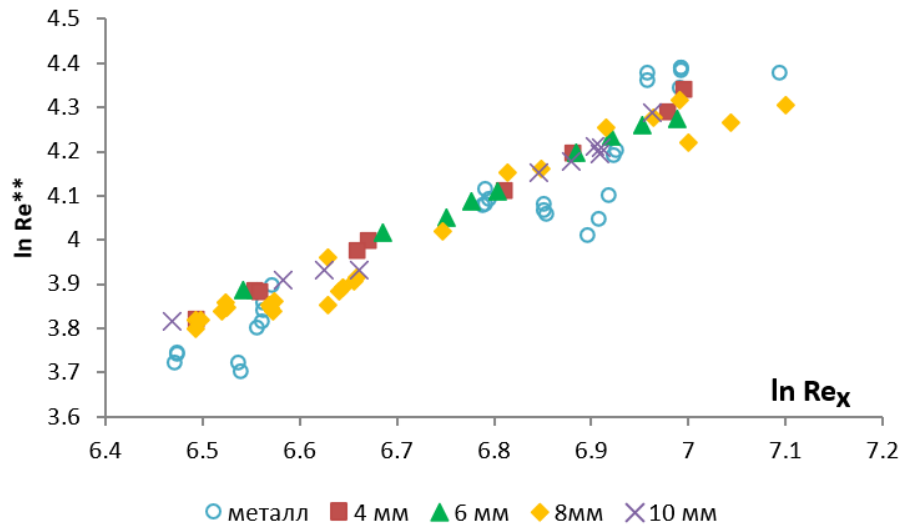


Рис. 4.12: Зависимость числа Рейнольдса  $Re^{**}$  от  $Re_x$ .

ческой зависимости  $Re^{**} = 0.0153 Re_x^{0.857}$ .

Зависимости форпараметра  $H = \delta^*/\delta^{**}$  и числа Клаузера  $G = \sqrt{2/\Sigma_x}(1 - 1/H)$  от  $Re^{**}$  приведены на Рис. 4.13. Большинство экспериментальных точек находятся в полосе  $1.3 < H < 1.37$  и  $6 < G < 7.5$ , поэтому можно констатировать, что над пластиной находится развитый турбулентный пограничный слой, который можно считать равновесным ( $G \sim 6.5$ ).

Сравнение локального трения  $\Sigma_x = 2\tau/\rho V_\infty^2$  от числа  $Re^{**}$  приведено на Рис. 4.14. Сплошными линиями даны эмпирические зависимости  $\Sigma_x = 0.0131 \cdot (Re^{**})^{-1/6}$  и  $\Sigma_x = 0.0256 \cdot (Re^{**})^{-1/4}$  [153].

## 4.5 Сравнение результатов и обсуждение

Для первого этапа измерений было получено увеличение сопротивления до 6.5% для покрытия толщиной 4 мм, 6 мм – 4% , 8 мм – до 4%, 10 мм – до 2%. Результаты измерений локального трения также показали увеличение трения, приблизительно одинаковое для всех толщин покрытий – до 3–4%. Интервал заметного взаимодействия (более 12 м/с) между пограничным слоем и податливыми покрытиями, полученный в случае прямых весовых измерений и предсказанный теорией удовлетворительно согласуются между собой. Для косвенных измерений второго этапа затруднительно определить начало такого интервала.

В проведенных экспериментах удалось достичь скоростей, захватыва-

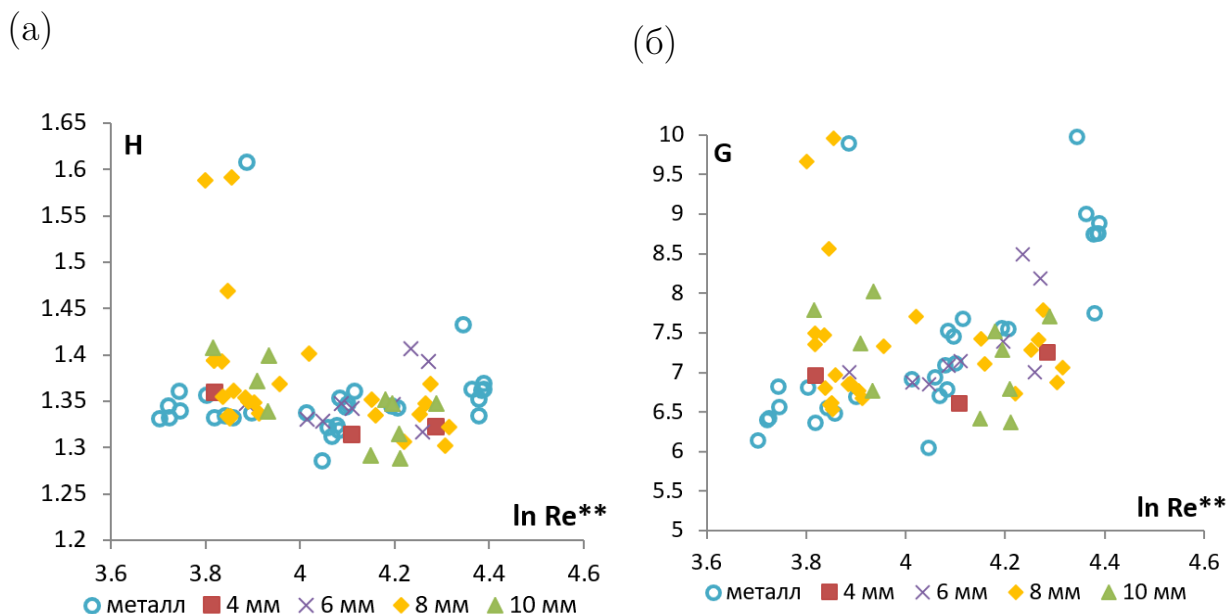


Рис. 4.13: Зависимость формпараметра  $H$  и параметра Клаузера  $G$  от  $Re^{**}$ .

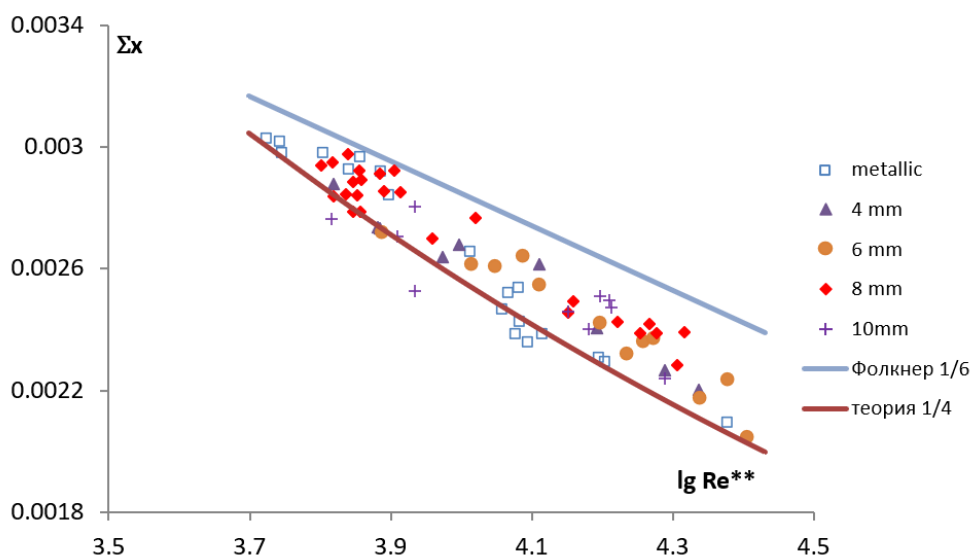


Рис. 4.14: Зависимость  $\Sigma_x$  от  $Re^{**}$ .

ющих начало «широкополосного» режима взаимодействия (режим рабочих скоростей показан двумя вертикальными прямыми на Рис. 4.15). Было обнаружено существование такого взаимодействия: измерения трения, проведенные первым и вторым способом, дают одинаковый результат — повышение трения.

Отметим, что теория не дает предсказания, какого качества будет взаимодействие: оно может приводить как к снижению трения, так и к по-

### Нормальная компонента динамической податливости

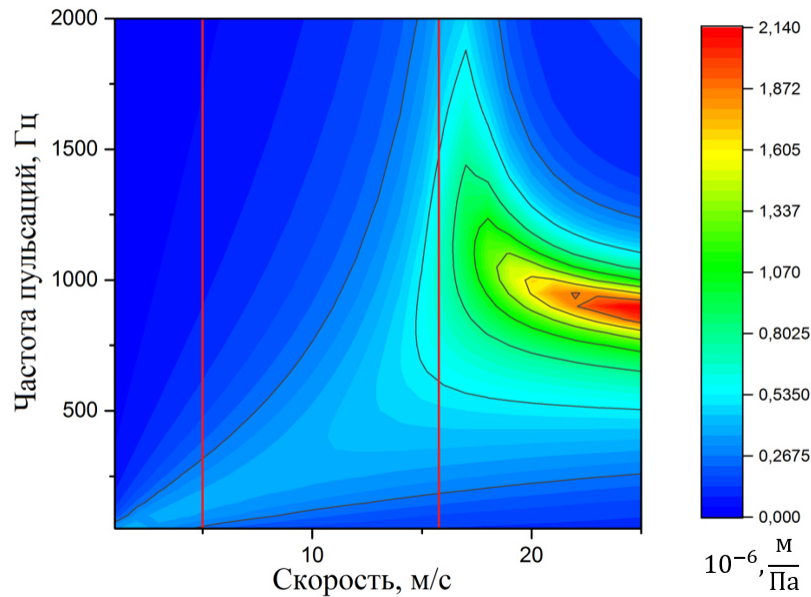


Рис. 4.15: Значения нормальной динамической податливости в зависимости от частоты турбулентном пульсаций и скорости. Красными линиями выделен диапазон скоростей, достигнутых в эксперименте.

вышению, показать действительный его характер должен эксперимент или усовершенствованная теория, которая может быть построена, используя достаточно много экспериментальных данных, и которую еще только предстоит создать.

Следует отметить множество нюансов подобных исследований. Во-первых, необходимо учитывать старение вязкоупругого материала [8]. Характеристики податливого покрытия могут серьезно изменяться со временем, поэтому любые составные измерения (например, весовые + измерение пограничного слоя) должны желателно проходить одновременно. Во-вторых, возможность использования метода Клаузера в случае податливой поверхности — неизученная проблема. В случае течения над податливой границей закон стенки может модифицироваться, причем не только за счет изменения свободного коэффициента  $B$ , так и за счет постоянной Кармана (последнее, конечно, маловероятно, но требует отдельной проверки).

В ряде работ, изучающих течения с полимерными добавками, над риблетами, осциллирующей стенкой и т.д., было обнаружено, что снижение

сопротивления (DR) приводит к сдвигу логарифмического участка вверх (увеличению свободной постоянной  $B$ ). Воспользовавшись результатами, напр., исследования по течению полимеров из работы [108], можно заключить что  $B = 5 + 0.407 \cdot DR = 5 + 0.407(1 - \tau/\tau_0)$ , где  $\tau = \rho u_\tau^2$ ,  $\tau_0 = \rho u_{0,\tau}^2$  – трение на податливом покрытии и твердой поверхности, соответственно. Поэтому имеет смысл видоизменить метод Клаузера для учета вариации свободного коэффициента. Для удобства будем использовать профиль Сполдинга:

$$y^+ = u^+ + \exp(-kB) \left( \exp(ku^+) - 1 - ku^+ - \frac{(ku^+)^2}{2} - \frac{(ku^+)^3}{6} \right)$$

Для нахождения трения на стенке в растворе полимеров (или на податливом покрытии, если константа 0.407 близка к постоянной для покрытий), сначала находится трение  $\tau_0$  на твердой стенке при тех же параметрах потока, а затем минимизируется функционал

$$I^2(u_\tau, y_0) = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \left\{ -\frac{(y_i - y_0)u_\tau}{\nu} + u_i^+ + \exp \left[ -k \left( 5 + 0.407(1 - u_\tau^2/u_{0,\tau}^2) \right) \right] \left( \exp(ku_i^+) - 1 - ku_i^+ - \frac{(ku_i^+)^2}{2} - \frac{(ku_i^+)^3}{6} \right) \right\}^2$$

К сожалению, база профилей пограничных слоев, полученная в рамках исследования, содержит слишком мало профилей с совпадающими скоростями «на бесконечности» (из-за непредназначенной для таких тонких работ системе управления двигателем гидродинамической трубы) и положениями вдоль модели, поэтому не представляется возможным на ней произвести достоверную проверку предложенного метода. Однако, проверка данной гипотезы выглядит достаточно перспективной задачей, которая может расширить инструментарии по обработке экспериментальных результатов в задачах исследования пограничных слоев.



## 4.6 Выводы

- В главе рассмотрены результаты исследований по влиянию податливых покрытий на турбулентный пограничный слой рядом с базовой моделью, которая тестировалась в гидродинамической трубе на скоростях 5-15 м/с.
- Дано изложение предсказаний теории [69] для использовавшегося материала покрытий. Получено, что область наибольшего взаимодействия потока и покрытия находится при скоростях более 15 м/с: в районе 17.5 м/с идет взаимодействие по широкому диапазону частот, а при скоростях более 20 м/с наблюдается резонансное взаимодействие («резонансный» режим): податливость достигает наибольших значений для частот порядка 800–900 Гц.
- В экспериментах по однокомпонентным тензометрическим весам находилась сила сопротивления модели, имеющей форму симметричного крыла. Для определения вклада сил трения на тестовых пластинах в силу общего сопротивления была проведена серия численных моделирований течения в гидродинамической трубе с установленной моделью, откуда было получено, что для скоростей 5–20 м/с этот вклад составляет около 19%. Поэтому, например, снижение трения на пластинах в 5% приведет к соответствующему изменению на 0.95% в полной силе сопротивления.
- Были произведены тесты на скоростях воды 7–15 м/с (соответствующие числа Рейнольдса, рассчитанные по длине модели, равны  $(7.3 - 15.7) \cdot 10^6$ ) с пластинами с покрытиями и эталонными металлическими пластинами. Результаты этих тестов показывают увеличение безразмерного коэффициента трения  $C_x = 2F / (\rho v^2 S)$  ( $S$  – площадь миделевого сечения модели) на 2 – 6.5%.
- Измерены профили продольной скорости турбулентного пограничного слоя над тестовыми пластинами. Получены коэффициенты трения  $\Sigma_x$  для покрытий различной толщины в зависимости от числа Рейнольдса,

вычисленного по толщине потери импульса, которые оказались больше референсных значений для твердой гладкой стенки на 1–4%, что согласуется с результатами прямого измерения сопротивления.

- Два этапа измерений дали согласованный результат в области больших скоростей, что находится в согласии с предсказаниями теории [69].

## Заключение

Основные результаты и выводы диссертации:

1. Экспериментально исследованы колебания одиночного упругого цилиндра в потоке воздуха. Полученные зависимости амплитуды колебаний и частоты схода вихрей для колеблющегося и неподвижного цилиндров согласуются с ранее известными результатами.
2. Для конфигурации, в которой вблизи с колеблющимся упругим цилиндром находится неподвижная твердая пластина конечной ширины, наряду с ранее наблюдавшимся уменьшением амплитуды колебаний при уменьшении зазора между поверхностями цилиндра и пластины, обнаружен противоположный эффект усиления колебаний, причем амплитуда в определенной точке была на 39% больше, чем максимальная амплитуда для изолированного одиночного цилиндра.
3. Была создана тестовая база для исследования податливых покрытий. Проведенные исследования по взаимодействию податливых покрытий разной толщины двумя способами показали согласованный результат по увеличению локального трения: первым способом на 4-6.5%, вторым – на 1-4%.
4. Получено подтверждение теории В.М. Кулика, описывающей взаимодействие вязкоупругого слоя с турбулентным пограничным слоем.

# Литература

1. Alfredsson P. H., Örlü R. The diagnostic plot—a litmus test for wall bounded turbulence data //European Journal of Mechanics-B/Fluids. – 2010. – Т. 29. – №. 6. – pp. 403-406.
2. Alfredsson P. H., Örlü R. Large-eddy breakup devices—a 40 years perspective from a stockholm horizon //Flow, Turbulence and Combustion. – 2018. – Т. 100. – №. 4. – pp. 877-888.
3. Allen, J. M. Experimental Study of Error Sources in Skin-Friction Balance Measurements // ASME. J. Fluids Eng. 1977. 99(1). pp. 197–204.
4. Allen J. M. Improved sensing element for skin-friction balance measurements //AIAA Journal. – 1980. – Т. 18. – №. 11. – pp. 1342-1345.
5. Assi, G. R. D. S., Meneghini, J. R., Aranha, J. A. P., Bearman, P. W., Casaprima, E. Experimental investigation of flow-induced vibration interference between two circular cylinders // Journal of Fluids and Structures. - 2006. V. 22(6-7). P.819-827. <https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2006.04.013>
6. Assi G. R. S., Bearman P. W., Meneghini J. R. On the wake-induced vibration of tandem circular cylinders: the vortex interaction excitation mechanism //Journal of Fluid Mechanics. – 2010. – Т. 661. – P. 365-401.
7. Baars, W. J., Squire, D. T., Talluru, K. M., Abbassi, M. R., Hutchins, N., Marusic, I. Wall-drag measurements of smooth-and rough-wall turbulent boundary layers using a floating element //Experiments in Fluids. – 2016. – Т. 57. – P. 1-16.

8. Bandyopadhyay P. R. et al. Experiments on the effects of aging on compliant coating drag reduction //Physics of Fluids. – 2005. – T. 17. – №. 8.
9. Baron A., Quadrio M. Turbulent drag reduction by spanwise wall oscillations //Applied Scientific Research. – 1995. – T. 55. – P. 311-326.
10. Bearman, P. W.. Circular cylinder wakes and vortex-induced vibrations. Journal of Fluids and Structures. - 2011. V. 27(5-6). - P.648-658. <https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2011.03.021>
11. Bearman, P. W., Zdravkovich, M. M. Flow around a circular cylinder near a plane boundary. Journal of Fluid Mechanics. - 1978. - V. 89(1). - P. 33-47. <https://doi.org/10.1017/S002211207800244X>
12. Bechert, D. W., Bruse, M., Hage, W. V., Van der Hoeven, J. T., Hoppe, G. Experiments on drag-reducing surfaces and their optimization with an adjustable geometry //Journal of fluid mechanics. – 1997. – T. 338. – P. 59-87.
13. Benjamin T. B. Effects of a flexible boundary on hydrodynamic stability //Journal of Fluid Mechanics. – 1960. – T. 9. – №. 4. – P. 513-532.
14. Bernitsas, M. M., Raghavan, K., Ben-Simon, Y., Garcia, E. M. H. VIVACE (Vortex Induced Vibration Aquatic Clean Energy): A new concept in generation of clean and renewable energy from fluid flow // Journal of offshore mechanics and Arctic engineering. - 2008. - V. 130(4). - P.041101. <https://doi.org/10.1115/1.2957913>
15. Blick E. F., Walters R. R. Turbulent boundary-layer characteristics of compliant surfaces //Journal of Aircraft. – 1968. – T. 5. – №. 1. –P. 11-16.
16. Blick E. F., Chu H. H. Compliant surface drag as a function of speed //Journal of Spacecraft and Rockets. – 1969. – T. 6. – №. 6. – P. 763-764.
17. Brika, D., Laneville, A. Vortex-induced vibrations of a long flexible circular cylinder //Journal of Fluid Mechanics. - 1993. - V. 250. - P.481-508. <https://doi.org/10.1017/S0022112093001533>

18. Bushnell D. M., Hefner J. N., Ash R. L. Effect of compliant wall motion on turbulent boundary layers //The Physics of Fluids. – 1977. – T. 20. – №. 10. – P. S31-S48.
19. Carpenter P. W., Garrad A. D. The hydrodynamic stability of flow over Kramer-type compliant surfaces. Part 1. Tollmien-Schlichting instabilities //Journal of Fluid Mechanics. – 1985. – T. 155. – P. 465-510.
20. Carpenter P. W. Status of transition delay using compliant walls //Viscous drag reduction in boundary layers. – 1990. – T. 123. – P. 79-113.
21. Chan, I. C., Örlü, R., Schlatter, P., Chin, R. C. The skin-friction coefficient of a turbulent boundary layer modified by a large-eddy break-up device //Physics of Fluids. – 2021. – T. 33. – №. 3.
22. Chauhan K. A., Monkewitz P. A., Nagib H. M. Criteria for assessing experiments in zero pressure gradient boundary layers //Fluid Dynamics Research. – 2009. – T. 41. – №. 2. – P. 021404.
23. Chung, M. H. Transverse vortex-induced vibration of spring-supported circular cylinder translating near a plane wall //European Journal of Mechanics-B/Fluids. 2016. - V. 55. - P.88-103. <https://doi.org/10.1016/j.euromechflu.2015.09.001>
24. Chin, C., Örlü, R., Monty, J., Hutchins, N., Ooi, A., Schlatter, P. Simulation of a large-eddy-break-up device (LEBU) in a moderate Reynolds number turbulent boundary layer //Flow, Turbulence and Combustion. – 2017. – T. 98. – P. 445-460.
25. Clauser F. H. The turbulent boundary layer //Advances in applied mechanics, 1956. T. 4. P. 1-51.
26. Coles D. The law of the wake in the turbulent boundary layer //Journal of Fluid Mechanics. 1956. T. 1. №. 2. P. 191-226.
27. Daniello R. J., Waterhouse N. E., Rothstein J. P. Drag reduction in turbulent flows over superhydrophobic surfaces //Physics of Fluids. – 2009. – T. 21. – №. 8.

28. Derakhshandeh, J. F., Arjomandi, M., Dally, B., Cazzolato, B. Flow-induced vibration of an elastically mounted airfoil under the influence of the wake of a circular cylinder// *Experimental Thermal and Fluid Science* – 2016. – V. 74. – P. 58-72. <https://doi.org/10.1016/j.expthermflusci.2015.12.003>
29. Feng, C.C.. The Measurements of Vortex-induced Effects in Flow Past Stationary and Oscillating Circular and D-section Cylinder. Master's Thesis, University of British Columbia, Vancouver, B.C., Canada. 1968 <http://dx.doi.org/10.14288/1.0104049>
30. Fernholz, H. H., Janke, G., Schober, M., Wagner, P. M., Warnack, D. New developments and applications of skin-friction measuring techniques // *Measurement Science and Technology*. – 1996. – T. 7. – №. 10. – P. 1396.
31. Fredsoe, J., Sumer, B. M., Andersen, J., Hansen, E. A. Transverse Vibrations of a Cylinder Very Close to a Plane Wall // *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*. - 1987. - V.109(1). - P. 52. [doi:10.1115/1.3256990](https://doi.org/10.1115/1.3256990)
32. Fukagata, K., Kern, S., Chatelain, P., Koumoutsakos, P., Kasagi, N. Evolutionary optimization of an anisotropic compliant surface for turbulent friction drag reduction // *Journal of Turbulence*. – 2008. – №. 9. – P. N35.
33. Gad-El-Hak M., Blackwelder R. F., Riley J. J. On the interaction of compliant coatings with boundary-layer flows // *Journal of Fluid Mechanics*. – 1984. – T. 140. – P. 257-280.
34. Gad-el-Hak M. Compliant coatings research: a guide to the experimentalist // *Journal of Fluids and Structures*. – 1987. – T. 1. – №. 1. – P. 55-70.
35. Gad-el-Hak, M., and Bushnell, D. M. "Separation Control: Review."// *ASME. J. Fluids Eng.* March 1991; 113(1): 5–30. <https://doi.org/10.1115/1.2926497>
36. Gad-el-Hak M. Compliant coatings: a decade of progress // *Appl. Mech. Rev.* - 1996. - 49. - S147-S157.

37. Gad-el-Hak M. Compliant coatings for drag reduction //Progress in Aerospace Sciences. – 2002. – T. 38. – №. 1. – P. 77-99.
38. García-Mayoral R., Jiménez J. Drag reduction by riblets //Philosophical transactions of the Royal society A: Mathematical, physical and engineering Sciences. – 2011. – T. 369. – №. 1940. – P. 1412-1427.
39. Gaster M. Is the dolphin a red herring? //Turbulence Management and Relaminarisation: Proceedings of the IUTAM Symposium, Bangalore, India, 1987. – Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 1988. – P. 285-304.
40. Grass, A. J., Raven, P. W. J., Stuart, R. J., Bray, J. A. Influence of Boundary Layer Velocity Gradients and Bed Proximity on Vortex Shedding From Free Spanning Pipelines //ASME J. Energy Resour. Technol. - 1984. - V. 1061. P.70-78. <https://doi.org/10.1115/1.3231028>
41. Greidanus, A. J., Delfos, R., Picken, S. J., Westerweel, J. Response regimes in the fluid–structure interaction of wall turbulence over a compliant coating //Journal of Fluid Mechanics. – 2022. – T. 952. – P. A1.
42. Grundmann S., Tropea C. Experimental damping of boundary-layer oscillations using DBD plasma actuators //International Journal of Heat and Fluid Flow. – 2009. – T. 30. – №. 3. – P. 394-402.
43. Hefner J. N., Weinstein L. M. Re-examination of compliant wall experiments in air with water substrates //Journal of Spacecraft and Rockets. – 1976. – T. 13. – №. 8. –P. 502-503.
44. Hutchins N., Choi K. S. Accurate measurements of local skin friction coefficient using hot-wire anemometry //Progress in Aerospace Sciences. – 2002. – T. 38. – №. 4-5. – P. 421-446.
45. Huynh D., McKeon B. Measurements of a turbulent boundary layer-compliant surface system in response to targeted, dynamic roughness forcing //Experiments in Fluids. – 2020. – T. 61. – P. 1-15.



46. Ivanov, O. O., Vedeneev, V. V., Kulik, V. M., Boiko, A. V. The influence of compliant coatings on skin friction in the turbulent boundary layer // Journal of Physics: Conference Series. - 894:012036. - 2017.
47. Ivanov O.O., Vedeneev. V.V. Vortex-induced vibrations of an elastic cylinder near a finite-length plate // Journal of fluids and Structures. Vol. 107. - 2021. - p. 103393.
48. Ivanov O.O, Vedeneev V.V. Influence of Finite-Length Plate Proximity on Vortex-Induced Vibrations of Elastic Cable // Proceedings of the ASME 2021 Pressure Vessels & Piping Conference. Volume 3: Fluid Structure Interaction; High Pressure Technology. Virtual, Online. July 13–15, 2021.
49. Ivanov O.O., Vedeneev V. V., Kulik V. M., Boiko A. V. Experimental investigation of drag reduction using compliant coatings // Book of abstracts. European Drag Reduction and Flow Control Meeting (April 3–6, 2017, Rome, Italy). — 2017.
50. Bondarev V. O., Ivanov O. O., Kulik V. M. Numerical study of error sources in skin friction measurements by floating element // Book of abstracts. EDRFCM-2019. — 2019.
51. Ivanov O. O., Vedeneev V. V. Influence of finite-length plate proximity on flow-induced vibrations of elastic cylinder // International Summer School-Conference “Advanced Problems in Mechanics”. Abstracts. — St. Petersburg, 2020.
52. Jauvtis, N., Williamson, C. H. K. The effect of two degrees of freedom on vortex-induced vibration at low mass and damping //Journal of Fluid Mechanics. - 2004. - V.509. - P.23-62. <https://doi.org/10.1017/S0022112004008778>
53. Kametani, Y., Fukagata, K., Örlü, R., Schlatter, P. Effect of uniform blowing/suction in a turbulent boundary layer at moderate Reynolds number //International Journal of Heat and Fluid Flow. – 2015. – T. 55. – P. 132-142.

54. Kendall A., Koochesfahani M. A method for estimating wall friction in turbulent wall-bounded flows //Experiments in Fluids. – 2008. – T. 44. – P. 773-780.
55. Khalak, A., Williamson, C. H. K. Dynamics of a hydroelastic cylinder with very low mass and damping //Journal of Fluids and Structures. - 1996. - V.10(5). - P.455-472. <https://doi.org/10.1006/jfls.1996.0031>
56. Khalak, A., Williamson, C. H. Motions, forces and mode transitions in vortex-induced vibrations at low mass-damping //Journal of fluids and Structures. - 1999. - V.13(7-8). - P.813-852. <https://doi.org/10.1006/jfls.1999.0236>
57. Kim E., Choi H. Space–time characteristics of a compliant wall in a turbulent channel flow //Journal of fluid mechanics. – 2014. – T. 756. –P. 30-53.
58. Kramer M. O. Boundary layer stabilization by distributed damping //J. Aerosol. Sci. – 1957. – T. 24. – P. 459.
59. Kramer M. O. Boundary-layer stabilization by distributed damping //Journal of the Aerospace Sciences. – 1960. – T. 27. – №. 1. – P. 69.
60. Kramer M. O. THE DOLPHINS'SECRET //Journal of the American Society for Naval Engineers. – 1961. – T. 73. – №. 1. – P. 103-108.
61. Kramer M. O. Boundary layer stabilization by distributed damping //Naval Engineers Journal. – 1962. – T. 74. – №. 2. – P. 341-348.
62. Choi K. S. Near-wall structure of a turbulent boundary layer with riblets //Journal of fluid mechanics. – 1989. – T. 208. – p. 417-458.
63. Choi K. S., DeBisschop J. R., Clayton B. R. Turbulent boundary-layer control by means of spanwise-wall oscillation //AIAA journal. – 1998. – T. 36. – №. 7. – P. 1157-1163.
64. Choi, K. S., Yang, X., Clayton, B. R., Glover, E. J., Atlar, M., Semenov, B. N., Kulik, V. M. Turbulent drag reduction using compliant surfaces

- //Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. – 1997. – T. 453. – №. 1965. – P. 2229-2240.
65. Kulik V. M., Poguda I. S., Semenov B. N. Experimental investigation of one-layer viscoelastic coatings action on turbulent friction and wall pressure pulsations //Recent developments in turbulence management. – 1991. – P. 263-289.
  66. Kulik, V. M., Rodyakin, S. V., Lee, I., Chun, H. H. Deformation of a viscoelastic coating under the action of convective pressure fluctuations //Experiments in fluids. – 2005. – T. 38. – P. 648-655.
  67. Kulik V. M. Forced oscillations of a layer of a viscoelastic material under the action of a convective pressure wave //Journal of applied mechanics and technical physics. – 2007. – T. 48. – P. 221-228.
  68. Kulik V. M., Lee I., Chun H. H. Wave properties of coating for skin friction reduction //Physics of Fluids. – 2008. – T. 20. – №. 7.
  69. Kulik V. M. Action of a turbulent flow on a hard compliant coating //International journal of heat and fluid flow. – 2012. – T. 33. – №. 1. – P. 232-241.
  70. Kumar, D., Mittal, M., Sen, S. Modification of response and suppression of vortex-shedding in vortex-induced vibrations of an elliptic cylinder. //International Journal of Heat and Fluid Flow/ - 2018. - V.71. - P.406-419. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatfluidflow.2018.05.006>
  71. Laadhari F., Skandaji L., Morel R. Turbulence reduction in a boundary layer by a local spanwise oscillating surface //Physics of Fluids. – 1994. – T. 6. – №. 10. – P. 3218-3220.
  72. Landahl M. T. On the stability of a laminar incompressible boundary layer over a flexible surface //Journal of Fluid Mechanics. – 1962. – T. 13. – №. 4. – P. 609-632.

73. Lei, C., Cheng, L., and Kavanagh, K. Re-Examination of the Effect of a Plane Boundary on Force and Vortex Shedding of a Circular Cylinder //J. Wind. Eng. Ind. Aerodyn. - 1999. - V.803 - P.263-286. [https://doi.org/10.1016/S0167-6105\(98\)00204-9](https://doi.org/10.1016/S0167-6105(98)00204-9)
74. Li, D., Wu, Y., Da Ronch, A., Xiang, J.. Energy harvesting by means of flow-induced vibrations on aerospace vehicles //Progress in Aerospace Sciences. - 2016. - V. 86. - P.28-62. <https://doi.org/10.1016/j.paerosci.2016.08.001>
75. Lin, W.-J., Lin, C., Hsieh, S.-C., Dey, S. Flow Characteristics around a Circular Cylinder Placed Horizontally above a Plane Boundary //Journal of Engineering Mechanics. - 2009. - V.135(7). - P.697-716. [doi:10.1061/\(asce\)0733-9399\(2009\)135:7\(697\)](https://doi.org/10.1061/(asce)0733-9399(2009)135:7(697))
76. Looney W. R., Blick E. F. Skin-friction coefficients of compliant surfaces in turbulent flow //Journal of Spacecraft and Rockets. – 1966. – T. 3. – №. 10. – P. 1562-1564.
77. McMichael J. M., Klebanoff P. S., Mease N. E. Experimental investigation of drag on a compliant surface //Progress in Astronautics and Aeronautics. – 1980. – T. 72. – P. 410-438.
78. Merkle C. L., Deutsch S. Microbubble drag reduction in liquid turbulent boundary layers// Appl. Mech. Rev. - 1992. - V.45(3). - P.103-127.
79. Musker A. J. Explicit expression for the smooth wall velocity distribution in a turbulent boundary layer //AIAA Journal. – 1979. – T. 17. – №. 6. – P. 655-657.
80. Nagib H. M., Chauhan K. A. Variations of von Kármán coefficient in canonical flows //Physics of fluids. 2008. T. 20. №. 10. P. 101518.
81. Naughton J. W., Sheplak M. Modern developments in shear-stress measurement //Progress in Aerospace Sciences. – 2002. – T. 38. – №. 6-7. – P. 515-570.

82. Örlü R., Fransson J. H. M., Alfredsson P. H. On near wall measurements of wall bounded flows—the necessity of an accurate determination of the wall position //Progress in Aerospace Sciences. – 2010. – T. 46. – №. 8. – P. 353-387.
83. Paidoussis, M. P., Price, S. J., De Langre, E. Fluid-structure interactions: cross-flow-induced instabilities. Cambridge University Press. 2010.
84. Park S. H., Lee I., Sung H. J. Effect of local forcing on a turbulent boundary layer //Experiments in Fluids. – 2001. – T. 31. – P. 384-393.
85. Parkinson, G. Phenomena and modelling of flow-induced vibrations of bluff bodies //Progress in Aerospace Sciences. - 1989. - V.26(2) - P.169-224. [https://doi.org/10.1016/0376-0421\(89\)90008-0](https://doi.org/10.1016/0376-0421(89)90008-0)
86. Patel V. C. Calibration of the Preston tube and limitations on its use in pressure gradients //Journal of Fluid Mechanics. – 1965. – T. 23. – №. 1. – P. 185-208.
87. Preston J. H. The determination of turbulent skin friction by means of Pitot tubes //The Aeronautical Journal. – 1954. – T. 58. – №. 518. – P. 109-121.
88. Price, S. J., Sumner, D., Smith, J. G., Leong, K., Paidoussis, M. P. Flow visualization around a circular cylinder near to a plane wall //Journal of Fluids and Structures. - 2002. V.16(2) - P.175-191. <https://doi.org/10.1006/jfls.2001.0413>
89. Reda D. C., Muratore Jr J. J. Measurement of surface shear stress vectors using liquid crystal coatings //AIAA journal. – 1994. – T. 32. – №. 8. – P. 1576-1582.
90. Reutov V. P., Rybushkina G. V. Hydroelastic instability threshold in a turbulent boundary layer over a compliant coating //Physics of Fluids. – 1998. – T. 10. – №. 2. – P. 417-425.
91. Rodríguez-López E., Bruce P. J. K., Buxton O. R. H. A robust post-processing method to determine skin friction in turbulent boundary layers

- from the velocity profile //Experiments in Fluids. – 2015. – T. 56. – P. 1-16.
92. Rothstein J. P. Slip on superhydrophobic surfaces //Annual review of fluid mechanics. – 2010. – T. 42. – P. 89-109.
  93. Sarpkaya, T. A critical review of the intrinsic nature of vortex-induced vibrations //Journal of fluids and structures. - 2004. - V.19(4). - P.389-447. <https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2004.02.005>
  94. Semenov B. N. On conditions of modelling and choice of viscoelastic coatings for drag reduction //Recent developments in turbulence management. – Dordrecht: Springer Netherlands, 1991. – P. 241-262.
  95. Schlichting H., Gersten K. Boundary-layer theory. Springer, 2016.
  96. Skop, R. A., Griffin, O. M. A model for the vortex-excited resonant response of bluff cylinders //Journal of Sound and Vibration. - 1973. - 27(2) - P.225-233. [https://doi.org/10.1016/0022-460X\(73\)90063-1](https://doi.org/10.1016/0022-460X(73)90063-1)
  97. Spalding D. B. A single formula for the law of the wall //Journal of Applied mechanics. - 1961. - T. 28. - №. 3.- P. 455-458.
  98. Stanton T. E., Marshall D., Bryant C. N. On the conditions at the boundary of a fluid in turbulent motion //Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character. – 1920. – T. 97. – №. 687. – P. 413-434.
  99. Sternberg J. A theory for the viscous sublayer of a turbulent flow //Journal of Fluid Mechanics. – 1962. – T. 13. – №. 2. – P. 241-271.
  100. Sudin, M. N., Abdullah, M. A., Shamsuddin, S. A., Ramli, F. R., Tahir, M. M. Review of research on vehicles aerodynamic drag reduction methods //International Journal of Mechanical and Mechatronics Engineering. – 2014. – T. 14. – №. 02. – P. 37-47.
  101. Fredsoe, Jorgen, B. Mutlu Sumer. Hydrodynamics around cylindrical structures (revised edition). Vol. 26. World Scientific, 2006.

102. Tavoularis S. Measurement in fluid mechanics. – Cambridge University Press, 2005.
103. Truesdell, R., Mammoli, A., Vorobieff, P., van Swol, F., Brinker, C. J. Drag reduction on a patterned superhydrophobic surface //Physical review letters. – 2006. – T. 97. – №. 4. – P. 044504.
104. Virk P. S. Drag reduction fundamentals //AIChE Journal. – 1975. – T. 21. – №. 4. – P. 625-656.
105. Walsh M. J. Riblets as a viscous drag reduction technique //AIAA journal. – 1983. – T. 21. – №. 4. – P. 485-486.
106. Wang, X. K., Hao, Z., Tan, S. K. Vortex-induced vibrations of a neutrally buoyant circular cylinder near a plane wall //Journal of Fluids and Structures. - 2013. - V.39. - P.188-204. <https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2013.02.012>
107. Wang, J. J., Choi, K. S., Feng, L. H., Jukes, T. N., Whalley, R. D. Recent developments in DBD plasma flow control //Progress in Aerospace Sciences. – 2013. – T. 62. – P. 52-78.
108. Warholic M. D., Massah H., Hanratty T. J. Influence of drag-reducing polymers on turbulence: effects of Reynolds number, concentration and mixing //Experiments in fluids. – 1999. – T. 27. – №. 5. – P. 461-472.
109. Williamson, C. H. K., Govardhan, R. Vortex-induced vibrations //Annu. Rev. Fluid Mech. - 2004. - V.36. - P.413-455. <https://doi.org/10.1146/annurev.fluid.36.050802.122128>
110. Williamson, C. H., Roshko, A. Vortex formation in the wake of an oscillating cylinder //Journal of fluids and structures. - 1988. - V.2(4). - P.355-381. [https://doi.org/10.1016/S0889-9746\(88\)90058-8](https://doi.org/10.1016/S0889-9746(88)90058-8)
111. Winter K. G. An outline of the techniques available for the measurement of skin friction in turbulent boundary layers //Progress in aerospace sciences. – 1979. – T. 18. – P. 1-57.

112. Yang, B., Gao, F., Jeng, D. S., Wu, Y. Experimental study of vortex-induced vibrations of a cylinder near a rigid plane boundary in steady flow //Acta Mechanica Sinica. - 2009. - V.25(1). - P.51-63. <https://doi.org/10.1007/s10409-008-0221-7>
113. Zang, Z., Zhou, T. Transverse vortex-induced vibrations of a near-wall cylinder under oblique flows //Journal of Fluids and Structures. - 2017. - V.68. - P.370-389. <https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2016.11.021>
114. Zanon E. S., Durst F., Nagib H. Evaluating the law of the wall in two-dimensional fully developed turbulent channel flows //Physics of fluids. 2003. - V. 15. - №. 10. - P. 3079-3089.
115. Zhang, G. Q., Ji, L. C., Hu, X. Vortex-induced vibration for an isolated circular cylinder under the wake interference of an oscillating airfoil: Part II. Single degree of freedom //Acta Astronautica. - 2017. - V.133. - P.311-323. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2017.01.019>
116. Zhao, M., Cheng, L. Numerical simulation of two-degree-of-freedom vortex-induced vibration of a circular cylinder close to a plane boundary //Journal of Fluids and Structures. - 2011. - V.27(7). - P.1097-1110. <https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2011.07.001>
117. Zhang, C., Wang, J., Blake, W., Katz, J. Deformation of a compliant wall in a turbulent channel flow //Journal of Fluid Mechanics. – 2017. – T. 823. – P. 345-390.
118. Zhou, C. Y., So, R. M. C., Lam, K. Vortex-induced vibrations of an elastic circular cylinder //Journal of Fluids and Structures. - 1999. - V.13(2). - P.165-189.
119. Ашуров Д. А. Устойчивость и переход к турбулентности в пограничных слоях с градиентом давления над монолитным податливым покрытием //Прикладная механика и техническая физика. – 2022. – Т. 63. – №. 3. – С. 139-151.



120. Баранов, С. А., Киселёв, А. Ф., Моралев, И. А., Сбоев, Д. С., Толкачёв, С. Н., Чернышев, С. Л. Управление ламинарно-турбулентным переходом в трёхмерном пограничном слое при повышенной внешней турбулентности с помощью диэлектрического барьерного разряда // Доклады Академии наук. 2019. – Т. 486. – №. 6. – С. 668-672.
121. Бойко А. В., Кулик В. М., Филимонов В. А. Устойчивость пограничного слоя плоской пластины над податливыми покрытиями повышенной прочности // Вестник Новосибирского государственного университета. Серия: Физика. – 2011. – Т. 6. – №. 4. – С. 25-41.
122. Бондарев В.О., Зайко Ю.С., Иванов О.О. Экспериментальное и численное исследование пограничного слоя на пластине в гидродинамической трубе. Отчет 5328. НИИ механики МГУ. 2016. 57 с.
123. Веденеев В.В., Зайко Ю.С., Иванов О.О., Пономарев Н.В., Саркисян А.А., Хомяков А.Н. Экспериментальное и численное исследование обтекания базовой модели для тестирования податливых покрытий. Отчет 5272. НИИ механики МГУ. 2015. 85 с.
124. Гареев М. М., Лисин Ю. В., Манжай В. Н., Шаммазов А. М. Противотурбулентные присадки для снижения гидравлического сопротивления трубопроводов. Санкт-Петербург: Недра, Реактив, 2013. 228 с.
125. Даржаин, А. Э., Бойко, А. В., Кулик, В. М., Чупахин, А. П.. Параметрическое исследование гидродинамической устойчивости пограничного слоя плоской пластины над двухслойными податливыми покрытиями // Теплофизика и аэромеханика. – 2020. – Т. 27. – №. 2. – С. 189-200.
126. Девнин С. И. Аэрогидромеханика плохообтекаемых конструкций: Справочник. Л.: Судостроение. 1983. 320 с.
127. Жаркова Г. М., Коврижина В. Н. Механо-оптические эффекты в жидких кристаллах и их использование для измерения касательных напряжений в аэродинамическом эксперименте // Жидкие кристаллы и их практическое использование. – 2022. – Т. 22. – №. 3. – С. 6-25.

128. Иванов О.О., Веденеев В.В. Экспериментальное исследование влияния податливых покрытий на сопротивление тестовой модели в турбулентном потоке. Отчет 5376. НИИ механики МГУ. 2015. 36 с.
129. Иванов О. О., Веденеев В. В., Кулик В. М., Бойко А. В. Экспериментальное исследование влияния податливых покрытий на поверхностное трение в турбулентном пограничном слое // Тезисы докладов Всероссийской конференции молодых ученых-механиков 5 - 15 сентября 2017, Сочи, Буревестник МГУ. — Издательство Московского университета Москва, 2017. — С. 67–67.
130. Иванов О. О., Веденеев В. В., Кулик В. М., Бойко А. В. Исследование влияния податливых покрытий на трение в турбулентном пограничном слое // Современные проблемы механики сплошных сред и физики взрыва. — Полиграфический участок Института гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН Новосибирск. - 2017. — С. 120–120.
131. Иванов О. О. Экспериментальное исследование колебаний упругого цилиндра вблизи пластины конечной ширины // Сборник тезисов конкурса молодых учёных НИИ механики МГУ. — М.: М., 2020. — С. 13.
132. Иванов О. О., Подопросветова А. Б. Экспериментальное исследование колебаний упругого цилиндра вблизи твердых тел // Всероссийская конференция молодых ученых-механиков YSM-2020. Тезисы докладов. — Издательство Московского университета. 2020. — С. 71.
133. Иванов О.О. Экспериментальное исследование колебаний упругого цилиндра вблизи пластины конечной ширины // Труды конференции-конкурса молодых ученых 20 - 22 октября 2020 г. Издательство Московского университета, Москва, с. 90-97.
134. Иванов О. О., Подопросветова А. Б. Экспериментальное исследование колебаний упругого цилиндра вблизи твердых тел // Тезисы докладов, представленные на XXIV Международную конференцию Нелинейные задачи теории гидродинамической устойчивости и турбулентность. — Издательство Московского Университета Москва, 2020. — С. 46.

135. Иванов О. О., Веденеев В. В. Об усилении аэроупругих колебаний вблизи пластины конечной длины // Тезисы докладов всероссийской конференции молодых ученых-механиков 2021. — Издательство Московского университета Москва, 2021. — С. 65.
136. Иванов О. О., Веденеев В. В. Модификация резонансных колебаний упругого цилиндра в потоке газа вблизи твердых тел различной геометрии // Всероссийская конференция молодых ученых-механиков YSM-2023. Тезисы докладов (4 - 14 сентября 2023 г., Сочи, «Буревестник» МГУ). — М.: Издательство Московского университета, 2023. — 122 с. — (Электронное издание сетевого распространения).
137. Казаков А. В., Коган М. Н., Курячий А. П. О влиянии локального нагрева поверхности на трение в турбулентном пограничном слое на пластине // Теплофизика высоких температур. — 1995. — Т. 33. — №. 6. — С. 888-894.
138. Корнилов В. И. Проблемы снижения турбулентного трения активными и пассивными методами (обзор) // Теплофизика и аэромеханика. — 2005. — Т. 12. — №. 2. — С. 183-208.
139. Корнилов В. И. Турбулентный пограничный слой на теле вращения при периодическом вдуве/отсосе // Теплофизика и аэромеханика. — 2006. — Т. 13. — №. 3. — С. 368-385.
140. Корнилов В. И., Бойко А. В. Пути и возможности повышения эффективности управления вдувом через проницаемую стенку и перспективы его использования // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Аэрокосмическая техника. — 2016. — №. 2 (45). — С. 50-70.
141. Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидродинамика. Ч. 2. М.: Физматгиз. 1963.
142. Кулик В. М., Семенов Б. Н., Морозова С. Л. Измерение динамических свойств вязкоупругих материалов // Теплофизика и аэромеханика. — 2007. — Т. 14. — №. 2. — С. 219-230.

143. Кулик В. М. Особенности деформирования податливых покрытий, обладающих повышенной прочностью //Теплофизика и аэромеханика. – 2011. – Т. 18. – №. 4. – С. 567-581.
144. Кулик В. М., Бойко А. В., Ли И. Снижение трения податливыми покрытиями из гомогенного материала //Теплофизика и аэромеханика, 2018, том 25, № 4. – 2018. – Т. 25. – №. 4. – С. 537.
145. Кулик В. М., Бойко А. В., Ли И. Двухслойные податливые покрытия для управления турбулентным пограничным слоем //Теплофизика и аэромеханика. – 2019. – Т. 26. – №. 1. – С. 51-62.
146. Литвинов В. М., Успенский А. А. Влияние нагрева носовой части плоской пластины на интегральные и статистические характеристики пограничного слоя //Ученые записки ЦАГИ. – 2013. – Т. 44. – №. 6. – С. 85-104.
147. Люсин В. Д., Рябинин А. Н. Исследование влияния удлинения призмы на её аэродинамические характеристики и амплитуду колебаний при галопировании //Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия. – 2011. – №. 2. – С. 139-145.
148. Мальцев Л. И., Малюга А. Г., Новиков Б. Г. О возможных механизмах воздействия пузырьков газа на характеристики турбулентного пограничного слоя //Теплофизика и аэромеханика. – 2006. – Т. 13. – №. 3. – С. 417-424.
149. Рябинин А. Н., Киселев Н. А. Влияние положения оси вращения цилиндра на его вращательные колебания в воздушном потоке //Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия. – 2016. – Т. 3. – №. 2. – С. 315-323.
150. Рябинин А. Н., Велигжанин А. А. Вращательные и поступательные колебания цилиндров малого удлинения в воздушном потоке //Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия. – 2022. – Т. 9. – №. 4. – С. 729-739.

151. Л.И. Седов. Механика сплошной среды. Том 2. М.: Наука, 1970 г., 568 с.
152. Седов Л.И., Васецкая Н.Г., Иоселевич В.А., Пилипенко, В.Н. О снижении гидродинамического сопротивления добавками полимеров //Механика турбулентных потоков. – 1980. – С. 7-28.
153. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1969. 712 с.