

**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА**

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

УДК 534.2

На правах рукописи

Агафонов Александр Александрович

**ЛИНЕЙНЫЕ И НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭФФЕКТЫ
ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ УПРУГИХ ВОЛН
В ТВЕРДОТЕЛЬНЫХ КЛИНЬЯХ**

Специальность:

1.3.7. Акустика

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель
д. ф.-м. н., профессор
Коробов Александр Иванович

Москва – 2024

Оглавление

Список сокращений и условных обозначений.....	4
Введение.....	5
Глава 1. Упругие волны в твердотельных клиньях.....	19
§1.1. Упругие волны в прямых изотропных клиньях.....	19
§1.2. Упругие волны в клиньях с усечением и геометрическими дефектами	26
§1.3. Нелинейные явления, возникающие при распространении упругих волн в изотропных клиньях.....	29
§1.4. Особенности распространения упругих волн в клиньях из анизотропных материалов.....	31
§1.5. Упругие волны в клиньях с различной геометрией.....	36
§1.6. Упругие волны в прямом клине, граничащем с жидкостью, и в сложных твердотельных структурах.....	41
§1.7. Упругие волны в клине со степенным профилем. Акустические чёрные дыры.....	51
Глава 2. Экспериментальные исследования линейных и нелинейных упругих эффектов в изотропных и анизотропных твердотельных клиньях...	61
§2.1. Экспериментальная установка и методика для исследований особенностей распространения линейных и нелинейных упругих волн в твердотельном клине.....	61
2.1.1. Схема и описание автоматизированной экспериментальной ультразвуковой установки для исследований распространения упругих волн в твердых телах.....	61
2.1.2. Методика исследования особенностей распространения линейных и нелинейных упругих волн в твердотельных клиньях.....	64
§2.2. Локализация и дисперсия упругих волн в твердотельном прямом изотропном клине.....	67
2.2.1. Исследуемый образец и методика исследований.....	67
2.2.2. Результаты экспериментальных исследований.....	67

§2.3. Особенности распространения упругих волн в прямом изотропном клине с дефектами.....	72
2.3.1. Исследуемый образец и методика исследования	72
2.3.2. Результаты экспериментальных исследований	75
§2.4. Экспериментальное исследование нелинейных упругих свойств прямого изотропного клина при его одноосном растяжении	82
2.4.1. Исследуемый образец, экспериментальная установка и методика исследования.....	82
2.4.2. Результаты экспериментальных исследований	85
§2.5. Упругие волны в цилиндрических клиньях с различными граничными условиями на внутренней стороне клина	89
2.5.1. Исследуемые образцы и методика их исследования	89
2.5.2. Результаты экспериментальных исследований	92
§2.6. Дисперсия и локализация упругих волн в спиральном клине	100
2.6.1. Исследуемый образец и методика исследования	100
2.6.2. Результаты экспериментальных исследований	102
§2.7. Нелинейные эффекты при распространении упругих волн в анизотропном клине из ниобата лития	106
2.7.1. Исследуемый образец и методика исследования	106
2.7.2. Результаты экспериментальных исследований	107
§2.8. Особенности распространения упругих волн в клине с параболическим профилем.....	111
2.8.1. Исследуемый образец и методика исследований.....	111
2.8.2. Результаты экспериментальных исследований	115
Основные результаты и выводы.....	122
Благодарности	126
Публикации автора по теме диссертации.....	127
Список цитируемой литературы	131

Список сокращений и условных обозначений

АБС – акрилонитрилбутадиенстирол

АЦП – аналого-цифровой преобразователь

АЧД – акустическая чёрная дыра

ВКБ-приближение – приближение Вентцеля — Крамерса — Бриллюэна

ВШП – встречно-штыревой преобразователь

КУВ – клиновья упругая волна

ПАВ – поверхностная акустическая волна

PSV – Polytec Scanning Vibrometer (Сканирующий виброметр компании Polytec)

SNAP System – System for the Study of Nonlinear Acoustic Phenomena

Введение

Клиновые упругие волны (КУВ) – это упругие возмущения, распространяющиеся вдоль рёбер твердотельных клиньев [1-4]. Прошло уже около полувека с момента открытия и рассмотрения клиновых акустических волн [1-7]. Однако клиновые акустические волны продолжают привлекать внимание в силу проявления ими уникальных свойств [1, 2, 8-10]. Клин является единственным типом волновода, в геометрии которого в идеальном случае отсутствует размерный параметр, и, следовательно, отсутствует внутримодовая дисперсия упругих волн. Скорость распространения волны в клине зависит от упругих свойств материала клина, угла при его вершине и от номера моды. Клиновым волнам, помимо отсутствия дисперсии и дифракционных потерь, свойственна низкая скорость распространения и высокая степень локализации акустической энергии у ребра клина [1-8, 11-13]. Данные свойства делают клиновые волны перспективными для различных областей применения – дефектоскопии, акустоэлектроники, подводной акустики, геофизики, акустической визуализации, звукопоглощения, сенсоров [4, 14-20]. В неразрушающем контроле можно использовать КУВ для диагностики композитных материалов, лопаток турбин, режущих кромок инструментов, различных рельсовых конструкций [19]. Поэтому, несмотря на трудность их аналитического рассмотрения и частую необходимость применения компьютерного моделирования для исследования их свойств даже в простейших случаях, клиновые волны продолжают привлекать внимание исследователей и в нашей стране, и за рубежом.

Реальный клин может быть выполнен из поли- или монокристаллического материала, может иметь дефектную структуру на микро- или мезоскопическом уровне, отклонения геометрии от линейной, усечения, может контактировать с различными средами. Экспериментальное

исследование особенностей распространения клиновых волн в таких клиньях имеет фундаментальное и прикладное значение.

Так, на настоящий момент выполнено недостаточно теоретических и экспериментальных работ, посвященных исследованию нелинейных акустических волн в клиньях из анизотропных и изотропных твердых тел с дефектами [19]. В частности, ранее экспериментально не исследовалась генерация высших гармоник в анизотропных и изотропных остроугольных клиньях с искусственно созданными дефектами.

В работах [11-13] представлены исследования КУВ в образцах с геометрическими дефектами. Однако использование клиновых волн в области неразрушающего контроля твердых тел в настоящее время сдерживается по причине недостаточной информации о влиянии различных дефектов в материале клина: микротрещин, расслоений, остаточных упругих напряжений, а также постоянных или переменных нагрузок на нелинейные упругие свойства клиновых волн.

Актуальность исследования особенностей распространения нелинейных акустических волн в клиньях из поликристаллических металлов в условиях нагрузок сжатия-растяжения очевидна: металлические конструкции в процессе эксплуатации подвергаются переменным механическим нагрузкам, приводящим к накоплению дислокаций, микротрещин, остаточных напряжений и, как следствие, нарушению сплошности металла и его разрушению. Это указывает на необходимость постоянного мониторинга состояния таких конструкций. Акустические методы дефектоскопии обеспечивают возможность неразрушающего контроля структур, содержащих клин, в том числе, в процессе эксплуатации и дистанционно. Таким образом, решение фундаментальной задачи современной нелинейной акустики твердого тела, посвященной нелинейным акустическим волнам в клиньях из монокристаллов и изотропных поликристаллических металлов с дефектами, приобретает важное прикладное техническое значение.

В последнее время увеличился интерес к фундаментальным исследованиям упругих волн в клиньях с изменённой (криволинейной или сложной) геометрией [20-31]. Это обусловлено тем, что большинство клиновидных структур, которые нуждаются в неразрушающем контроле (ребра лопасти, крыло, кромки режущих инструментов (сверла, буры и др.)), не являются прямыми идеальными клиньями. Несмотря на то, что теория и моделирование предсказывает отсутствие дисперсии клиновых волн в прямом клине, из-за невозможности создания клина с идеальной вершиной (без ее закруглений или усечений), на высоких частотах в реальном клине появляется дисперсия упругих волн [7]. Граница частотного диапазона, в котором проявляется дисперсия, определяются величиной усечения ребра клина.

В изогнутых клиньях КУВ обладают дисперсией вследствие появления размерного параметра. Частным случаем таких клиньев является структура, ограниченная конической поверхностью с одной стороны и цилиндрической с другой, так называемые цилиндрические клинья [20]. Несмотря на наличие ряда работ по исследованию цилиндрических клиньев с положительной кривизной, свойства клиновых волн в цилиндрическом клине с отрицательной кривизной, такие как их дисперсия и локализация, численно и экспериментально исследованы не были. Также недостаточно выполнено работ по упругим волнам в клиньях спиральной формы, нет исследований КУВ в таких образцах на низких частотах (ниже 1 МГц). Поэтому исследование особенностей распространения упругих волн в клиньях с изменённой геометрией ребра клина, например, с усечением и изгибом ребра клина, остается актуальной задачей.

Представляет интерес распространение КУВ в клине, граничащем с жидкостью. Имеется ряд работ, посвящённых исследованиям клиновых волн в прямом клине, погружённом в жидкость [14, 32-37]. Однако поведение упругих волн в клиньях при изменяющейся площади контакта боковой поверхности клина с жидкостью к настоящему времени исследовано

недостаточно. В частности, такие исследования отсутствуют для замкнутого клина, например, цилиндрического, в то время как именно этот тип клиньев может быть использован в качестве резонаторов клиновых волн. Действительно в силу того, что их кромка образует окружность, возможна эффективная накачка энергии в этих образцах в стоячие клиновые волны.

Отдельно следует отметить работы, в которых были предсказаны и исследованы структуры, называемые «акустическими чёрными дырами» (АЧД) [38-40]. АЧД представляют интерес для структурной акустики и звукопоглощения. Основным свойством таких объектов является то, что вдоль некоторого направления (в зависимости от геометрии структуры) скорость упругих волн уменьшается до нуля, что должно приводить к бесконечному времени распространения волны на конечном участке в пространстве. Это приводит к отсутствию отражённой волны при распространении падающей волны вдоль этого направления. В АЧД такое уменьшение скорости волны связано с уменьшением локальной жёсткости, которое обычно достигается с помощью модификации геометрии – например, при уменьшении толщины образца по степенному закону [41].

Недостаточно экспериментальных и теоретических работ в этой области выполнено для образцов АЧД из новых материалов, например, из различных полимеров, в то время как такие материалы являются весьма перспективными. При использовании техники 3D печати из них могут быть выполнены образцы различных форм и структур.

Цель и задачи

Целью настоящей работы являются экспериментальные исследования методами лазерной виброметрии и нелинейной ультразвуковой спектроскопии влияния внутренней структуры, геометрии и граничных условий на особенности распространения упругих волн в изотропных и анизотропных клиньях, а именно:

- нелинейных эффектов (генерация второй упругой гармоники, быстрая динамика и нелинейное поглощение упругих волн) в прямых

клиньях из изотропного материала (поликристаллического сплава алюминия) с искусственно созданными дефектами, в том числе при воздействии растягивающих статических напряжений;

- нелинейных эффектов (генерация второй и третьей упругих гармоник, быстрая динамика и нелинейное поглощение) в прямых анизотропных клиньях (выполненных из монокристалла ниобата лития);
- влияния граничных условий (граница с воздухом, водой, глицерином и автомобильным маслом) на скорость распространения клиновых волн в цилиндрических клиньях с положительной и отрицательной кривизной и сравнение полученных результатов с результатами численного моделирования;
- дисперсии и локализации упругих волн Лэмба в пластине с параболическим профилем, образующим клин, и сравнение полученных результатов с расчетами по имеющимся теоретическим моделям;
- дисперсии и локализации упругих волн в спиральном клине сложной геометрии (металлическом сверле).

Для достижения основной цели в работе были поставлены следующие

задачи:

1. Разработать и создать автоматизированную ультразвуковую экспериментальную установку для исследования линейных и нелинейных волн в твердотельных клиньях, в том числе, с использованием сканирующего лазерного виброметра.
2. Рассчитать и изготовить образцы прямых клиньев из материалов с искусственно созданными в них дефектами, образцы цилиндрических клиньев, образец клина с параболическим профилем из АБС-пластика методом 3D печати.
3. Разработать экспериментальные методики для исследования особенностей распространения линейных и нелинейных упругих волн в клиньях разной геометрии, в случае отсутствия или наличия жидкости на поверхности клина, без нагрузки или при растягивающем одноосном

напряжении, направленном параллельно ребру клина, а также методики исследования распространения изгибных волн Лэмба в клине с параболическим профилем.

4. Выполнить экспериментальные исследования:

а) Линейных и нелинейных параметров упругих волн в прямых клиньях из изотропных и анизотропных материалов в случаях наличия или отсутствия дефектов в их структуре.

б) Влияния растягивающего механического напряжения, направленного параллельно ребру клина, на скорость распространения и амплитуду второй гармоники упругих волн в прямом изотропном клине.

в) Влияния геометрии клина на скорость и локализацию упругих волн.

г) Зависимости скорости КУВ от уровня различных жидкостей, заполняющих цилиндрический клин с различной кривизной.

д) Особенности распространения изгибных упругих волн в пластине, толщина которой меняется по параболическому закону.

Объект и предмет исследования

Объектом исследования являются упругие волны в твердотельных клиньях с различными геометрией и граничными условиями, а также с анизотропией упругих свойств материала клина.

Предметом исследования являются линейные (локализация и дисперсия клиновых волн) и нелинейные (генерация высших гармоник, нелинейное поглощение и эффект быстрой динамики) эффекты при распространении упругих волн в твердотельных клиньях.

Методология исследования

Экспериментальные исследования линейных и нелинейных свойств КУВ проводились импульсным ультразвуковым методом и методом сканирующей лазерной виброметрии.

Импульсный ультразвуковой метод заключается в возбуждении в образце ультразвукового импульса с помощью пьезокерамических преобразователей, прикреплённых к ребру клина, и регистрации прошедших и отражённых импульсов. При использовании схемы нахождение сигнала излучался одним преобразователем и принимался одним или несколькими преобразователями или регистрировался с помощью лазерного сканирующего виброметра PSV-300 (Polytec).

Амплитуда нормальной компоненты колебательной скорости клиновой волны в заданных точках поверхности исследованных образцов измерялась методом сканирующей лазерной виброметрии.

Анализ спектра акустической волны и визуализация формы собственных колебаний образца выполнялись с помощью встроенного программного обеспечения лазерного виброметра методом Фурье преобразования.

Исследования нелинейных свойств КУВ проводились методом импульсной ультразвуковой спектроскопии. Определение амплитуды и фазы принимаемого сигнала осуществлялось с помощью ультразвукового измерительного комплекса RAM-5000 SNAP SYSTEM (Ritec) методом встроенной квадратурной обработки сигналов.

Для экспериментальных исследований влияния одноосного растяжения клина на нелинейные упругие свойства КУВ использовалась разработанная механическая система для создания контролируемой силы, действующей на образец параллельно ребру клина.

Научная новизна

В диссертационной работе получены следующие оригинальные научные результаты:

1. Проведены экспериментальные исследования генерации второй упругой гармоники клиновой волны в изотропном клине с искусственно созданными дефектами. Обнаружена неклассическая степенная

зависимость амплитуды второй клиновой гармоники от амплитуды основной частоты и эффекты быстрой динамики и нелинейного поглощения для упругих волн в изотропных клиньях с дефектами внутренней структуры.

2. Обнаружена и исследована зависимость амплитуды второй гармоники упругих волн в клине от величины приложенной к клину статической силы, направленной параллельно ребру клина.

3. Экспериментально исследованы локализация и дисперсия КУВ в цилиндрических клиньях двух типов геометрии, в спиральном клине, а также локализация КУВ в прямом клине. Обнаружено, что на коэффициент локализации и дисперсию оказывает влияние геометрия клина. Увеличение количества размерных параметров в геометрии клина приводит к возрастанию дисперсии наиболее медленной моды КУВ.

4. Экспериментально исследована зависимость скорости распространения КУВ в цилиндрических клиньях от расстояния от ребра клина до поверхности жидкости, заполняющей клин, с которой они граничат одной гранью. Обнаружено, что основное изменение величины скорости происходит, когда жидкость граничит с поверхностью клина в области локализации КУВ, и зависит от плотности жидкости.

5. В анизотропном клине из монокристалла ниобата лития с дефектами обнаружена неклассическая степенная зависимость амплитуды второй и третьей клиновых гармоник от амплитуды волны основной частоты и эффекты быстрой динамики и нелинейного поглощения.

6. Экспериментально определён частотный диапазон для изгибных волн Лэмба в клине с параболическим профилем из АБС-пластика, при котором он выполняет функцию концентрирующего волновода.

Практическая значимость работы

Обнаруженные неклассическая степенная зависимость амплитуды для высших упругих гармоник клиновых волн от амплитуды основной частоты, а

также нелинейное поглощение и эффект быстрой динамики могут служить диагностическим признаком наличия дефектов внутренней структуры в материале клина.

Мониторинг деформации, напряжений и накопления дефектов внутренней структуры конструкций, содержащих клин и находящихся под механической нагрузкой, может быть осуществлен с помощью регистрации их нелинейных упругих свойств с использованием клиновых волн.

Обнаруженная в работе зависимость скорости распространения КУВ в цилиндрических клиньях с жидкостью от расстояния от ребра клина до поверхности жидкости может служить физическим принципом работы датчиков для определения уровня жидкости, в том числе, в агрессивных средах, а также основой методики контроля плотности жидкости при изменении внешних условий.

Проведенные эксперименты с параболическим клином показали, что он является волноводом, концентрирующим энергию акустической волны, что является важным в разработке акустических метаматериалов и поглощающих устройств, работающих по принципу “акустической чёрной дыры”.

Положения, выносимые на защиту:

1. Для изотропного поликристаллического материала (сплава Д16 с остаточными упругими напряжениями), коэффициенты M_2 , определяющие степенную зависимость второй упругой гармоники клиновой волны от амплитуды основной частоты, равны $M_2 = 1,01 \pm 0,05$ для 30° клина, $M_2 = 1,06 \pm 0,05$ для 60° клина и $M_2 = 1,14 \pm 0,05$ для 44° клина, и отличны от коэффициента классической нелинейности $M_2 = 2$.

2. Статическая деформация образца изотропного клина с искусственно созданными дефектами приводит к увеличению его упругой нелинейности. При увеличении растягивающего механического напряжения σ от 0 до 25

МПа происходит возрастание амплитуды второй гармоники на $\approx 0,7\%$ по закону, близкому к линейному.

3. Локализация наиболее медленной моды КУВ в прямых, цилиндрических и спиральном клиньях близка к экспоненциальной. В прямом изотропном клине в частотном диапазоне от 200 до 1000 кГц коэффициент локализации не зависит от частоты и уменьшается с увеличением угла клина. Коэффициент локализации в спиральном клине в диапазоне от 160 до 580 кГц имеет частотно-зависимый характер.

4. В образцах цилиндрических клиньев с положительной и отрицательной кривизной в полосе частот от 120 до 600 кГц и от 150 до 400 кГц соответственно обнаружена дисперсия (изменение скорости составляет 2,8 % и 1,9 % для исследованных клиньев соответственно). В спиральном клине в полосе частот от 100 до 600 кГц обнаружена дисперсия (изменение скорости составляет 18 %).

5. Скорость распространения КУВ в цилиндрическом клине при контакте его внутренней поверхности с жидкостью уменьшается. При изменении плотности жидкости от 0,9 до 1,2 г/см³ происходит увеличение относительного изменения скорости КУВ от 16,7 до 18,4 % для положительного клина и от 12,6 до 15 % для отрицательного клина.

6. Для анизотропного материала (монокристалла ниобата лития с дефектами) коэффициенты M_2 и M_3 определяющие степенную зависимость второй и третьей упругих гармоник клиновой волны от амплитуды основной частоты, равны $M_2 = 2,51 \pm 0,05$ и $M_3 = 1,70 \pm 0,05$, и отличны от коэффициентов классической нелинейности $M_2 = 2$ и $M_3 = 3$.

7. Клино с параболическим профилем из АБС-пластика выполняет функцию концентрирующего волновода для изгибных волн Лэмба в диапазоне частот от 20,5 до 93,3 кГц, что приводит к увеличению амплитуды колебательной скорости и уменьшению скорости распространения волны при приближении упругой волны к ребру клина. В исследуемом образце клина на

частоте 64,9 кГц амплитуда увеличивается примерно в 22 раза, а скорость уменьшается в 5,8 раза.

Достоверность результатов

Достоверность и обоснованность результатов работы подтверждается соответствием результатов экспериментов априорной информации, теоретическим расчётам, результатам численного моделирования и результатам, полученным в работах других авторов.

Апробация результатов.

Результаты, полученные в диссертации, докладывались и обсуждались на следующих всероссийских и международных конференциях: на XV, XVII, XXXIII Всероссийских школах-семинарах «Волновые явления в неоднородных средах» имени А.П. Сухорукова (г. Можайск, 5 – 10 июня 2016 г., 26 – 31 мая 2019 г., 5 – 10 июня 2022 г.), на XXIII, XXVI, XXVII, Международных научных конференциях студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов» (г. Москва, 11 – 15 апреля 2016 г., 8 – 12 апреля 2019 г., 10 – 27 ноября 2020 г.); на 12й Международной конференции по численному моделированию и прикладной математике ICNAAM (г. Родос, Греция, 22 – 28 сентября 2014 г.) и на Международном симпозиуме по ультразвуку IUS 2016 (г. Тур, Франция, 18 – 21 сентября 2016 г.), и обсуждались на научных семинарах кафедры акустики физического факультета МГУ.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФ 19-12-00098, РФФИ 17-02-01123 и стипендии Американского акустического общества (ASA International Student Grant).

Публикации

Основные результаты диссертации изложены в 15 печатных работах, в том числе в 3 статьях в рецензируемых научных журналах, удовлетворяющих Положению о присуждении учёных степеней в МГУ имени М.В. Ломоносова, 2 статьях в других рецензируемых научных журналах и 10

публикациях в сборниках тезисов конференций. Список работ автора приведен в конце автореферата перед списком литературы.

Личный вклад автора

Все представленные в диссертационной работе результаты получены автором лично, либо при его определяющем участии. Постановка задач и обсуждение результатов проводились совместно с научным руководителем. Автором самостоятельно создавались экспериментальные установки и методики измерения, проводились все аналитические расчеты и эксперименты. Подготовка к публикации полученных результатов проводилась совместно с соавторами. Содержание научно-квалификационной работы отражает персональный вклад автора в опубликованные работы.

Структура и объем диссертации

Диссертационная работа состоит из введения, двух глав, основных результатов и выводов (заключения) и списка литературы. Общий объем работы составляет 142 страницы, 72 рисунка и 128 библиографических ссылок.

Содержание диссертационной работы

Во **Введении** обоснована актуальность темы диссертационной работы, её научная новизна и практическая значимость, сформулированы цели работы и описано ее краткое содержание.

Первая глава состоит из 7 параграфов и посвящена обзору существующих работ отечественных и зарубежных авторов по теоретическим и экспериментальным исследованиям свойств упругих волн в твердотельных клиньях.

В § 1.1 приводятся исследования основных линейных свойств упругих волн в изотропных клиньях, рассматриваются используемые подходы для теоретических расчётов амплитуды и скорости распространения КУВ. Рассматриваются основные свойства клиновых волн, такие как количество

упругих мод в клине, их скорости, локализация и дисперсия упругих волн в твердотельном клине.

В § 1.2 рассматриваются вопросы влияния на линейные свойства КУВ усечения прямых клиньев и рассеяние КУВ на геометрических дефектах – выемках и торцах клина. Указывается на невозможность изготовления идеального клина без усечения вершины, что приводит к появлению дисперсии на высоких частотах и наклону дисперсионной кривой.

§ 1.3 посвящен исследованиям нелинейных упругих явлений в прямых изотропных твердотельных клиньях. Рассматриваются проявления классической и структурной нелинейности в материале клина. Отмечается, что методы нелинейной акустики являются перспективными для неразрушающего контроля структур, содержащих клин.

В § 1.4 уделяется внимание нелинейным явлениям при распространении КУВ в клиньях из анизотропных материалов. Отмечается, что в настоящее время экспериментальных работ, посвященных нелинейным эффектам в таких структурах, выполнено недостаточно.

В § 1.5 приводится обзор работ, посвященных распространению упругих волн в клиньях с геометрией ребра, отличной от прямой. Интерес к данному направлению исследований обусловлен широкой распространённостью в технике структур, содержащих изогнутые клинья (лопатки турбин, сверла, лопасти винтов и т.д.).

В § 1.6 рассматриваются упругие волны в клиньях, одна или обе поверхности которых граничат с жидкостью или другим твердотельным клином.

§ 1.7 содержит информацию о достаточно новом и интересном типе клиньев, профиль которых меняется по степенному закону. В таком образце локальная скорость изгибной волны уменьшается до нуля по направлению к ребру клина, что должно приводить к отсутствию отражения упругих волн.

Вторая глава диссертации содержит девять параграфов и посвящена экспериментальным исследованиям, выполненным автором. В первом её параграфе рассматриваются разработанная автором в работе экспериментальная установка и используемые методики исследований линейных и нелинейных упругих волн в клине.

В § 2.2 приводится описание образцов прямых клиньев, а также представлены результаты исследований линейных упругих свойств КУВ в изотропном прямом клине.

§ 2.3 и § 2.4 содержат результаты экспериментальных исследований нелинейных свойств КУВ в прямом изотропном клине с дефектами и влияния на них одноосного растяжения.

§ 2.5 посвящен экспериментальному исследованию особенностей распространения упругих волн в цилиндрических клиньях, в том числе при наличии границы клиньев с жидкостью.

Результаты экспериментальных исследований упругих волн в спиральном клине изложены в § 2.6.

Особенности распространения упругих волн в клине из анизотропного материала – монокристалла ниобата лития – рассматриваются в § 2.7.

§ 2.8 посвящен экспериментальным исследованиям упругих изгибных волн Лэмба, распространяющихся перпендикулярно и параллельно ребру клина с параболическим профилем.

В § 2.2-2.8 второй главы приводится описание используемых образцов и методов их изготовления, проводится сравнение полученных экспериментальных результатов с результатами теоретических работ и моделирования из известных отечественных и зарубежных источников.

В Заключение приводятся основные результаты и выводы работы.

В конце диссертации приводятся списки цитированной литературы и публикаций автора.

Глава 1. Упругие волны в твердотельных клиньях

§1.1. Упругие волны в прямых изотропных клиньях

В твердотельном прямом клине клиновые упругие волны впервые были обнаружены на основании численных расчетов, проведенных независимо Лагассом и Марадудиным с сотрудниками в 1972 г. [1, 4]. Согласно расчетам [3–6] вдоль ребра твердотельных клиньев с углами раскрытия от 0° до 90° могут распространяться несколько антисимметричных (изгибных) локализованных мод (Рис. 1.1.1. и 1.1.2.) и одна симметричная мода КУВ (Рис. 1.1.3.).

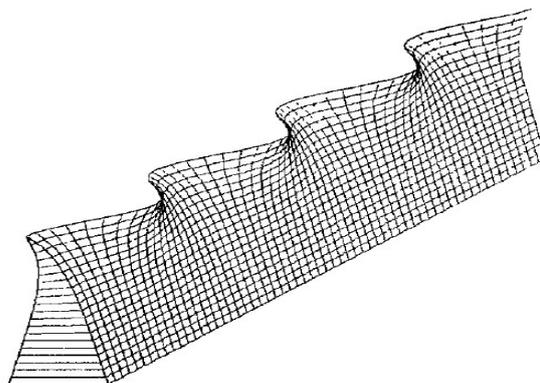


Рис. 1.1.1. Вид клиновой волны (основная антисимметричная мода). [2].

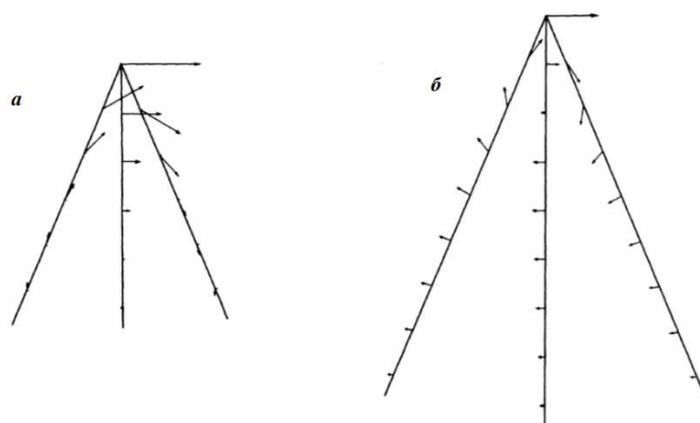


Рис. 1.1.2. Распределение колебательной скорости двух нижних антисимметричных симметричной моды клиновой волны для угла клина 45 градусов – первой а) и второй моды б) в плоскости сечения клина. [6].

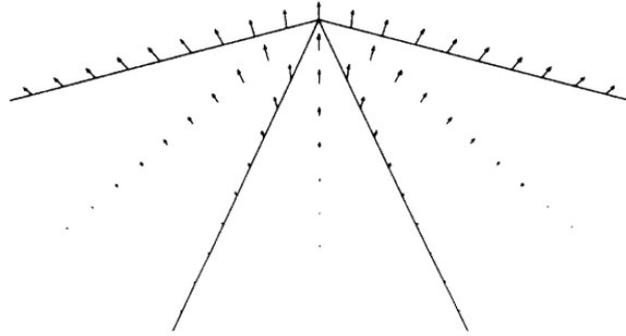


Рис. 1.1.3. Распределение колебательной скорости симметричной моды клиновой волны для угла клина 150 градусов в плоскости сечения клина. [6].

В дальнейшем в настоящем обзоре и экспериментальной работе будут рассматриваться только изгибные КУВ.

В самых первых работах основными методами исследования клиновых волн были численные методы. В работе [2] Лагассом была численно решена задача распространения упругих волн в клине: получены формы низших клиновых мод, рассчитаны их скорости. Результаты численного расчёта были подтверждены экспериментально. Было показано, что скорости этих мод существенно ниже скорости рэлеевской волны на плоской боковой поверхности клина. В силу того, что геометрия прямого идеального клина не содержит характерных линейных размеров, характеристики КУВ в таком образце (прямом идеальном клине) определяются только упругими свойствами твердого тела, из которого изготовлен клин и его углом раскрытия θ . Поэтому дисперсия клиновых упругих волн в такой структуре отсутствует [1-7]. В [2] была предложена эмпирическая формула для скоростей клиновых волн V_n :

$$V_n = V_R \sin(n\theta), n\theta < \pi/2, \quad (1.1)$$

где V_R – скорость волны Рэлея на боковой поверхности клина, n - номер антисимметричной клиновой моды, θ - угол раскрытия клина.

Смещение частиц в изгибной КУВ в основном происходит в направлении перпендикулярном плоскости, разделяющей пополам угол при

вершине клина (рис. 1.1.2а) [6]. Энергии этих мод сконцентрированы в окрестности ребра клина. Для основной моды клиновой антисимметричной волны Лагасом численно показано, что амплитуда колебаний уменьшается с расстоянием от ребра клина по экспоненциальному закону [1, 2].

Следовательно, амплитуду колебательной скорости в основной моде клиновой антисимметричной волны в зависимости от расстояния до ребра клина можно записать в общем случае в виде:

$$A = A_0 \exp\left(-B \frac{x}{\lambda}\right) \quad (1.2)$$

где A и A_0 – амплитуды колебательной скорости на расстоянии x от ребра клина и на самом ребре соответственно, x – расстояние от ребра клина, λ – длина волны КУВ, B – безразмерный коэффициент, характеризующий степень локализации КУВ у ребра клина. В приближении тонкого клина в работе [7] аналитически было получено, что параметр $B = 2\pi$.

В работе Марадудина, Уоллеса, Миллса и Балларда [4] с помощью численных методов рассматривается случай прямоугольного изотропного клина. Получено, что для такого клина скорость первой клиновой моды меньше скорости поверхностной волны, что согласуется с аналогичным заключением Лагасса и коллег [2].

В работе [6] Мосс, Марадудин и Каннингхэм показали, что существование антисимметричных мод клиновой волны возможно только при углах раскрыва $\theta < 100^\circ$. В клиньях с углами раскрыва $125^\circ < \theta < 180^\circ$ существует только одна симметричная мода, область локализации которой довольно велика по сравнению с локализацией антисимметричных мод клина, а скорость близка к скорости поверхностной волны, но не равна ей. Для промежуточной области углов $100^\circ < \theta < 125^\circ$ решение в виде клиновых волн отсутствует. Точные границы этого промежутка могут зависеть от упругих модулей материала. Вопрос о существовании мод клиновых волн в клиньях был детально исследован в работе [42] в 1974 году.

Проблема точного доказательства существования клиновых волн в твёрдых изотропных клиньях рассматривается в [43-48]. В [45] на основе

вариационного подхода приводится доказательство существования упругих волн в клиньях с малым углом. Ход доказательства основан на анализе собственных значений построенного самосопряжённого оператора. Некоторые собственные значения, находящиеся вне непрерывного спектра, соответствуют клиновым волнам.

Существование КУВ для небольшого диапазона углов клина превосходящих 90 градусов доказывается в работе [43]. Фактически, этот способ доказательства существования клиновых волн является усовершенствованием метода И. В. Камоцкого [45]. Также, в работе [44] авторами доказано существование КУВ в упругих клиньях с углом раскрытия около 180 градусов (Рис. 1.1.4) и для всех допустимых значений коэффициента Пуассона материала клина. В дальнейшем, также этот подход разрабатывал В. М. Бабич [46].

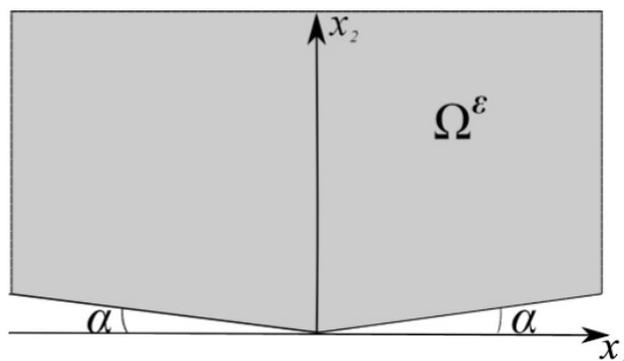


Рис. 1.1.4. Клин с углом Ω^ϵ при вершине, близким к 180 градусам. [44]

В работе [48] теоретическими и численными методами проведены исследования топографических волноводов, в том числе с треугольным сечением (что соответствует клину на подложке в виде бесконечного полупространства) и трапецидальным сечением (что соответствует клину с усечением, находящемуся на бесконечном полупространстве). В работах [49-51] авторы используют метод Гамильтона-Остроградского для исследования клинообразных волноводов. Предложенный метод авторы используют для анализа зависимости скорости от параметров поперечного сечения волновода.

Различные аналитические подходы к описанию распространения клиновых волн предложили Маккенна [7], В.Г. Можаяев [52], В.В. Крылов [53, 54]. Маккенна предложил использовать теорию тонких пластин для нахождения аналитического решения, что позволило получить точное распределение акустического поля для различных мод. Данный подход ограничивался приближением острого клина. Также в работе [7] показано, что наличие усечения клина приводит к появлению дисперсии. Отмечено, что невозможность создания клина с идеальной вершиной (без закруглений или усечений) приводит к появлению дисперсии упругих волн в клине на высоких частотах порядка десятков мегагерц.

В.Г. Можаяевым в работе [52] было предложено использовать лучевую теорию для усовершенствования аналитического решения задачи о распространении клиновых волн в клине с малым углом. В результате было получено аналитическое выражение для скорости клиновых волн:

$$V = V_{\infty} \left[1 + \frac{V_{\infty}^2}{V_R^2} + \frac{V_{\infty}^2 2\sqrt{3}}{(\omega h_0 V_p)} \right]^{-1/2},$$

где $V_{\infty} = 2 \tan \frac{\theta}{2} (n + 1) V_p / \sqrt{3}$, а индекс n соответствует номеру нормальной волны клина, при этом $n = 0, 1, 2 \dots$, $h_0 = \infty$ соответствует клину, образованному пересечением двух плоских поверхностей, а $h_0 \neq \infty$ - клину, переходящему вдали от ребра в плоскопараллельную пластину с толщиной h_0 . В работе также дается сравнение с результатами предшествующих работ.

В работе [53] Крыловым В.В. и Можаяевым В.Г. была построена приближенная теория отражения и прохождения волн Рэлея в упругом клине, основанная на представлении клина в виде системы из двух связанных волноводов поверхностных волн. В работе [54] определены условия, при выполнении которых изгибные и продольные волны в остроугольном твердотельном клине могут быть описаны в рамках геометро-акустического приближения.

Эти результаты использованы в работе [55] для построения лучевой теории волноводных мод твёрдого клина – клиновых волн. Получены

простые аналитические выражения для амплитуд смещений и фазовых скоростей антисимметричных мод клина при малых углах ($\theta \approx 2 \tan \frac{\theta}{2}$):

$$c = \frac{c_p n \theta}{\sqrt{3}}$$

где c_p – скорость продольной волны в материале клина. Автор показал, что при коэффициенте Пуассона близком к 0,33, эта формула приобретает вид (1.1). В работе также проанализировано влияние усечения клина и кривизны клина на скорость распространения КУВ. Показано, что в указанных случаях наблюдается дисперсия КУВ. Используемый в работе подход позволяет также проводить расчёты для клиньев из анизотропного материала.

Кроме теории тонких пластин и геометро-акустического подхода для описания клиновых волн в клиньях с малым углом раскрыва использовалась теория возмущений [56]. Результаты применения данной теории также согласуются с результатами упомянутых выше работ [7, 53-55].

В работах [52, 57] В.Г. Можаяевым на основе геометро-акустического подхода для описания клиновых волн для малых углов раскрыва клина была получена формула для локализации низшей моды клиновых волн твердотельного клина:

$$A(x) = A(0) * \exp(-(k^2 - k_R^2)^{1/2} x) \quad (1.3)$$

где $A(x)$ и $A(0)$ – амплитуды колебательной скорости клиновой волны на биссектрисе угла клина и на ребре клина соответственно, k и k_R – волновые числа КУВ и волны Релея соответственно, x – расстояние от ребра клина вдоль биссектрисы угла клина.

П. Д. Пупырев в работе [58, 59] распространяет метод функций Лагерра (он же метод ортогональных функций), который впервые использовался для исследований клиновых волн в работах [4, 6], на случай произвольного угла клина и произвольного типа симметрии. Автор показывает возможность использования метода для анализа не только линейных свойств клиновых

волн, но и нелинейных явлений, в том числе, для случая наличия анизотропии материала клина.

С момента открытия КУВ исследователями также было выполнено и выполняется большое количество экспериментальных работ. Значительный вклад в исследование КУВ сделан сотрудниками кафедры акустики физического факультета МГУ Солодовым И.Ю., Крыловым В.В., Можаяевым В.Г. и Шаниным А.В.

Экспериментальные исследования локализации клиновых мод высоких порядков и скоростей их распространения были проведены в работе [8]. Было подтверждено, что основная часть волновой энергии сосредоточена вблизи ребра клина на расстоянии (1-2 длин волн). Измеренные скорости клиновых волн в 15-градусном клине точнее соответствуют значениям, рассчитанным по эмпирической формуле, предложенной Лагассом, для случая низшей моды остроугольного клина. Для высших мод экспериментальные значения скоростей клиновых волн оказываются значительно ниже. Для прямого угла клина в соответствии с формулой (1.1) значение скорости КУВ должно быть в точности равно скорости волны Релея в данном материале. Однако экспериментально измеренная скорость антисимметричной моды в клине с $\theta = 90^0$ оказалась меньше эмпирического значения (1.1), что согласуется с результатами более точных расчетов Лагасса и Марадудина для прямоугольного клина [4].

Экспериментальному исследованию линейных свойств КУВ при распространении в прямых клиньях из изотропного материала посвящен § 2.2 второй части настоящей диссертации. Исследуются локализация и дисперсия КУВ в прямых металлических клиньях. Работа предваряет экспериментальное исследование нелинейных свойств КУВ в клиньях с дефектами, а также распространение КУВ в клиньях с измененной геометрией.

§1.2. Упругие волны в клиньях с усечением и геометрическими дефектами

В силу невозможности создания идеального клина возникает необходимость теоретических и экспериментальных исследований клиньев с изменённой геометрией и геометрическими дефектами.

В частности, эффект влияния усечения на скорости КУВ был исследован теоретически в упомянутой выше работе [55]. В приближении острого клина ($\theta \approx 2 \tan \frac{\theta}{2}$) было продемонстрировано, что при наличии усечения наблюдается рост скорости распространения антисимметричных мод КУВ.

Экспериментальные исследования были проведены в таких работах как [26, 32]. Недавняя работа [26], сочетающая эксперимент и компьютерное моделирование, также посвящена исследованию дисперсионных характеристик усечённого клина, которые могут быть использованы в дефектоскопии, как признаки наличия не идеальности ребра клина. В работе исследовался как тонкий клин с углом раскрытия 20 градусов, так и клин с углом 60 градусов при вершине. Показано, что по мере увеличения усечения угол дисперсионной кривой становится больше. Это объясняется тем, что при большом усечении, вершину клина можно рассматривать как тонкую пластину переменной толщины, и клиновые волны в ней все больше приближаются по своим характеристикам к волнам Лэмба. В работе использована методика лазерного возбуждения и приёма импульсов клиновых волн.

В статье [32] приводятся исследования зависимости скорости распространения КУВ от усечения острого клина из алюминия с углом 27 градусов. Изначально, усечение его вершины составляло 3 мкм. В ходе эксперимента производилось постепенное увеличение усечения образца клина, и выполнялись измерения его дисперсионных свойств. В результате исследований было обнаружено, что антисимметричные клиновые волны в

образце клина с наличием усечения испытывают дисперсию, и наклон дисперсионной кривой увеличивается при увеличении усечения.

Как уже упоминалось во введении, большое значение для вопросов неразрушающего контроля имеют также работы, посвященные влиянию дефектов на распространение КУВ. Значительное количество работ, посвященных рассеянию КУВ на выемках в клине, проводилось сотрудниками кафедры акустики, например [13, 27, 60].

Так в работе [27] было экспериментально исследовано рассеяние клиновой волны на выемке и на торце клина. Исследована угловая зависимость рассеяния КУВ в волны Релея на боковой и торцевой гранях прямоугольного клина (Рис. 1.2.1). Клиновидная волна рассеивается во все направления, коэффициенты отражения и прохождения имеют немонотонную зависимость от параметра h/λ , где h – глубина выемки, λ – длина клиновой волны.

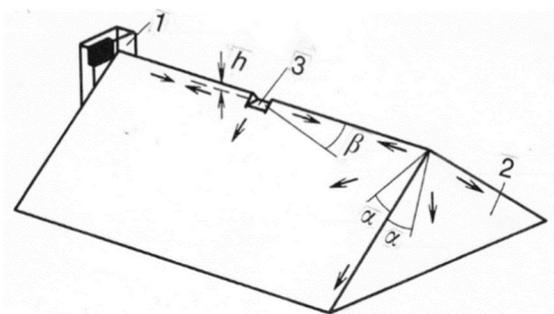


Рис. 1.2.1. Клин с торцом и выемкой. [27, 61]. 1 – излучатель клиновых волн, 2 – клин, 3 – выемка.

В работе [13] в первом приближении теории возмущений построена теория рассеяния антисимметричных мод клиновых волн на малых дефектах и проанализировано рассеяние клиновой акустической волны на неглубокой выемке (Рис. 1.2.2).

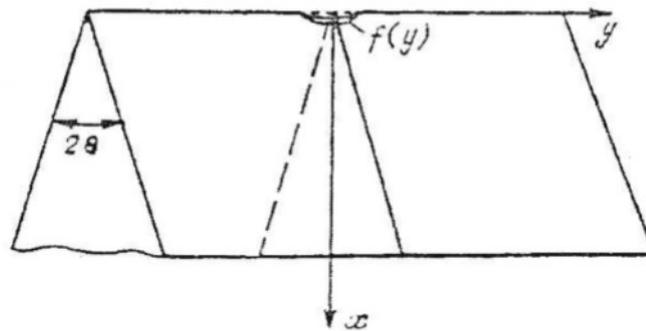


Рис. 1.2.2. Клин с выемкой. [13]

Показано, что рассеяние одной антисимметричной моды на выемке приводит к генерации других антисимметричных клиновых мод. Получены аналитические выражения для амплитуд рассеянных волн. Рассеяние происходит как в прямом, так и в обратном направлении и пропорционально квадрату глубины выемки, или, что то же самое – площади поперечного сечения выемки.

В работе [60] решаются задачи возбуждения клиновой волны силами, приложенными к граням тупоугольного клина (с углом раскрыва близким к 180°), а также рассеяния на дефекте ребра (выемке).

В 2017 году выполнена экспериментальная работа по исследованию влияния дефекта на ребре клина с углом раскрыва 40° на особенности распространения в нём клиновых волн [28]. В дополнение к эксперименту проведено компьютерное моделирование методом конечных элементов. Исследовано влияние прямоугольного дефекта и дефекта с модифицированной геометрией на распространение КУВ (Рис. 1.2.3).

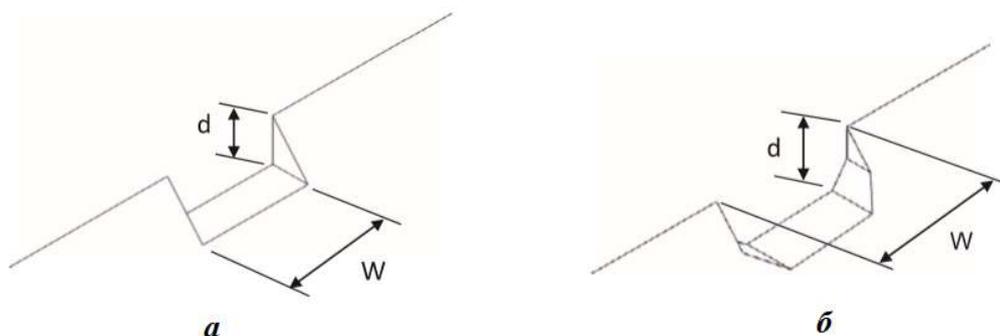


Рис. 1.2.3. Клин с дефектом-выемкой – прямоугольным а) и модифицированным б). [28].

Было исследовано влияние глубины дефекта на коэффициенты отражения (R) и прохождения (T) всех антисимметричных мод клиновых волн. По мере увеличения глубины дефекта коэффициент прохождения уменьшался, а коэффициент отражения – возрастал. Как для основной моды, так и для второй моды клиновых волн было обнаружено преобразование мод при попадании импульса КУВ на дефект. Вклад моды, отличающейся от исходной, присутствовал как в прошедшей, так и в отражённой волнах для обеих мод. Также значительная часть энергии рассеивалась в виде волн Рэлея в момент, когда клиновая волна попадала на дефект. Модифицированный дефект (Рис. 1.2.3 б.) был исследован только численными методами. Для модифицированного дефекта все значения коэффициента отражения R меньше по сравнению со значениями для прямоугольного дефекта того же размера, в то время как все значения коэффициента прохождения T – больше.

§1.3. Нелинейные явления, возникающие при распространении упругих волн в изотропных клиньях

Одним из следствий дефектности клина могут являться не только рассеяние КУВ, изменение модового состава и другие линейные эффекты, но и нелинейные явления, возникающие при распространении КУВ. Исследователи указывают на перспективность использования клиновых волн в неразрушающем контроле конструкций, содержащих части в форме клина [61, 62].

В изотропном твёрдом теле, обладающем высокой симметрией, при распространении изгибной клиновой волны, не должна генерироваться вторая гармоника клиновой волны за счёт классической нелинейности, связанной с ангармонизмом кристаллической решетки в материале клина [63-66].

Теоретические рассмотрения нелинейных эффектов в клиновых акустических волнах проведены, например, в работах [63, 67]. Рассмотрение

ограничивается случаем антисимметричных клиновых волн, распространяющихся в остроугольном изотропном клине. В [63] получено нелинейное волновое уравнение, решение которого было выполнено на основе геометро-акустического подхода. Было показано, что низший порядок нелинейности в этом уравнении – кубический. В этой же работе были получены коэффициенты эффективности генерации третьей гармоники клиновых волн, а также нелинейного взаимодействия клиновых волн разных частот.

Другая картина наблюдается в структурах, содержащих дефекты (дислокации, микротрещины, нарушения сплошности, остаточные механические напряжения). В таких твердых телах наряду с нелинейностью сил межмолекулярного взаимодействия (классическая нелинейность) проявляется структурная (неклассическая) упругая нелинейность [12, 66, 68] приводящая к нелинейной связи между механическим напряжением и деформацией. Эта нелинейность может значительно превышать классическую нелинейность, связанную с ангармонизмом кристаллической решётки [68-70]. Возможные механизмы структурной нелинейности подробно рассмотрены в [69]. Неклассическая нелинейность приводит к новым нелинейным упругим явлениям в изотропных твердых телах с дефектами: генерации второй сдвиговой и изгибной упругих гармоник, эффектам быстрой и медленной динамики [65, 71-76].

Теоретических и экспериментальных работ, посвященных исследованию нелинейных КУВ в изотропных твердых клиньях с неклассической нелинейностью, связанной с наличием дефектов, выполнено недостаточно. Необходимо отметить теоретическую работу [62]. В ней предлагается метод исследования распространения поверхностных и клиновых упругих волн в средах с однородным распределением упорядоченно ориентированных микротрещин. Авторы отмечают, что появление микротрещин приводит к исчезновению симметрии задачи, такая среда становится анизотропной. Анизотропия среды приводит к появлению

нелинейности, в частности, высших, в том числе и четных, гармоник при распространении в ней акустических волн. При этом во второй гармонике основной вклад оказывается линейным по амплитуде основной частоты, как это было предсказано и для объёмных волн, например в [77]. Авторы вычисляют коэффициент роста второй гармоники с пройденным расстоянием для клина из стали для диапазона углов от 55 до 90 градусов. Этот коэффициент уменьшается по модулю с ростом угла при вершине клина. Отмечается также, что гармоники выше второй будут плохо наблюдаться в металлических образцах клина в силу их затухания в дефектной среде. Данный подход может использоваться для расчётов нелинейности КУВ для различных мод, материалов и углов клина, а также различной концентрации и ориентации микротрещин.

§1.4. Особенности распространения упругих волн в клиньях из анизотропных материалов

Самые первые экспериментальные исследования нелинейных эффектов, возникающих при распространении клиновых волн, были выполнены в анизотропных клиньях в работах [2, 78]. Вообще, исследователи отмечают уникальные особенности КУВ, которые должны весьма способствовать их нелинейным свойствам [2, 79]. Например, Лагасс указывает на то, что при нелинейном взаимодействии большую роль играют энергетические и фазовые соотношения взаимодействующих волн [2]. В отличие от объёмных и поверхностных волн, где может существовать континуум значений волнового вектора \vec{k} для свободно дифрагирующего пучка, в случае клиновых волн, в силу того, что они распространяются в одномерном волноводе, клиновой волне при фиксированной частоте и фиксированном номере моды соответствует единственный волновой вектор \vec{k} [2]. Кроме того, как уже было сказано, в силу отсутствия в идеальном клине дисперсии, при взаимодействии клиновых волн, в отличие от волн в

волноводах других типов, идеально выполняется условие фазового синхронизма [79]. Низкая скорость распространения и высокая локализация у ребра клина дают высокую амплитуду смещений КУВ при небольшой общей энергии волны [78]. Всё это делает клиновые волны весьма перспективными для осуществления нелинейных процессов при обработке сигналов [80, 81].

Как отмечалось выше, наличие в изотропных твердотельных клиньях дефектов приводит к появлению структурной нелинейности, и как следствие, к генерации второй клиновой гармоники. Также генерация второй гармоники КУВ возможна в клиньях из анизотропных материалов.

Так в работе [2], посвящённой обзору результатов исследований топографических волноводов, также исследован вопрос о возможности генерации клиновых волн в пьезоэлектрическом клине с помощью нанесённых на его поверхность электродов. Для этого вычислены и измерены изменения скорости клиновых волн для образца клина из пьезокерамики PZT-4 с апертурой 26 градусов при металлизации его поверхности. Также выполнен расчёт электрических полей, вызванных пьезоэлектрическим эффектом при распространении клиновых волн в этом клине.

Также приводятся результаты по осуществлению нелинейного взаимодействия клиновых волн в образце клина из керамики PZT-4, который фактически представлял собой конвольвер на клиновых волнах Рис. 1.4.1.

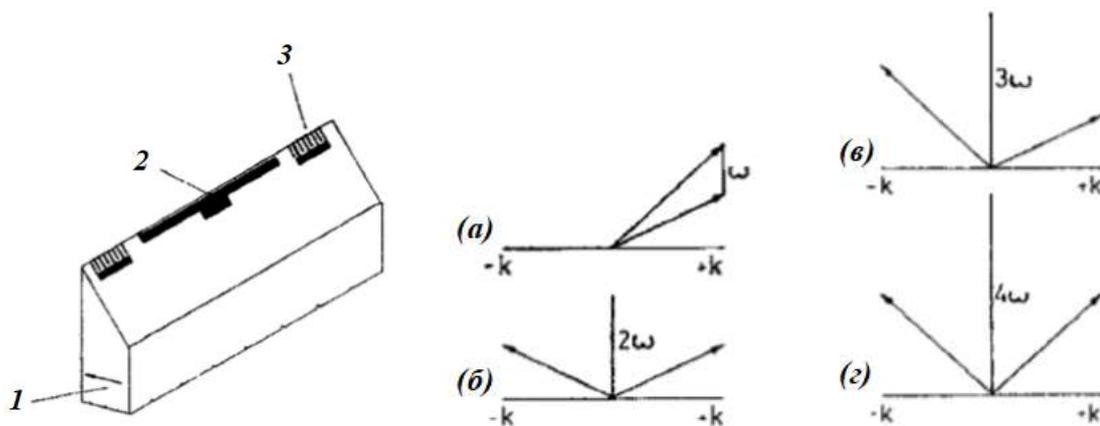


Рис. 1.4.1. Клин из PZT-4 с ВШП (3) и электродом (2). Поляризация (1) показана стрелкой [2]. 4 типа нелинейного взаимодействия, исследованные в работе [2].

В используемом образце клина могли возбуждаться первая и вторая моды клиновых волн и обе из них использовались при нелинейном

взаимодействии, причём в эксперименте возбуждаемые моды имели одинаковое значение длины волны. Так как результат нелинейного взаимодействия двух волн излучаемых с помощью ВШП с двух концов клина принимался с помощью центрального электрода, исследования были ограничены теми случаями, когда результат взаимодействия приводил к появлению сигнала с нулевым вектором \vec{k} . В работе наблюдались все 4 типа взаимодействия диаграммы, для которых представлены на рисунке 1.4.1. Самыми эффективными оказались взаимодействия волн одной и той же моды.

В работе [9] в кольцевом резонаторе при возбуждении клиновой волны на частоте 1 МГц получена вторая гармоника на частоте 2 МГц и свёртка сигналов, которые излучались одним преобразователем и распространялись в противоположных направлениях по разным сторонам кольца и провзаимодействовали в точке, диаметрально противоположной источнику, где был помещён приёмный преобразователь. Авторы объясняют возникновение второй гармоники нелинейностью материала (PZT и алюминия).

В работе [78] выполнено экспериментальное исследование нелинейности клиновых волн в 90-градусном клине из ниобата лития, полученного путём раскалывания монокристалла. Исследовались явления генерации второй и третьей высших гармоник и нелинейного взаимодействия клиновых волн. Как уже отмечалось ранее, генерация второй гармоники клиновых волн в идеальном изотропном клине невозможна. Однако, авторы в работе [78] получили ненулевые значения второй гармоники КУВ и наблюдали нелинейное взаимодействие, что объясняется неидеальностью образца, появившейся при его изготовлении. При этом генерация третьей гармоники не запрещена, и её генерация происходит эффективно.

В работе [82] на основе приближения геометрической акустики проводится исследование влияния анизотропии материала на скорости распространения клиновых волн в остроугольном клине. Получены формулы

для определения фазовой скорости клиновых волн различных мод для произвольного анизотропного тонкого клина. Обнаружено, что зависимость скорости КУВ от угла клина и от номера моды клиновой волны остаётся прежней, но появляется зависимость от упругих коэффициентов материала клина. Для тетрагонального кристалла и моноклинного кристалла в случае слабой анизотропии формулы для скоростей КУВ получены в явном виде.

В работе [83] с помощью численных методов на примере прямоугольного клина из монокристалла кремния при известных упругих модулях второго и третьего порядка было показано, что анизотропия существенно влияет как на само существование клиновых волн в прямоугольном клине, так и на их нелинейные свойства, особенно по сравнению с влиянием анизотропии на свойства поверхностных волн. Согласно их расчётам, существуют определённые ориентации кристалла, при которых клиновая волна может отсутствовать в принципе, либо она будет присутствовать, но нелинейность второго порядка будет исчезающе мала. В остальных случаях, при распространении клиновых волн, нелинейность второго порядка будет присутствовать. Кроме того, найдено солитонное решение (форма импульса, не изменяющегося при его распространении) для импульса клиновых волн в прямоугольном анизотропном клине для случая слабой линейной дисперсии.

Методика определения возможности существования клиновых волн в анизотропном прямоугольном клине приводится авторами в работе [47], которая является развитием исследований И.В. Камоцкого, Г.Л. Заворохина и А. И. Назарова [43, 45].

Теоретическое исследование нелинейности второго порядка для анизотропного клина проведено в работах [84-86]. Для различных углов клина и ориентаций монокристалла кремния методом функций Лагерра выполнен точный расчёт нелинейности второго порядка с помощью нелинейного волнового уравнения клиновых волн для случая слабой нелинейности. Также произведён учёт слабой дисперсии, наличие которой

может быть вызвано, например, нанесением покрытия на поверхность клина. Эти результаты положили основание для моделирования нелинейного распространения клиновых волн – изменения формы волны или импульса для произвольного угла и ориентации клина.

Также любопытно, что наличие в клине анизотропии упругих свойств может привести к возникновению волны утечки. Этому является подтверждением экспериментальные работы [87, 88]. В данных работах используется уникальный способ возбуждения, который сочетает как известный метод лазерного возбуждения ультразвука, так и специальный жидкостный клин с настраиваемым углом для избирательной генерации упругих волн. С помощью данного метода возбуждения в образце прямоугольного клина из кремния были исследованы как фундаментальная мода клиновой волны, так и псевдо-клиновая волна или вытекающая клиновая волна, энергия которой излучалась в поверхностную волну на одну из поверхностей, образующих клин. Фронт поверхностной волны распространялся в направлении под углом 29° к ребру клина. К этой задаче также были выполнены расчёты методом функций Лагерра.

В [79] наблюдалось нелинейное распространение клиновых волн в твердотельном прямоугольном анизотропном клине из монокристалла кремния. С помощью методики лазерного возбуждения и регистрации сигнала экспериментально исследовались акустические импульсы в клине, у которых при распространении наблюдался ряд квадратичных нелинейных эффектов: увеличение крутизны фронта, сужение импульса и образование ударного профиля. Формирование ударных волн в [79] описывается нелинейным эволюционным уравнением, которое позволяет предсказать характерные черты 1D ударных волн, отличающие их от аналогичных объемных и поверхностных волн.

Необходимо отметить, что при наличии достаточно большого количества теоретических работ и моделирования распространения упругих волн в анизотропных клиньях, экспериментальных работ, демонстрирующих

нелинейные эффекты распространения КУВ в анизотропных клиньях, немного. В частности, отсутствуют экспериментальные исследования функциональной зависимости 2й гармоники от амплитуды волны на основной частоте для клиновых волн в изотропных и анизотропных клиньях. Не исследованы нелинейные эффекты быстрой динамики и нелинейного поглощения для клиновых волн в изотропных и анизотропных клиньях.

Поэтому одной из целей настоящей работы также являются экспериментальные исследования влияния анизотропии в материале клина на нелинейные упругие свойства клиновых акустических волн в твердотельном клине.

§1.5. Упругие волны в клиньях с различной геометрией

Большинство клиновидных структур, которые нуждаются в неразрушающем контроле (ребра лопасти, крыло, кромки режущих инструментов (сверла, буры и др.)), тем не менее, не являются прямыми идеальными клиньями. Поэтому исследователи уделяют внимание также и клиньям с измененной геометрией [20-25, 29–31].

Следующей после прямого клина “по простоте геометрии” является структура, ограниченная конической поверхностью с одной стороны и цилиндрической с другой. В такой структуре образуется клин, ребром которого является окружность с радиусом R (рис. 1.5.1). Так как в таком клине появился размерный параметр R , величина которого может быть сравнима с длиной волны λ , то упругие волны в цилиндрическом клине обладают дисперсией. В последние годы увеличился интерес к исследованию клиновых волн в образцах такой геометрии. Проведён ряд теоретических, численных и экспериментальных исследований в этой области [20-25].

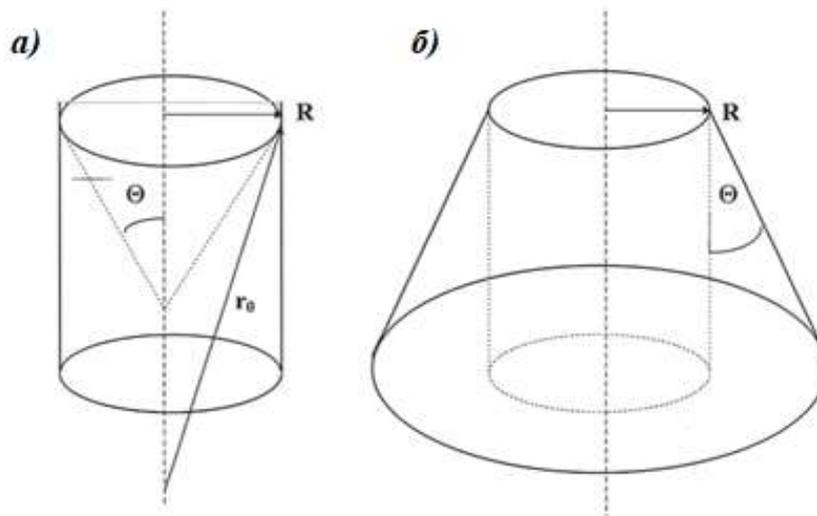


Рис. 1.5.1. Цилиндрические клинья двух типов кривизны – так называемый положительный – а) и отрицательный – б) – клинья [20].

В работе [20] автор применил лучевой подход к задаче аналитического определения скоростей мод искривлённого клина двух типов симметрии – дискообразного и цилиндрического (Рис. 1.5.2), частным случаем которого и являются цилиндрические клинья с положительной и отрицательной кривизной.

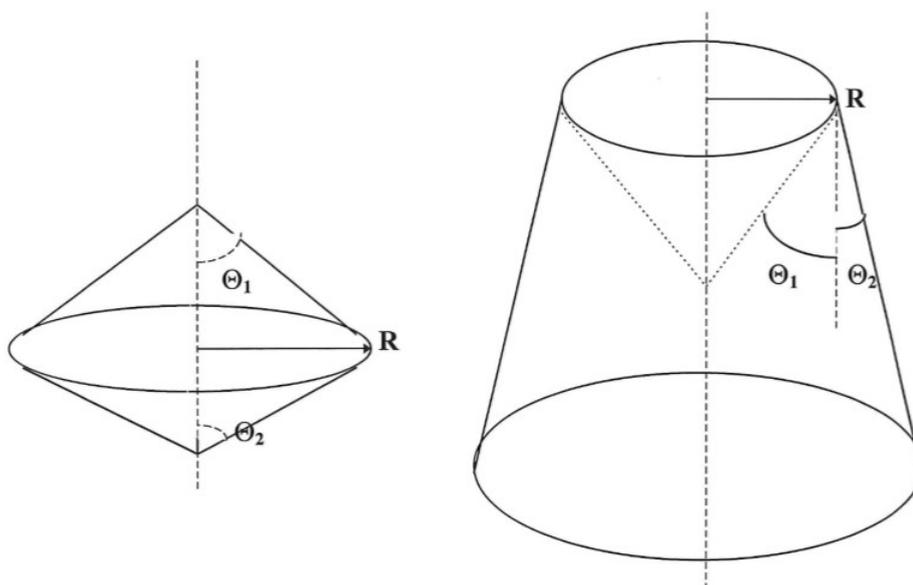


Рис. 1.5.2. Общий вид дискообразного и цилиндрического клиньев [20].

Проведенные в [20-21] расчеты для скоростей волн $V_{цил}$ показали частотно-зависимое поведение скоростей в клине как функции волнового числа. С увеличением частоты клиновой волны ее скорость увеличивается:

$$V_{\text{цвл}} = V(1) \left[1 \pm \frac{3}{2} \frac{1}{\beta_0 r_0} \right] \quad (1.4)$$

где $V(1)$, $\beta_0 = \omega/V(1)$ – скорость и волновой вектор первой моды в прямолинейном клине, $r_0 = R/\sin(\theta/2)$ – радиус кривизны клина (биссектриса угла клина, пересекающая его ось симметрии (Рис. 1.5.1)), θ – угол клина, R – радиус ограничивающего цилиндра.

Знак в формуле (1.4) определяется типом геометрии клина – для клина с положительной кривизной в формуле для скоростей должен стоять знак «+», а в клине с отрицательной кривизной – «-».

Проведены исследования по учёту влияния усечения и искривления клина на дисперсию в нём. Были численно и экспериментально исследованы дисперсионные свойства дискообразных клиньев [21] и цилиндрических клиньев, с так называемой положительной кривизной [22-25].

Одним из результатов этих исследований стало создание клиньев с особым сочетанием усечения и кривизны, при котором отсутствовала дисперсия первой клиновой моды в широком интервале частот [21-22]. Например, в случае дискообразного клина (Рис. 1.5.3), наклон дисперсионной кривой, обусловленный кривизной, имеет отрицательную производную, и комбинация усечения в 3 мкм для клина с углом 30 градусов и диаметром 40 мм обеспечивает отсутствие дисперсии в широком диапазоне частот для основной антисимметричной моды КУВ [21].

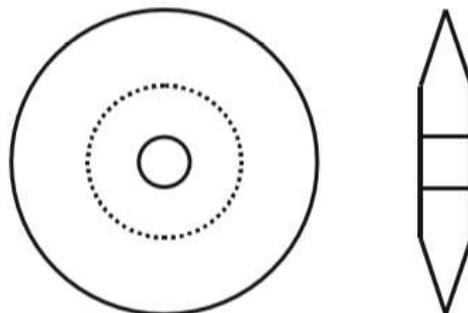


Рис. 1.5.3. Дискообразный клин из работы [21].

Также интересны исследования, в которых КУВ в цилиндрических клиньях использовались для создания механической движущей силы. В

частности, в работах [15-18] исследован и представлен ультразвуковой мотор на клиновых волнах.

Представляют интерес особенности распространения клиновых волн в так называемых, билинейных клиньях [30-31], то есть клиньях, которые определяются двумя углами θ_1 и θ_2 лежащими в поперечном сечении билинейного клина (Рис. 1.5.4). Такие структуры встречаются в геометрии образцов режущих инструментов, например, свёрл, резцов, фрез и т.д.

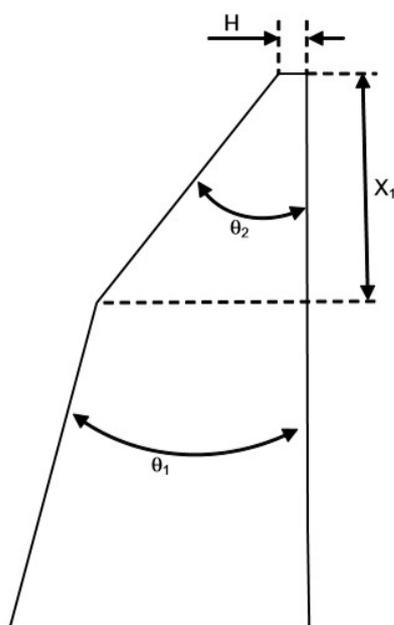


Рис. 1.5.4. Клин с билинейным профилем [31].

В результате экспериментальных исследований и компьютерного моделирования методом конечных элементов обнаружено, что скорости мод КУВ в таком образце заключены между скоростями мод соответствующих обыкновенным прямым клиньям с углами раскрыва, равными углам θ_1 и θ_2 , которыми определяется билинейный профиль. Таким образом, на низких частотах скорость в таком клине равна скорости в клине с углом θ_1 , а при повышении частоты, скорость приближается к скорости в клине с углом раскрыва, равным θ_2 .

Также показано, что увеличение высоты верхней части профиля клина X_1 приводит к увеличению наклона дисперсионной кривой и к уменьшению

частоты, выше которой находится высокочастотная область, в которой КУВ уже не испытывают дисперсии и их скорость является константой [31].

Особый интерес вызывают особенности распространения КУВ в так называемых спиральных клиньях (например, сверло или винтовая резьба). В статье [9] впервые исследуются дискообразный клин и винтовой клин (Рис. 1.5.5). Спиральный клин рассматривался как перспективная идея для создания линии задержки с большими временами задержки при сохранении достаточной компактности устройства.

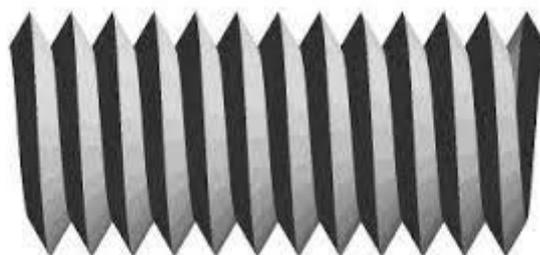


Рис. 1.5.5. Резьба как пример спирального клина.

Для исследованных образцов были определены задержки сигналов для двух возможных мод КУВ. Они составили 1.5 мс для основной моды для обоих образцов и 1.1 и 1.2 мс для второй моды для двух образцов.

В статье [29] объектами экспериментальных исследований стали образцы свёрл. Образцы такой формы вблизи кромки можно рассматривать как спиральный клин. Ребро такого клина имеет форму винтовой линии (Рис. 1.5.6).

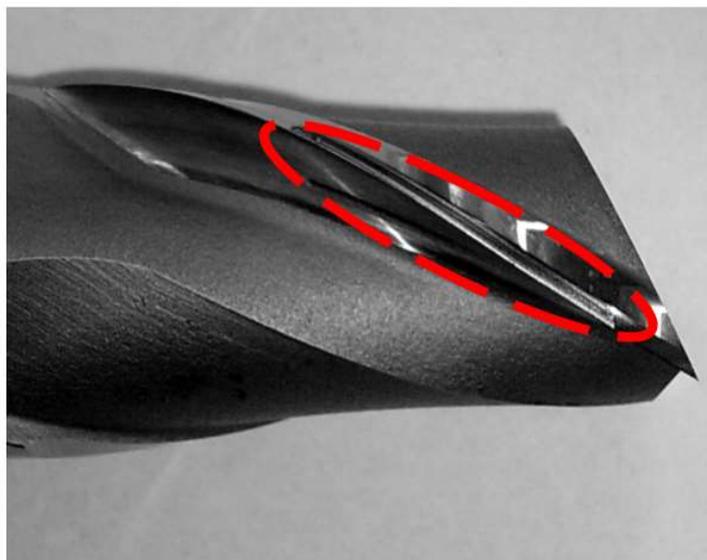


Рис. 1.5.6. Сверло как пример спирального клина. Красным цветом показана кромка клина [29].

В ходе эксперимента с помощью лазерного ультразвукового метода исследовано изменение дисперсионных свойств клиньев в зависимости от их износа. Образцы спирального клина (сверла) до начала эксплуатации обнаруживают наличие дисперсии с отрицательным наклоном дисперсионной кривой. Наблюдалось стабильное увеличение наклона дисперсионной кривой по мере увеличения времени работы инструмента, что свидетельствует о возможности контроля износа режущего инструмента таким методом.

§1.6. Упругие волны в прямом клине, граничащем с жидкостью, и в сложных твердотельных структурах

Представляет интерес влияние различных граничных условий на поверхностях клина на распространение клиновых волн в нем [32-36]. В работе [33] В.В. Крылов применил приближенную геометро-акустическую теорию для анализа распространения клиновых волн в острых клиньях, погружённых в жидкость. Скорость КУВ для клиньев, погружённых в жидкость, оказывается меньше, чем, для клиньев в вакууме. Результаты расчётов для острых клиньев из плексигласа согласуются с результатами

проведённых экспериментов [32, 33]. В работе [34] были представлены результаты исследования КУВ в клиньях из различных материалов, погружённых в воду для случая больших углов – от 20 до 90 градусов. Были определены скорости основной моды КУВ для клиньев из плексигласа и латуни. В плексигласе скорости клиновых волн заметно уменьшались при погружении образца в жидкость, что соответствовало предсказаниям работы. Численное моделирование в работе [36] для клиньев из плексигласа с углами от 20 до 90 градусов дало хорошее согласие с экспериментом [34].

В работе [35] автор указывает на то, что в клиньях из латуни, несмотря на возможность как дозвукового (скорость КУВ меньше скорости звука в жидкости), так и сверхзвукового распространения КУВ, численно был исследован только дозвуковой режим. Поэтому автором предпринята попытка создать более общую теорию для клиньев из материалов большей плотности, а также для описания сверхзвукового режима волнового распространения. Результаты расчёта скорости для клиньев из латуни, погружённых в жидкость, находятся в хорошем согласии с результатами эксперимента.

В работе [37] проводится аналитическое исследование распространения упругих волн в тонком клине, помещённом в жидкость или газ. Получено, что в том случае, когда скорость клиновых волн превышает скорость акустических волн в жидкости, должно наблюдаться ослабление клиновых волн. В противном случае – должно наблюдаться уменьшение скорости мод клиновых волн. волн

В 1994 году в статье [33] В.В. Крыловым впервые предложена идея использования КУВ для создания устройства, способного передвигаться в воде под действием движущей силы, порождаемой колебаниями в клине. Давно возникали идеи создания таких устройств, которые бы имитировали движение рыб в воде. Клиновые антисимметричные волны создают движущую силу при распространении вдоль ребра клина, подобно тому, как создают её плавники рыб, морских млекопитающих и скатов при их

перемещении в воде. На рисунке 1.6.1. представлена возможная реализация такого принципа для создания миниатюрной подводной лодки.

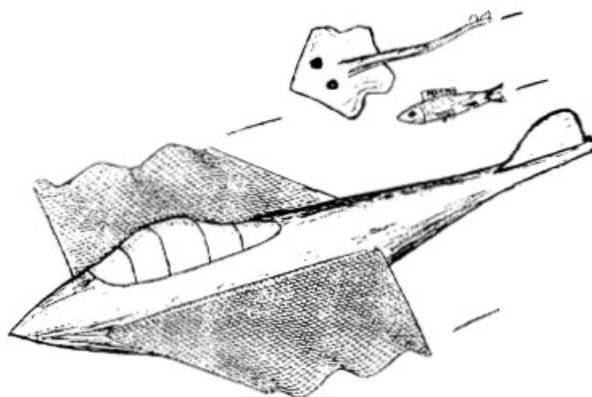


Рис. 1.6.1. Идея миниатюрного подводного судна на клиновых волнах [33].

По расчётам Лайтхилла [89], оптимальной скоростью изгибных волн для волнового перемещения в жидкости является значение скорости равное $5/4$ от желаемой скорости плавания. Такое соотношение делает процесс наиболее эффективным.

Первые экспериментальные результаты воплощения этой идеи представлены в статье [90]. Сконструировано и собрано небольшое судно с прикреплёнными к нему плавниками в виде клиньев. Упругие волны в клиновидных плавниках создают движущую силу, за счёт которой передвигается судно, в основе появления которой лежит нелинейный механизм. Что примечательно, по причине локализации колебаний на самих плавниках, остальная часть судна остаётся неподвижной и не испытывает колебаний, в противоположность тому, как, например, тело рыбы колеблется по всей длине при работе хвостового и других плавников. Кроме того, преимуществами данного устройства является то, что оно не создаёт шума и безопасно для окружающей среды. Результатом работы стал небольшой катамаран, который мог развивать скорость до 36 см/с, что подтверждает реалистичность идеи передвижения в жидкости с помощью клиновых волн и открывает новые перспективы для её применения (Рис. 1.6.2.). Мощность реактивной струи, создаваемой плавниками пропорциональна как амплитуде колебаний, так и их частоте, однако увеличение мощности потока не всегда

соответствует увеличению эффективности. Поэтому необходимо нахождение частоты, соответствующей наибольшей эффективности. Максимальная эффективность, полученная в работе [91], достигает 51 %. Роль нелинейности в генерации движущего потока подробнее раскрывается в работах [92] и [93].

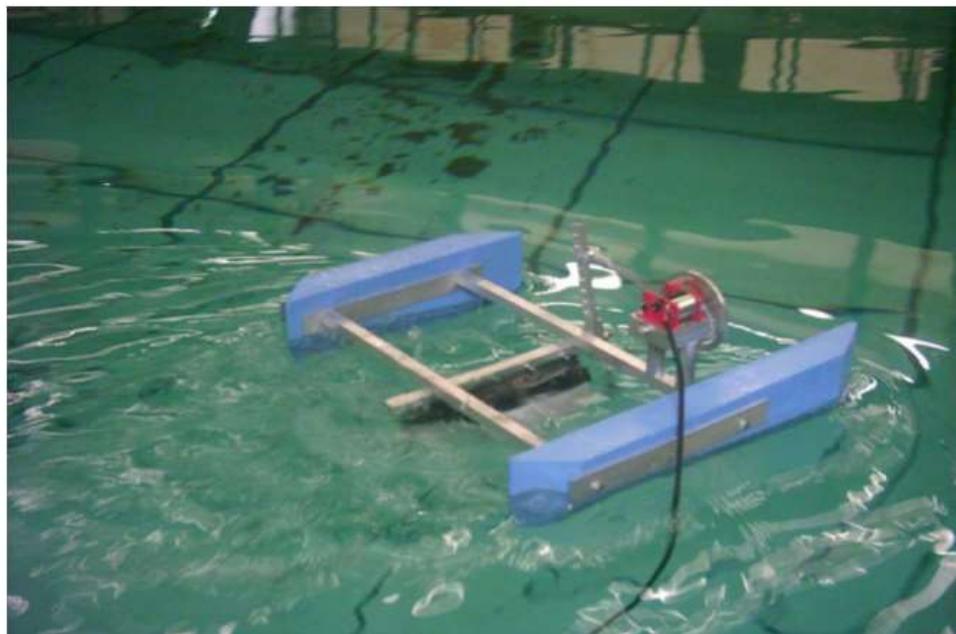


Рис. 1.6.2. Фотография движущегося катамарана во время его испытаний [90].

В работе [14] представлены результаты численных и экспериментальных исследований возможности использования клиновых волн для определения уровня жидкости. Данные приложения востребованы для измерения уровней жидкости в топливных баках, жидкостных цистернах и других областях. Точность определения уровня жидкости с помощью предложенного метода достигает примерно 0,5 мм, что превышает промышленный стандарт 1,5 мм. Достигнуто максимальное разрешение по сравнению с другими методами определения уровня жидкости с использованием акустических волноводов.

В работе [94] выполнено экспериментальное исследование особенностей распространения упругих волн в клине, сделанного из алюминиевого стержня, срезанного по диагонали под углом $22,5^\circ$. Фактически, кромка клина в таком образце образует эллипс, и угол клина изменяется в зависимости от расстояния вдоль его ребра от $22,5$ до $157,5^\circ$.

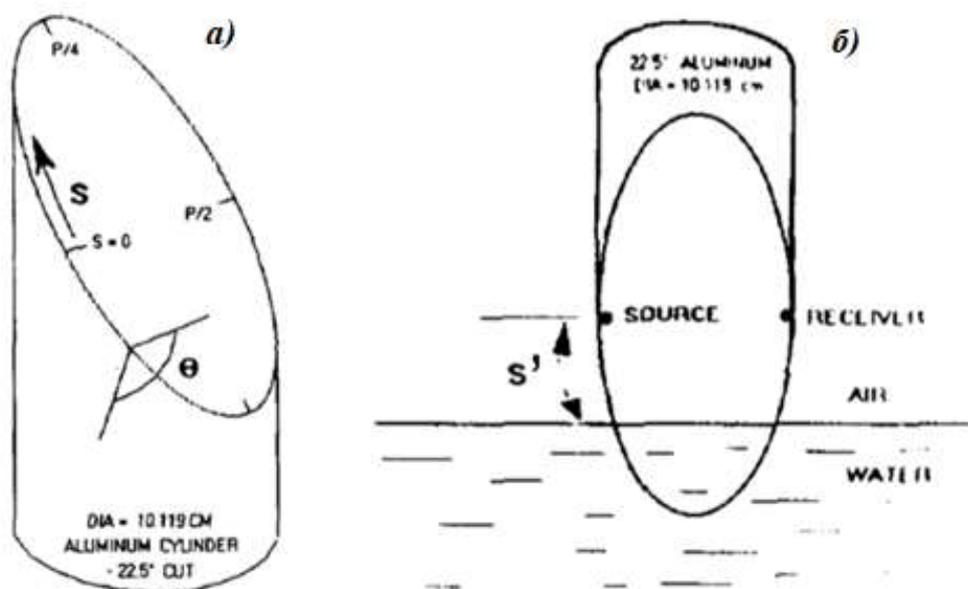


Рис. 1.6.3. а) Схема клина с эллиптической кромкой. б) схема погружения образца клина в жидкость [94].

Были рассчитаны и измерены величины скорости КУВ в таком образце в зависимости от расстояния вдоль его ребра. При погружении клина в жидкость (см. Рис. 1.6.3 (б)) на осциллографе наблюдалось увеличение задержки и ширины импульса и уменьшение амплитуды принимаемого импульса КУВ. Следовательно, при увеличении нагрузки жидкостью происходило уменьшение скорости распространения КУВ, возникала дисперсия и ослабление импульса КУВ. Энергия сверхзвукового импульса КУВ уходила частично в жидкость (возникла волна утечки), при этом угол излучения зависел от расстояния вдоль ребра клина. Авторы указывают на значимость данных результатов для исследований сейсмоакустических волн на границе раздела вода-твёрдое-тело и для исследований шума винтов и пропеллеров.

Необходимо отметить, что большинство работ предполагает погружение клина в жидкость, т.е. обе стороны клина граничат с жидкостью. Автором диссертации с коллегами исследовались цилиндрические клинья, только одна из поверхностей которых граничит с жидкостью (см. Часть 2, § 2.6).

Кроме клина, контактирующего с жидкостью, существует несколько работ о клиньях, граничащих с твёрдым телом, или, если быть точнее, о клиньях, связанных между собой за счёт контакта поверхностей – соприкосновения граней, ограничивающих клинья [95, 96].

В работе [95] рассматривается система из двух прямоугольных клиньев, или четверть пространства, которые вместе образуют полупространство (Рис. 1.6.4.).

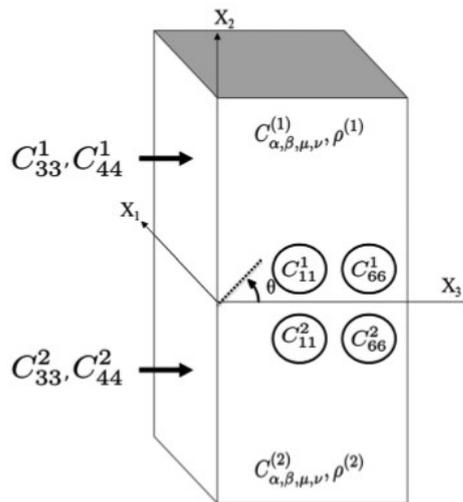


Рис. 1.6.4. Система из двух связанных клиньев [95].

В каждом из двух клиньев по отдельности могут распространяться КУВ, скорость которых несколько меньше скорости поверхностной волны Релея для этого материала. В случае идеальной склейки клиньев они образуют цельное полупространство, в котором вдоль рёбер клиньев может распространяться поверхностная волна Релея. В статье исследуется зависимость скорости связанных волн от жёсткости их соединения и от частоты. В случае изотропной среды скорость связанных клиновых волн зависит от параметра $\omega Z/k$, где ω – циклическая частота, Z – волновой импеданс для сдвиговых волн, k – удельная жёсткость соединения клиньев. При уменьшении параметра $\omega Z/k$ скорость связанных клиновых волн стремиться к скорости волн Релея в материале клиньев, а при увеличении – к скорости клиновых волн. Параметром $\omega Z/k$ на практике можно управлять, изменяя удельную жёсткость на поверхности контакта двух клиньев k с

помощью силы, приложенной перпендикулярно плоскости контакта двух клиньев и прижимающих их друг к другу.

В работах [96, 97] исследуются различные, в том числе более сложные соединения сред, на стыке которых могут распространяться волны, аналогичные клиновым волнам. Примеры геометрии таких сред показаны на Рис. 1.6.5.

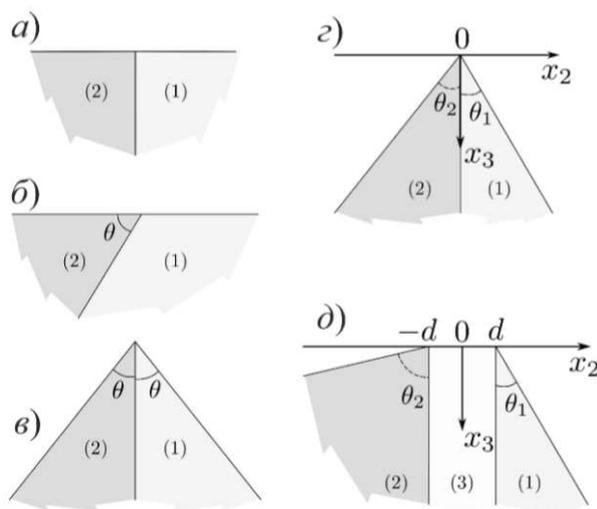


Рис. 1.6.5. Геометрии различных соединений сред [96].

Во всех этих геометриях присутствует клин. Автор указывает на важность рассмотрения таких геометрий для таких приложений как неразрушающая диагностика композитных структур и для геофизической разведки.

С помощью полуаналитического метода конечных элементов и с помощью метода функций Лагерра численно проводились исследования структур данной геометрии на возможность существования в них распространяющихся волн и волн утечки.

При определённых условиях (определённых соотношениях упругих параметров сред) в таких средах существуют волны поля смещений, которые напоминают поля смещений антисимметричных клиновых волн. Например, в среде с геометрией б) при определённом значении угла θ , кроме основной (первой) моды появляется вторая мода клиновой волны (Рис. 1.6.6.).

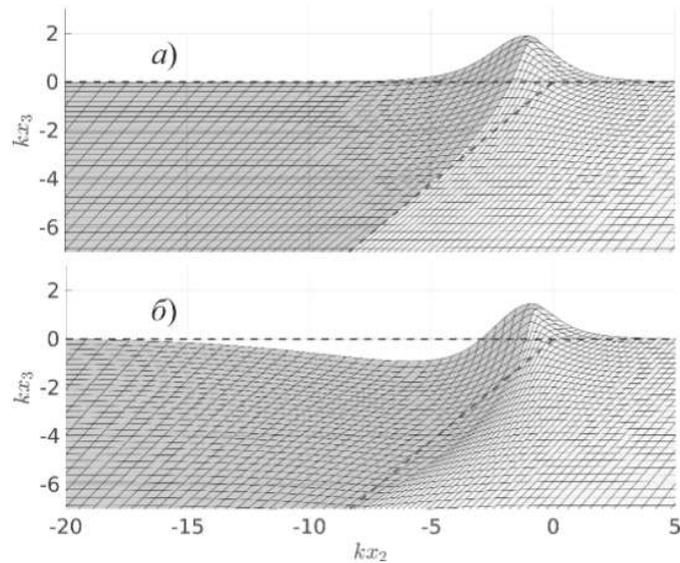


Рис. 1.6.6. Смещения для первой а) и второй б) мод. Для угла 40° [96].

В системе типа г), кроме локализованных мод, методом конечных элементов обнаружены также и волны утечки. Для соединения клиньев из алюминия и оргстекла в определённом диапазоне углов клиньев θ_1 и θ_2 наблюдается утечка волновой энергии от вершины составного клина в оргстекло в виде поверхностных и объёмных сдвиговых волн в оргстекле. Таким образом, даже в изотропном случае в системе типа г) при определённых условиях на углы θ_1 и θ_2 и при определённых значениях упругих констант возможно существование волн утечки.

Для системы типа д) рассматривались такие комбинации упругих параметров, при которых для материала слоя в центре скорость объёмных сдвиговых волн была меньше, чем для материалов слева и справа от него. Внешняя по отношению к центральному слою среда образована двумя клиньями, и в целом такая система из трех сред напоминает усечённый клин. В данной структуре существуют акустические волны, с полями смещений, убывающими экспоненциально с расстоянием от рёбер клиньев – вдоль оси x_3 .

По замечанию автора, поле смещения первой моды напоминает поле основной моды клиновой волны в идеальном или усечённом клине (Рис. 1.6.7.).

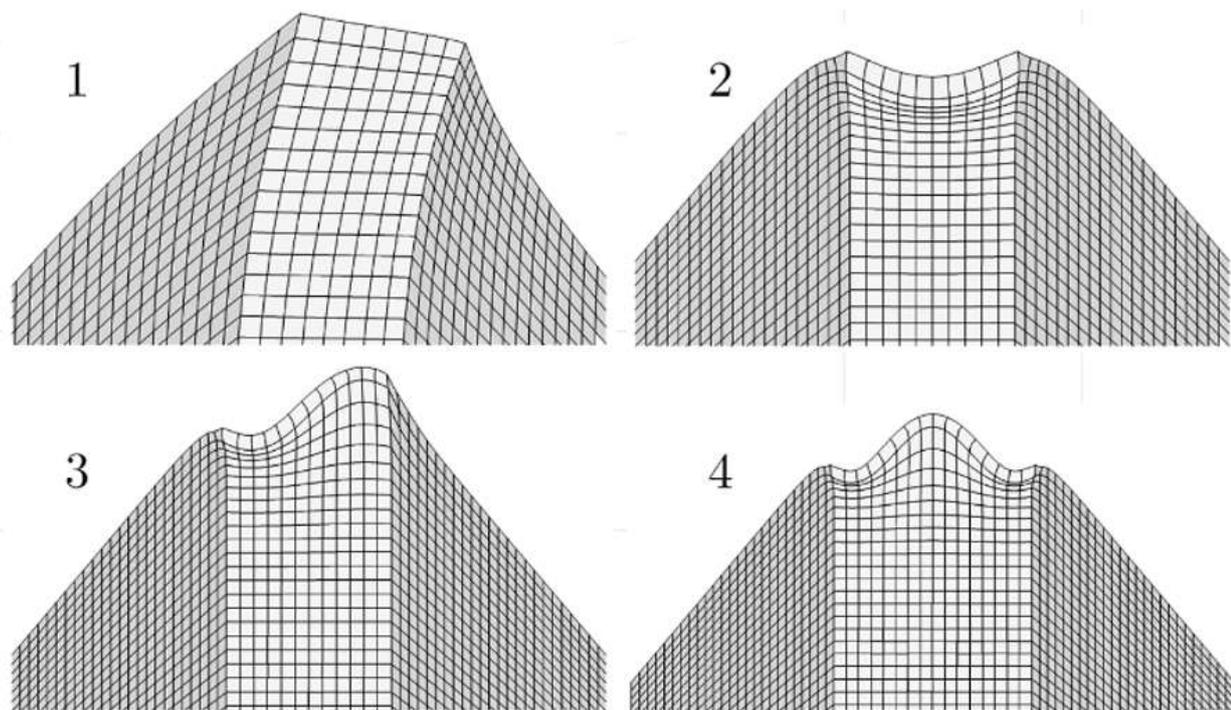


Рис. 1.6.7. Смещения для первых четырёх мод в структуре с геометрией д). [96].

Для случая центральной среды из меди, помещённой между клиньями из алюминия, фазовая скорость основной моды составила 2221,2 м/с. Скорость в клине из чистого алюминия – без слоя меди при данном угле раскрытия клина составляет 2646,2 м/с.

Авторы статьи [97] предлагают рассматривать моды, существующие в структурах, показанных на рисунке 1.6.5, как обобщённый тип клиновых акустических волн.

Также интересно, что в структуре с геометрией д) наряду с вытекающими волнами могут при определённых условиях существовать обратные волны, то есть волны, у которых фазовая и групповая скорости имеют различные знаки.

Интересны исследования обратных волн в изотропных пластинах, погружённых в жидкость и в анизотропных пластинах [98-102]. Вытекающие обратные волны исследовались численными методами для случая волн Лэмба в изотропных упругих пластинах, погружённых в жидкость [98]. В работе [99] численными методами для пластин ниобата калия предсказано существование чисто сдвиговых обратных волн и волн с нулевой групповой

скоростью. В [100] на основе анализа дисперсионных уравнений для кристаллов класса 2mm представлены механизмы формирования обратных волн. В работе [101] исследовано влияние металлизации поверхности и электрического напряжения в пластинах ниобата калия на возникновение обратных волн. В статье [102] представлены результаты численных и экспериментальных исследований обратных волн Лэмба в пластинах ниобата лития с помощью ВШП-резонаторов.

В случае образцов, содержащих клин, как уже было упомянуто, существование обратных волн предсказано в структуре с геометрией типа д) [96]. Результат получен для случая, когда клинья из оргстекла находились по обе стороны от центрального слоя из силикона и их углы были равны 90 градусам. (Фактически, по краям находились, четверть пространства из оргстекла, между которыми заключался слой силикона.)

Таким образом, наличие изменения граничных условий – например, наличие контакта с жидкостью, соединения с твёрдыми телами, может приводить к изменению дисперсионных характеристик мод клиновых волн, изменению их полей локализации и, в особых случаях, к появлению вытекающих волн и даже обратных волн.

§1.7. Упругие волны в клине со степенным профилем.

Акустические чёрные дыры

К отдельным типам клиньев следует отнести клинья, профиль которых меняется по степенному закону. По сути, такая структура представляет собой пластину, толщина которой медленно меняется до нуля. В таких структурах обычно рассматривается распространение изгибных волн Лэмба, чья скорость уменьшается до нуля по мере приближения к ребру клина, что должно приводить к бесконечному времени распространения волны на конечном участке в пространстве и отсутствию отраженной волны. Такой эффект называется «акустической черной дырой» (АЧД).

В основополагающей работе [38] впервые проведен анализ распространения изгибной волны в тонкой пластине, толщина которой плавно уменьшается до нуля на конечном интервале. Было показано, что локальный волновой вектор k изгибной волны зависит от толщины пластины $h(x)$, а амплитуда A определяется законом сохранения потока энергии, переносимой волной:

$$k = \left(\frac{12\rho\omega^2(1-\nu^2)}{E h^2(x)} \right)^{1/4} \quad (1.5)$$

$$A = A_0 \left(\frac{h_0}{h(x)} \right)^{3/4} \quad (1.6)$$

Где x – координата вдоль направления распространения волны, ρ – плотность материала пластины, E – модуль Юнга материала пластины, ν – коэффициент Пуассона, ω – частота волны.

Фазовая скорость изгибной волны в пластине зависит от её толщины по корневому закону:

$$c_\Phi = \frac{\omega}{k} = \left(\frac{E}{12\rho(1-\nu^2)} \right)^{1/4} \sqrt{\omega * h(x)} \quad (1.7)$$

Для клиньев со степенным профилем (Рис. 1.7.1.) толщина записывается так:

$$h(x) = bx^m \quad (1.8)$$

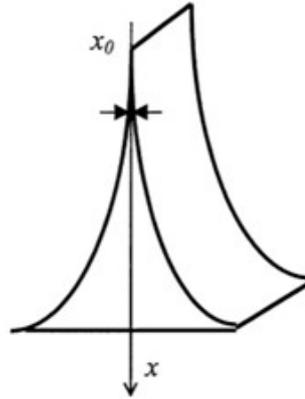


Рис. 1.7.1. Форма клина со степенным профилем [41].

В случае $m \geq 0$ фазовая скорость на конечном интервале уменьшается и равна нулю на вершине клина.

В случае $m = 2$, $h(x) = bx^2$ волновой вектор изгибной волны определяется выражением:

$$k = \left(\frac{12\rho(1 - \nu^2)}{E b^2} \right)^{1/4} \frac{\sqrt{\omega}}{x} \quad (1.9)$$

Локальная фазовая скорость волны следующим образом зависит от координаты x :

$$c_\phi = \left(\frac{E}{12\rho(1 - \nu^2)} \right)^{1/4} \sqrt{b} * x\sqrt{\omega} \quad (1.10)$$

Амплитуда волны в таком клине зависит от проходимого ею расстояния x и определяется выражением:

$$A = A_0 \left(\frac{x_0}{x} \right)^{3/4} \quad (1.11)$$

Где x_0 – координата, при которой амплитуда была равна A_0 .

Таким образом, в пластине с параболическим профилем фазовая скорость изгибной волны при ее приближении к вершине клина уменьшается и стремится к нулю линейно по координате x , при этом амплитуда волны при отсутствии поглощения нарастает до бесконечности [38].

Следует отметить, что приведённые выше формулы для амплитуды и фазовой скорости изгибной волны в пластине (формулы 1.5-1.7 и 1.9-1.11) получены для случая тонкой пластины с медленно меняющейся толщиной. Условие медленности изменения пластины записывается как:

$$\frac{dk}{dx} \frac{1}{k} \ll k \quad (1.12)$$

Используя выражение для k (формула (1.9)) можно получить условие на форму медленно меняющегося клина:

$$b \ll \omega \left(\frac{12\rho(1-\nu^2)}{E} \right)^{1/2} \quad (1.13)$$

Выполнение этого условия зависит от коэффициента b , частоты распространяющейся волны, и свойств материала образца - E и ρ .

Условие для тонкой пластины записывается следующим образом:

$$\frac{k_t h}{2} \ll 1 \quad (1.14)$$

Где k_t – волновой вектор сдвиговой волны в материале клина.

На практике условие на толщину пластины (1.14) выполняется не для всего диапазона частот, и, в случае его невыполнения, необходимо пользоваться более точными соотношениями для определения фазовой скорости изгибной волны в пластине.

В работах [103, 104] точные решения были получены только для уравнения поперечных колебаний стержня, толщина которого уменьшается по параболическому закону, а ширина по степенному закону.

Для определения скорости изгибной волны Лэмба в пластине произвольной толщины удобно использовать характеристическое уравнение, соответствующее антисимметричным модам волн Лэмба [105]:

$$\frac{\tan \sqrt{1 - \zeta^2} \bar{d}}{\tan \sqrt{\xi^2 - \zeta^2} \bar{d}} = - \frac{(2\zeta^2 - 1)^2}{4\zeta^2 \sqrt{1 - \zeta^2} \sqrt{\xi^2 - \zeta^2}} \quad (1.15)$$

Где $\bar{d} = \frac{k_t h}{2}$, $\zeta^2 = \left(\frac{c_t}{c}\right)^2$, $\xi^2 = \left(\frac{c_t}{c_l}\right)^2$, c , c_t и c_l – скорости антисимметричных мод волн Лэмба, сдвиговой и продольной волн, соответственно.

Количество решений уравнения зависит от величины \bar{d} , но интересующая нас нулевая мода антисимметричной волны Лэмба существует на любой частоте и при любой толщине пластины.

Дисперсионные кривые для антисимметричной волны Лэмба рассчитывались практически во всех работах, посвященных упругим волнам в пластинах, начиная с [105].

При выборе формулы, по которой будет производиться расчет скорости: формулы для тонкой пластины с медленно меняющейся толщиной или характеристического уравнения для пластины произвольной толщины, - необходимо учитывать одновременно как применяемый частотный диапазон, так и материал, и толщину используемой пластины. Так на рис. 1.7.2 представлены результаты расчета нулевой моды изгибной волны Лэмба в пластине из полимера АБС толщиной 4.7 мм в частотном диапазоне частот $f = 7 - 95$ кГц на основании характеристического уравнения (1.15) и формулы для тонкой пластины (1.10). Как видно из графика, значения фазовой скорости волн Лэмба, полученные по формуле (1.10) применимы только в небольшом диапазоне используемых частот в силу того, что условие

приближения тонкой пластины (4) не выполняется для высоких частот для данного образца.

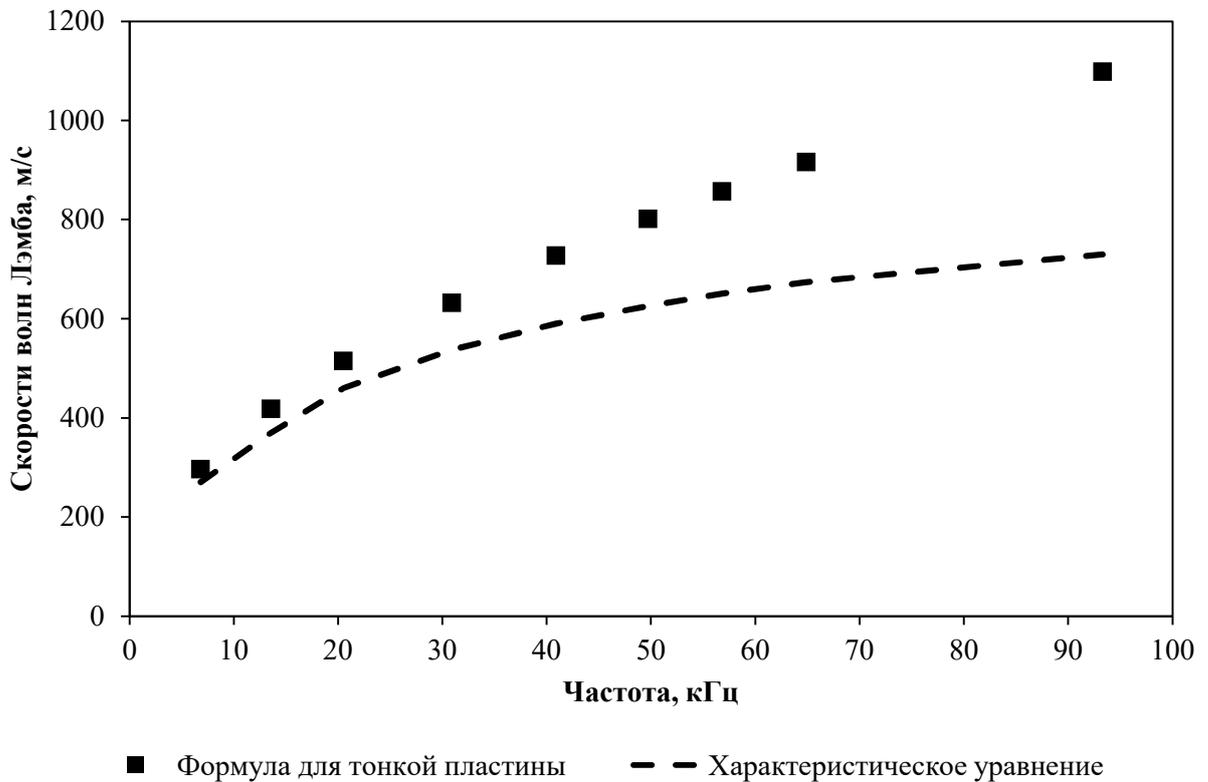


Рис. 1.7.2. Зависимость скорости волны Лэмба в однородной пластине образца от частоты: на основании характеристического уравнения (1.15) и по формуле для тонкой пластины (1.10).

Также в работе [38] автором рассматриваются вопросы затухания изгибной волны при её распространении в подобных структурах. Показано, что в идеальном случае время распространения волны к ребру при $m \geq 2$ бесконечно, и поэтому волна никогда не отразится обратно. Кроме того, при наличии поглощения интегральный декремент затухания также стремится к бесконечности, и даже небольшое поглощение в материале приведёт к полному затуханию волны в такой структуре. Подобные явления были обнаружены к тому времени и в других волновых процессах [106-108].

В [38] отмечаются трудности изготовления идеальной АЧД – а именно кромки: изготовить кромку клина параболического профиля нулевой толщины невозможно, на практике пластина обрывается на некоторой конечной толщине h_0 . По замечанию автора, даже при малой добротности и

весьма малом усечении, коэффициент отражения, тем не менее, достигает значительных величин порядка 70 %.

В.В. Крылов и А.Л. Шувалов в статье [39], отмечая проблему, обозначенную в статье [38], предлагают увеличить поглощение в такой структуре за счёт многократных отражений волн в ней (Рис. 1.7.3). При многократных отражениях луча от края пластины (ребра клина) и от точки поворота луча, коэффициент отражения R_N будет равен коэффициенту однократного отражения R_0 , возведённому в степень N , равную количеству пере отражений.

$$R_N = R_0^N$$

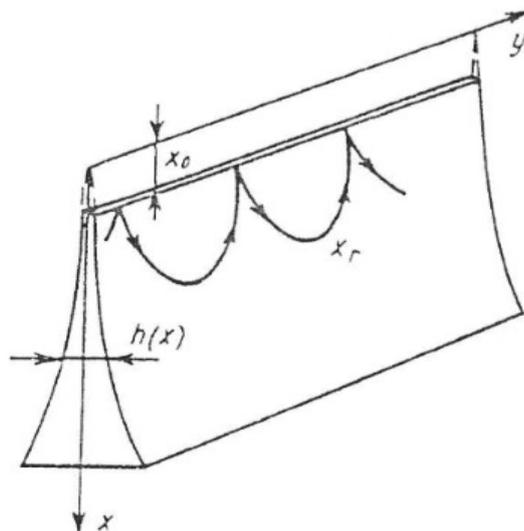


Рис. 1.7.3. Распространение луча в усечённом клине со степенным профилем [39].

Фактически, такая картина распространения луча соответствует распространению вдоль вершины пластины клиновой волны. Так как количество таких отражений может достигать до 10, то в итоге коэффициент отражения может уменьшаться до 7%. Нанесение на пластину тонкого поглощающего слоя вблизи вершины клина может уменьшить коэффициент отражения до 2% [41]. Также в этой статье рассматривается влияние жидкости при распространении волн Лэмба в клине со степенным профилем, погружённым в жидкость. Предсказано, что идеальный клин будет являться

акустической чёрной дырой в случае профиля с показателем степени большим 2 в случае свободного клина и большим $5/3$ в случае погружённого в жидкость клина.

Распространение изгибной волны в параболическом клине с наличием усечения более подробно рассмотрено в статье [109], на примере низших мод КУВ в приближении геометрической акустики. Аналитически получены формулы для скоростей этих волн и показано, что они, в отличие от волн в линейном клине, испытывают дисперсию. Скорости мод клиновых волн в параболических усечённых клиньях пропорциональны bx_0 , где b – константа, характеризующая профиль клина (при формуле профиля клина $h(x) = bx^2$). А x_0 – величина усечения клина.

В статье [110] предлагается следующее решение проблемы трудности и высокой стоимости изготовления клиньев для гашения вибраций с малым усечением – модификация геометрии клина. Исследовался клин с удлинённой кромкой постоянной толщины, на которую был нанесён поглощающий слой. Проведённые экспериментальные исследования и численное моделирование показали, что предложенная модификация клина позволяет достичь значительного уровня затухания волн, особенно на высоких частотах.

Альтернативой пластине или стержню со степенным профилем является разрезной стержень [111]. Он представляет собой стержень прямоугольного сечения, в котором перпендикулярно оси стержня сделаны прорезы, глубина которых увеличивается по степенному закону (Рис. 1.7.4.).

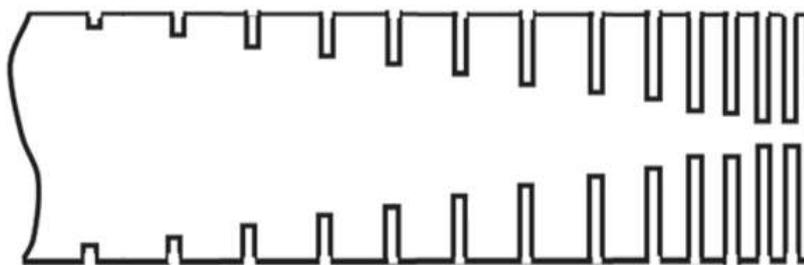


Рис. 1.7.4. Схема профиля разрезного стержня. [111].

Локальная жёсткость такого стержня уменьшается с увеличением глубины прорезей. В частности, такая конструкция лучше тем, что не требует высокоточного изготовления заострения стержня. Если сравнивать размеры двух аналогичных типов АЧД – стержня со степенным профилем и разрезного стержня одинаковой длины, то ещё одно преимущество последнего заключается в понижении его критической частоты в 5 раз, по сравнению с более традиционной АЧД со степенным профилем. Масса соответствующего образца разрезного стержня при этом будет больше массы стержня со степенным профилем.

Интересная модификация АЧД в виде стержня со специальным законом изменения поперечного сечения рассмотрена в работах [103, 104]. В этих же работах подробно раскрывается метод и критерии применимости ВКБ-приближения в задаче о поперечных колебаниях стержня. При использовании полученных точных решений в случае степенной зависимости ширины стержня и квадратичной зависимости толщины стержня от x осуществлена модификация ВКБ-приближения для стержней с постоянной шириной и произвольно меняющейся толщиной. На основании полученных решений получены выражения для матрицы входного импеданса стержня со специальным законом изменения поперечного сечения.

В обзорной статье [112] представлены для примера следующие типы АЧД: так называемая, одномерная АЧД, которая представляет собой пластину со степенным профилем; спиральная АЧД; стержень, с вырезанными в нём дисками уменьшающегося диаметра, который рассмотрен в статье [113]; двумерная АЧД, рассмотренная в статье [109]; и АЧД в виде пластин с изменяющейся толщиной (Рис. 1.7.5.).

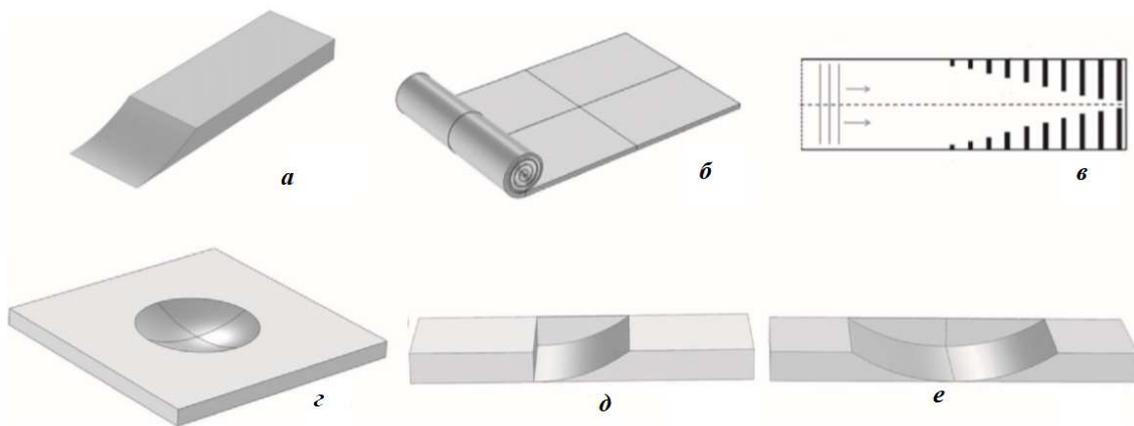


Рис. 1.7.5. АЧД разных типов. а) - одномерная АЧД. б) спиральная АЧД. в) Разрезной стержень. г) двумерная АЧД. д) и е) АЧД в виде пластин с изменяющейся толщиной. [112]

Также в работе [114] рассмотрена модель АЧД в виде трубы с кольцевыми перегородками, диаметр отверстий которых уменьшается вдоль оси трубы. Получено обобщённое уравнение Вебстера и его решение как в ВКБ-приближении, так и точное. В идеальном случае происходит полное поглощение акустической волны за счёт накопления её энергии в точке обращения в нуль скорости волны. Также в работе рассмотрен другой тип АЧД в задаче о распространении волны в дне водоёма с модулем сдвига, уменьшающимся при приближении к границе раздела дна с водой.

В статье [109] проводится обзор последних результатов исследований акустических чёрных дыр различных типов. Интересно, что лопасти турбины по своей форме подобны рассмотренным образцам акустических чёрных дыр, т.к. они сужаются к одной из своих сторон по степенному закону и, таким образом, образуют клин. Экспериментальные исследования показали, что такая форма позволяет значительно уменьшить амплитуды резонансных частот даже в случае изогнутых образцов. В этой работе сделан вывод, что эти объекты являются перспективными для вибродемпфирования, более эффективны, чем традиционные методы, и интересны тем, что позволяют минимизировать количество используемого поглощающего материала, что делает их достаточно лёгкими и компактными для использования в авиационной и автомобильной промышленности.

Также, в статье [109] рассматриваются так называемые двумерные акустические чёрные дыры (2D АЧД), которые представляют собой углубления в пластинах, радиальная зависимость толщины в которых является степенной, например – параболической (Рис. 1.7.6).

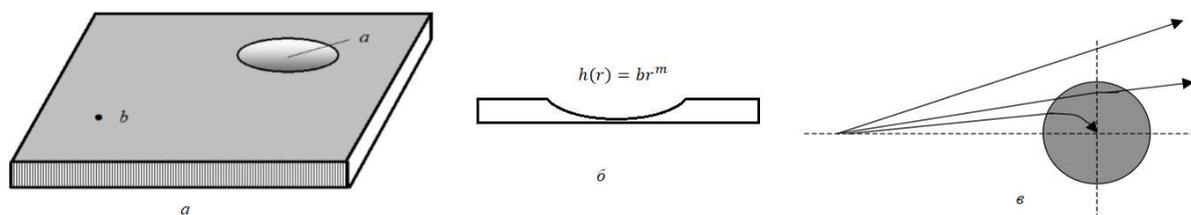


Рис. 1.7.6. Двумерные акустические чёрные дыры. Пластина, содержащая 2-мерную акустическую чёрную дыру а). Профиль пластины в разрезе б). Траектории распространения лучей, выходящих под разными углами относительно направления на центр 2D АЧД в) [109].

Траектории лучей, распространяющихся в такой структуре, отклоняются в сторону области, которой соответствует меньшая скорость распространения волн – то есть к центру 2D АЧД.

Исследования показали, что структуры, которые играют роль акустических чёрных дыр, не требуют высокого качества изготовления, что делает их производство доступным [112]. Отмечается, что эта область недостаточно исследована и требует более широкого раскрытия возможностей использования акустических чёрных дыр [41].

Глава 2. Экспериментальные исследования линейных и нелинейных упругих эффектов в изотропных и анизотропных твердотельных клиньях

В данной главе используются материалы, опубликованные в статьях [A1-A5]

§2.1. Экспериментальная установка и методика для исследований особенностей распространения линейных и нелинейных упругих волн в твердотельном клине

2.1.1. Схема и описание автоматизированной экспериментальной ультразвуковой установки для исследований распространения упругих волн в твердых телах

Как уже упоминалось во введении, основным объектом исследования являются упругие волны в твердотельных клиньях различной формы и из различных материалов. Для проведения ультразвуковых измерений в клиньях в диссертации разработана автоматизированная экспериментальная установка (Рис. 2.1.1.), состоящая из ультразвукового измерительного комплекса RAM-5000 SNAP SYSTEM (Ritec), работающего в импульсном режиме и используемого для генерации зондирующего сигнала в исследуемом образце, приема и усиления сигналов с приемного преобразователя, персонального компьютера (ПК), а также сканирующего лазерного виброметра PSV-300 (Polytec, Германия) для визуализации колебаний поверхности клина. Для контроля за формой сигнала в клине используется цифровой осциллограф DS09104A (Agilent, США).

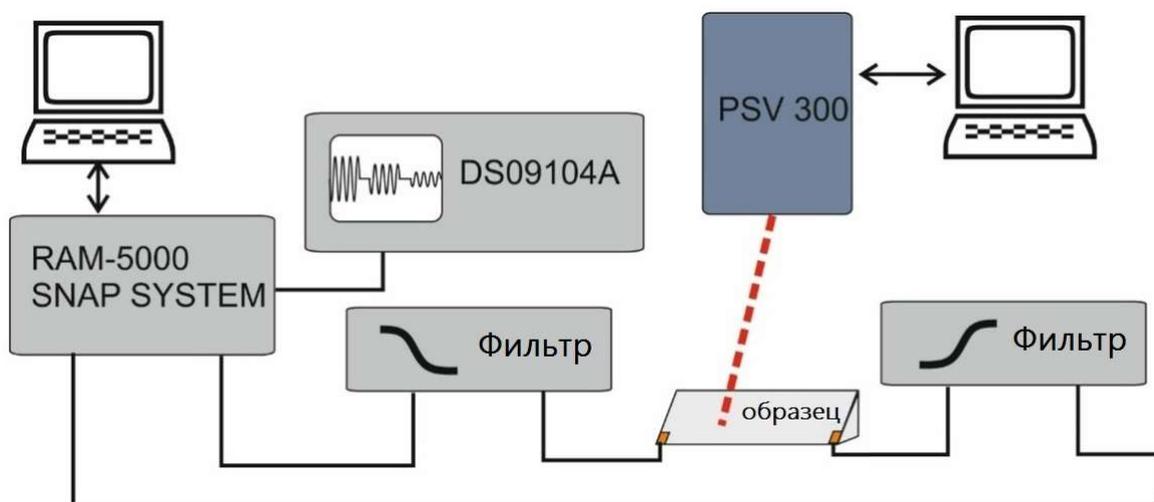


Рис. 2.1.1. Схема экспериментальной установки.



Рис. 2.1.2. Фотография экспериментальной установки: а) Ультразвуковой измерительный комплекс Ritec RAM-5000 SNAP SYSTEM и цифровой осциллограф DS09104A, б) головка сканирующего лазерного виброметра, в) персональный компьютер и блок лазерного виброметра.

Результаты измерений оцифровывались встроенными в измерительный комплекс 16 разрядными аналого-цифровыми преобразователями (АЦП) и передавались в ПК. Возбуждение и приём (при использовании схемы на прохождение) КУВ в образцах проводились пьезоэлектрическими преобразователями (в зависимости от образца использовались

пьезокерамические преобразователи, преобразователи из пластинок ниобата лития, встречно-штыревые преобразователи в виде электродов из электропроводящего клея, нанесённые на поверхность образца из пьезоэлектрического кристалла ниобата лития), прикрепленными на боковые поверхности клина непосредственно у его ребра. Для управления работой комплекса и проведения ультразвуковых измерений с автоматической регистрацией результатов ультразвукового эксперимента и их анализа для ПК использовался пакет программ, разработанный в нашей лаборатории.

Комплекс Ritec RAM-5000 SNAP SYSTEM позволяет исследовать линейные и нелинейные упругие свойства твердых тел. Для исследования нелинейных упругих свойств твердых тел в комплексе реализован динамический спектральный метод, заключающийся в исследовании эффективности генерации второй упругой гармоники на частоте $2f$ в исследуемом образце при распространении в нем упругой волны конечной амплитуды на частоте f . Комплекс позволяет измерять зависимость амплитуды первой и второй упругих гармоник от амплитуды зондирующего сигнала в автоматическом режиме. Для выделения сигналов первой и второй гармоник КУВ установка была дополнена разработанными фильтрами низких и высоких частот. Фильтр низких частот был установлен для подавления высокочастотных составляющих в спектре зондирующего сигнала, подаваемого на излучающий преобразователь. Сигнал с приёмного преобразователя перед поступлением на вход ультразвуковой установки Ritec пропусклся через фильтр высоких частот, чтобы уменьшить амплитуду основной составляющей сигнала, для более эффективного выделения высших гармоник. В зависимости от эксперимента использовались фильтры соответствующего частотного диапазона.

В комплексе RAM-5000 SNAP SYSTEM (Ritec) для определения амплитуды и фазы принимаемого сигнала реализована квадратурная обработка сигнала. Этот метод детектирования сохраняет отличную линейность даже в случае малой амплитуды регистрируемого сигнала и

позволяет измерять фазу сигнала с точностью 0.3° и амплитуду каждой гармоники с ошибкой, не превышающей 0.5%. Кроме того, в комплексе предусмотрена возможность усреднения по нескольким результатам измерений [115].

2.1.2. Методика исследования особенностей распространения линейных и нелинейных упругих волн в твердотельных клиньях

При проведении исследований использовались импульсный ультразвуковой метод и метод сканирующей лазерной виброметрии.

Импульсный ультразвуковой метод заключается в возбуждении в образце ультразвукового импульса и регистрации прошедших и отражённых импульсов. При использовании схемы на прохождение, сигнал излучается одним преобразователем, а принимается одним или несколькими преобразователями или регистрируется с помощью виброметра. В принимаемом сигнале наблюдалось несколько импульсов, соответствующих различным модам КУВ (в случае клиньев с апертурой меньше 45°), их отражениям, а также волнам Лэмба и поверхностным волнам.

Для уменьшения амплитуды отражённых клиновых волн на торцы клина наносился поглотитель. Для уменьшения амплитуды волн Лэмба и поверхностных волн поглотитель наносился также на части клина, удалённые от его ребра на расстояния, превышающие длину волны КУВ в несколько раз. В качестве поглощающего материала использовался пластилин.

Измерения параметров упругой волны в исследуемых образцах дополнительно проводились также методом лазерной виброметрии с помощью лазерного сканирующего виброметра PSV-300, принцип действия которого основан на эффекте Доплера: величина скорости упругих колебаний поверхности образца определялась по отражённому от колеблющейся поверхности лазерному лучу. При проведении измерений

методом лазерной виброметрии, колебания поверхности клина визуализировались на экране компьютера, то есть строилась двухмерная поверхность, наглядно отображающая распределение колебательной скорости на исследуемой поверхности образца в режиме реального времени или для выбранной частоты (режим FFT). В принимаемом сигнале наблюдалось распространение как клиновых волн, так и поверхностных и объёмных волн, а также шумовых возмущений поверхности клина. Важными факторами, влияющими на качество регистрируемого сигнала, был выбор частоты и длительность зондирующего сигнала. Одновременно измерялись фазовая скорость и амплитуда КУВ. Сканирование лазерным виброметром также позволяло измерять зависимость амплитуды колебательной скорости в клиновой волне от расстояния от ребра клина.

Визуализация распространения упругих волн по поверхности клина с помощью лазерного виброметра позволяет определить амплитуду и фазу возмущения в каждый момент времени в каждой точке сканируемой области. Таким образом, оценив скорость распространения упругой волны можно сделать вывод о ее типе (поверхностная, изгибная волна Лэмба, клиновая волна), а также о присутствии различных мод клиновых волн, распространяющихся в образце. Выделив необходимую клиновую волну, можно измерить зависимость амплитуды ее колебательной скорости от расстояния до ребра клина.

Проводимое с помощью встроенного программного обеспечения Фурье преобразование, позволяет проанализировать спектр волны и визуализировать формы собственных колебаний образца.

Также помимо линейных методов были использованы методы нелинейной акустики. Эти методы позволяют повысить чувствительность контроля качества твердотельных образцов и конструкций. В работе исследованы следующие нелинейные эффекты: генерация высших упругих гармоник, нелинейное поглощение упругих волн, неклассическая степенная зависимость амплитуд высших упругих гармоник от амплитуды упругой

волны основной частоты, зависимость скорости распространения упругой волны от её амплитуды (эффект быстрой динамики), зависимость скорости распространения упругой волны от величины статической механической силы, приложенной к образцу.

§2.2. Локализация и дисперсия упругих волн в твердотельном прямом изотропном клине.

2.2.1. Исследуемый образец и методика исследований

Для проведения экспериментальных исследований линейных свойств КУВ в прямом клине из цилиндрического прутка диаметром 40 мм изотропного поликристаллического сплава алюминия Д16 был изготовлен образец клина длиной 255 мм и апертурой угла 60° (Рис. 2.2.1.).



Рис. 2.2.1 Изотропный дюралюминиевый клин с углом раскрыва 60° .

Для данного образца клина к. ф.-м. н. Жостковым Р. А., сотрудником института физики Земли имени Шмидта, было выполнено моделирование распространения КУВ. При численном моделировании распространения КУВ в прямом клине использовались упругие параметры сплава Д16: плотность – $2775,3 \text{ кг/м}^3$, модуль Юнга – 76 ГПа , коэффициент Пуассона – $0,33$.

Экспериментальные исследования распространения КУВ в образце проводились импульсным ультразвуковым методом и методом лазерной сканирующей виброметрии. Скорость импульса определялась по времени распространения сигнала τ в образце, определяемому с помощью осциллографа, либо с помощью лазерного виброметра. Время распространения импульса являлось одним из критериев его отбора для проведения измерений.

2.2.2. Результаты экспериментальных исследований

При возбуждении КУВ в 60° клине на осциллографе регистрировался один импульс, соответствующий единственной моде КУВ в этом клине.

Измерения скорости КУВ волн в этом образце были проведены в интервале частот 0,20–1,0 МГц. С помощью лазерного сканирующего доплеровского вибromетра PSV-300 была выполнена визуализация амплитуды колебаний ребра 60° клина и прилегающей к нему плоской боковой грани в указанном выше исследуемом интервале частот. (Рис. 2.2.2). Наблюдалась небольшая дисперсия – скорость КУВ возросла на 2,5 % в частотном диапазоне от 200 до 1000 кГц (Рис. 2.2.3). Это объясняется несовершенством изготовленного клина: наличием усечения, что находится в согласии с работами [26, 32, 55].

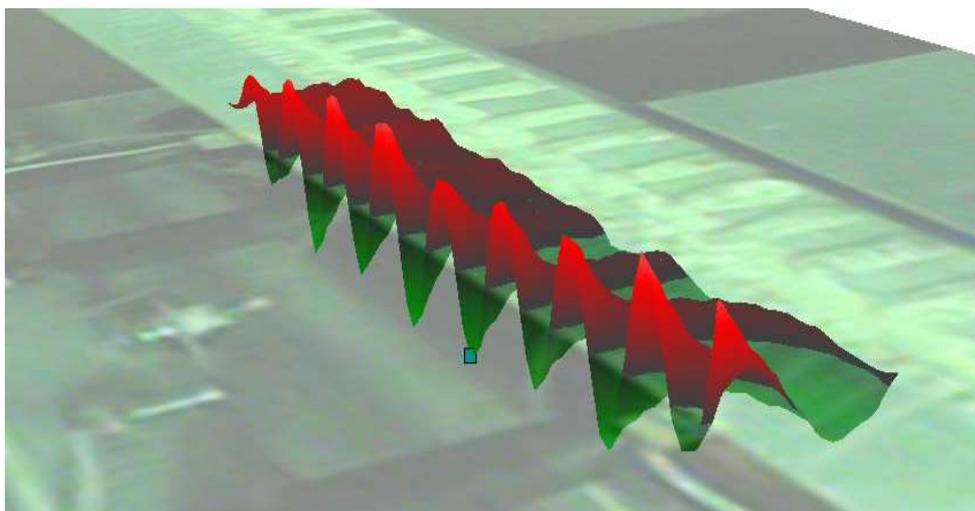


Рис. 2.2.2. Визуализация распространения импульса КУВ в прямом образце на частоте 250 кГц.

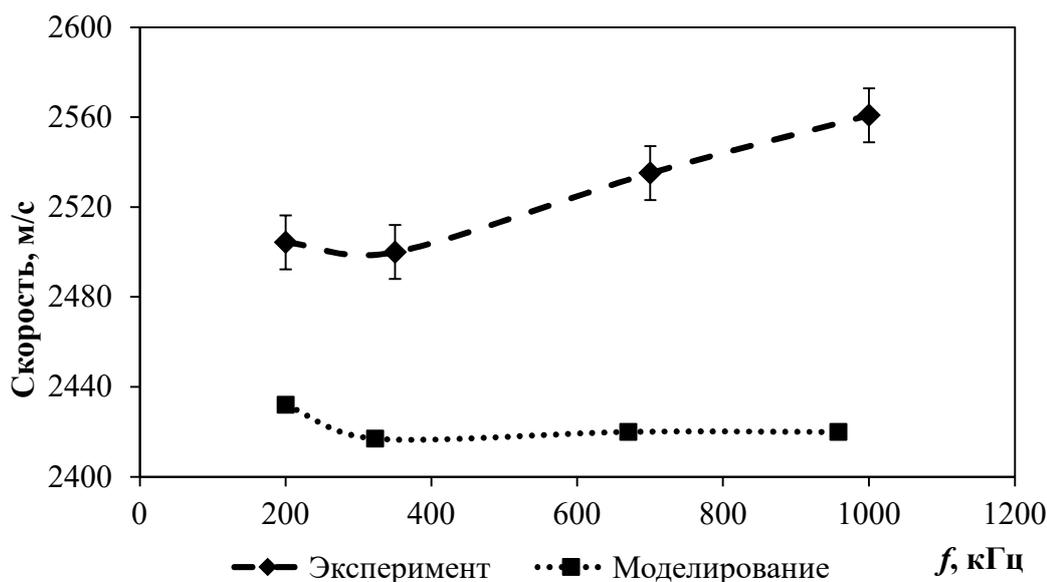


Рис. 2.2.3. Зависимость скорости КУВ от частоты в образце прямого изотропного клина из сплава Д16 в интервале частот 0,20–1,0 МГц.

Дисперсия на высоких частотах обусловлена наличием усечения ребра в образце клина. Некоторое повышенное значение скорости на частоте 200 кГц относительно значения скорости на частоте 300 кГц обусловлено конечностью размеров образца: расстояние от ребра клина до основания клина составляет 30 мм, что сравнимо с длиной волны на данной частоте. Результаты эксперимента качественно совпадают с результатами численного моделирования (Рис. 2.2.3). Отличие наклона дисперсионных кривых обусловлено тем, что при моделировании был выполнен расчёт для геометрии с заданной величиной усечения ребра клина не более 100 мкм, в то время как в экспериментальном образце по нашим оценкам усечение было больше. Количественное отличие результатов расчёта от экспериментальных данных (примерно на 100 м/с в среднем $\sim 4\%$) может быть обусловлено погрешностью используемых данных для упругости материала (модуля Юнга и модуля сдвига). Была также определена скорость волны Рэлея c_R на плоской боковой поверхности клиньев вдали от его ребра: $c_R = 2900 \pm 50$ м/с.

Измерение амплитуды колебаний в КУВ перпендикулярно ребру клина с помощью лазерного виброметра, позволили определить зависимость амплитуды колебательной скорости КУВ A от расстояния x от ребра клина, нормированного на длину волны КУВ λ , или локализация клиновой волны (Рис. 2.2.4. Погрешности измерения составляли не более 0,01 нормированных единиц, указать на рисунке не представляется возможным, так как планки погрешности меньше размера маркера измеренной точки). В полосе частот от 200 до 1000 кГц локализация КУВ была близка к экспоненциальной:

$$A = A_0 e^{-B \frac{x}{\lambda}}. \quad (1.2)$$

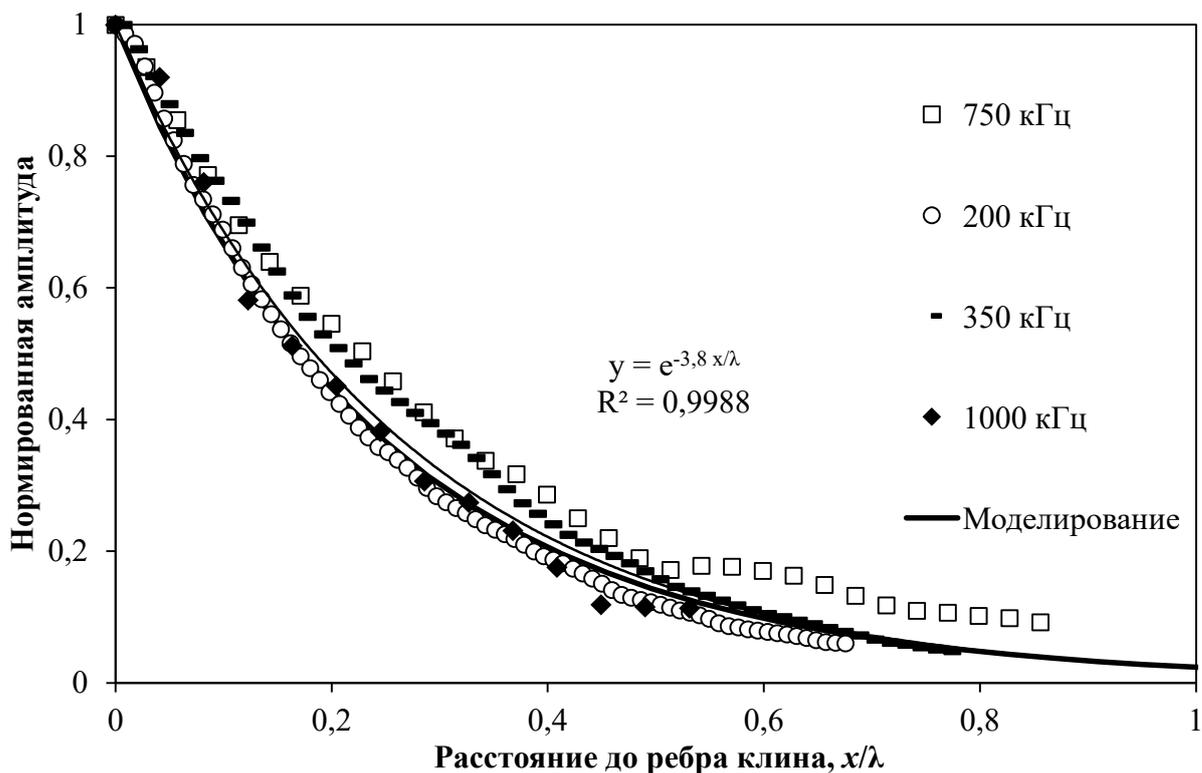


Рис. 2.2.4. Распределение нормированной амплитуды колебательной скорости перпендикулярно ребру клина в образце прямого клина с углом 60° .

В исследуемом диапазоне частот был определён коэффициент B в показателе экспоненты (по формуле 1.2). На всех исследуемых частотах в 60° -градусном изотропном клине из сплава Д16 он был примерно одинаков и в среднем равен $3,8 \pm 0,4$.

Подобные исследования локализации КУВ были также проведены для клиньев с углами 30° и 42° . На рис. 2.2.5 представлена зависимость коэффициента B от угла клина для данных численного моделирования и экспериментов. Для клиньев с разными углами (30° , 42° и 60°), изготовленных из сплава Д16 результаты экспериментов находятся в хорошем согласии с результатами моделирования.

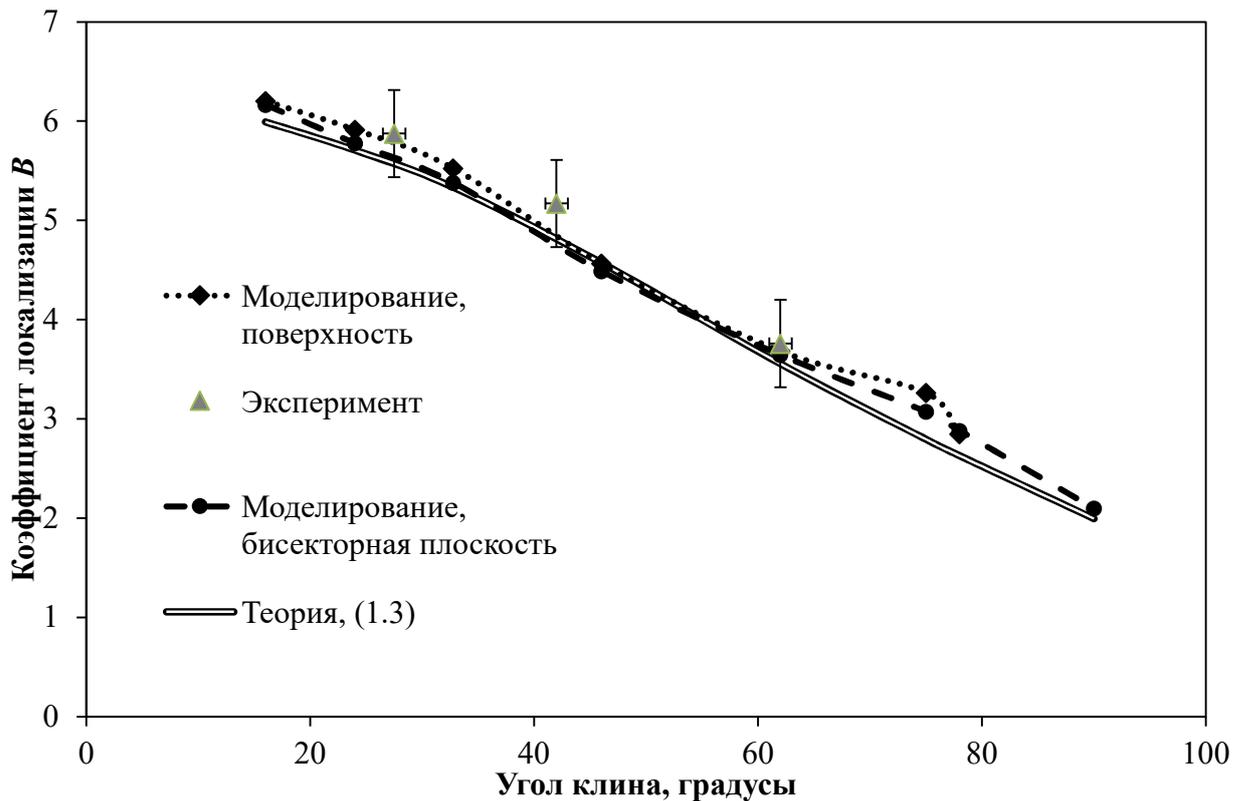


Рис. 2.2.5. Зависимость коэффициента B для локализации КУВ в показателе экспоненты (1.2) от угла клина.

Из графика 2.2.5 видно, что коэффициент локализации B монотонно убывает с увеличением угла клина.

Отметим интересный факт, что согласно результатам моделирования, проведённым Р.А. Жостковым, зависимость амплитуды колебательной скорости от расстояния до ребра клина ведёт себя примерно одинаково как на поверхности, так и на бисекторной плоскости клина. Произведены расчёты локализации КУВ по формуле (1.3).

Результаты проведённого экспериментального исследования локализации и дисперсии КУВ качественно согласуются с результатами численных расчетов, выполненных в [1–7].

§2.3. Особенности распространения упругих волн в прямом изотропном клине с дефектами

2.3.1. Исследуемый образец и методика исследования

Для проведения экспериментальных исследований упругих свойств КУВ в клиньях с дефектами из цилиндрического прутка диаметром 40 мм изотропного поликристаллического сплава алюминия Д16 был изготовлен образец длиной 180 мм, который имел форму прямоугольной призмы, основанием которой служит прямоугольный треугольник с углами 30° и 60° (Рис. 2.3.1.). В этом образце наклепом были созданы остаточные упругие деформации.

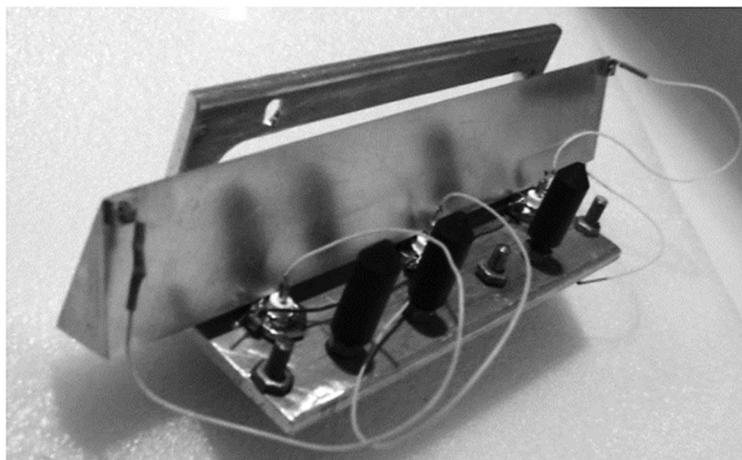


Рис. 2.3.1 Экспериментальный образец с двумя клиньями (с углами 30° и 60°).

В ходе эксперимента импульсным ультразвуковым методом были выполнены измерения следующих параметров клиновой волны: амплитуды основной и второй гармоник клиновой волны и фазы принимаемого сигнала. В образце клина проведены исследования зависимости поглощения КУВ от её амплитуды (эффект нелинейного поглощения), зависимость скорости распространения КУВ от её амплитуды (эффект быстрой динамики) и зависимость амплитуды второй клиновой гармоники от амплитуды КУВ на основной частоте.

При исследовании перечисленных нелинейных эффектов амплитуда зондирующего импульса изменялась от нуля до максимально возможного

значения. Проводились измерения изменения фазы сигнала, амплитуд излучаемого и принимаемого импульсов, был выполнен спектральный анализ прошедшей КУВ.

Измерение изменения фазы сигнала $\Delta\varphi$ позволило определить относительное изменение фазовой скорости КУВ $\frac{\Delta V}{V}$ с использованием соотношения:

$$\frac{\Delta V}{V} = -\frac{\Delta\varphi}{2\pi f\tau} \quad (2.1)$$

Где f – частота, на которой проводились измерения, τ – время задержки принимаемого импульса, V – его скорость.

Измерение амплитуд излучаемого и принимаемого импульсов позволило исследовать зависимость поглощения клиновых волн от их амплитуды:

$$\Delta\alpha = \alpha - \alpha_0 = \frac{1}{l} \ln \frac{U}{A(U)} - \frac{1}{l} \ln \frac{U_0}{A_0} = \frac{1}{l} \ln \frac{A_0 U}{A(U) U_0} \quad (2.2)$$

Где U , A – амплитуды излучаемого и принимаемого импульсов соответственно. U_0 , A_0 – амплитуды излучаемого и принимаемого импульса при некотором фиксированном значении амплитуды излучаемого импульса, при котором поглощение равно α_0 . l – расстояние между преобразователями.

Экспериментальные исследования нелинейных свойств упругой волны в клине проводились спектральным методом по эффективности генерации второй упругой гармоники.

Спектральный состав прошедшей через образец клиновой упругой волны конечной амплитуды описывается следующим выражением:

$$A = A_{1f} \sin(2\pi ft - k_f L) + A_{2f} \sin[2(2\pi ft - k_f L)] + A_{3f} \sin[3(2\pi ft - k_f L)],$$

где k_f – волновой вектор первой гармоники КУВ, L – расстояние между излучающим и приемным преобразователями КУВ, f – частота сигнала, t – время, A_{1f} , A_{2f} , A_{3f} – амплитуды первой, второй и третьей упругих гармоник КУВ.

Зависимость амплитуды второй гармоники A_{2f} от амплитуды основной волны A_{1f} в твердых телах определяется следующим уравнением [116, 117]:

$$A_{2f} \sim N_2 k_f^2 L A_{1f}^{M_2} \quad (2.3)$$

Безразмерный параметр N_2 характеризует величину упругой нелинейности в образце, а параметр M_2 – коэффициент, определяющий степенную зависимость амплитуды второй гармоники от амплитуды основной частоты.

Амплитуда третьей гармоники КУВ пропорциональна амплитуде основной частоты в степени M_3 :

$$A_{3f} \sim N_3 k_f^3 L A_{1f}^{M_3}, \quad (2.4)$$

N_2 и N_3 — нелинейные упругие параметры, характеризующие квадратичную и кубичную нелинейную упругость материала клина.

Для дальнейшего анализа экспериментальных результатов генерации гармоник КУВ выражения (2.3) и (2.4) были прологарифмированы:

$$\ln(A_{2f,N}) = \ln(N_2 k_f^2 L) + M_2 \ln(A_{1f,N}), \quad (2.5)$$

$$\ln(A_{3f,N}) = \ln(N_3 k_f^3 L) + M_3 \ln(A_{1f,N}), \quad (2.6)$$

где $A_{1f,N}$, $A_{2f,N}$ и $A_{3f,N}$ – значения амплитуд первой, второй и третьей гармоник клиновых волн, нормированные на 1В.

Из сравнения равенства (2.5) с уравнением прямой $y = Cx + B$ следует:

$$y = \ln A_{2f,N}, x = \ln A_{1f,N}, C = M_2, B = \ln(N_2 k_f^2 L) + C_0 \quad (2.7)$$

где C_0 – константа, не зависящая от A_{1f} . Согласно (2.7), тангенс угла наклона аппроксимирующей прямой к оси абсцисс равен показателю степени M_2 в (2.3). Таким образом, показатель степени M_2 может быть определён по экспериментальной зависимости $A_{2f}(A_{1f})$ после её логарифмирования и её аппроксимации методом наименьших квадратов. Аналогичным образом по экспериментальной зависимости $A_{3f}(A_{1f})$ определяется коэффициент M_3 .

В бездефектном твердом теле упругая нелинейность определяется ангармонизмом межатомного взаимодействия и называется классической нелинейностью. В этом случае в выражении (2.3) показатели степени $M_2 = 2$, а в (2.4) $M_3 = 3$. Однако этот механизм упругой нелинейности не приводит к

генерации второй гармоники изгибной КУВ в изотропных твердых телах [63].

В средах с дефектами, кроме классической нелинейности, проявляется неклассическая нелинейность, обусловленная дефектной структурой материала. В таких средах, а также в анизотропных средах, генерация второй гармоники КУВ возможна [69], и степенная зависимость акустических гармоник может отличаться от классической: $M_2 \neq 2$ и $M_3 \neq 3$ [63, 69]. Так, в [118] наблюдался переход от степени 2 к дробной степени 3/2 в амплитудной зависимости второй гармоники с ростом амплитуды сдвиговой первичной волны в неконсолидированной гранулированной среде. Неклассическая степенная зависимость амплитуды второй гармоники от амплитуды первой гармоники продольной волны была обнаружена в поликристаллическом сплаве В95 и композите В95/наноалмаз: в сплаве В95 показатель степени $M_2 = 1,84 \pm 0,01$, а в композите В95/наноалмаз $M_2 = 1,74 \pm 0,01$ [119]. В §1.3 рассматривалась статья [62], в которой было показано теоретически, что в клине с однородно распределенными микротрещинами вторая гармоника линейно зависит от амплитуды первой.

2.3.2. Результаты экспериментальных исследований

При возбуждении КУВ в 30° клине на осциллографе регистрировалось два импульса (рис. 2.3.2.), соответствующих первой и второй модам КУВ со скоростями равными 1490 ± 60 м/с и 2590 ± 120 м/с соответственно. Скорость КУВ определялась стандартным эхо-импульсным методом путем измерения времени распространения импульсов КУВ τ_1 и τ_2 в образце с помощью осциллографа. В 60° клине на осциллографе наблюдался один импульс, соответствующий единственной моде КУВ в этом клине, скорость этой моды КУВ составила 2580 ± 120 м/с. При определении скорости КУВ в образце по величине задержки сигнала эхо-импульсным методом величина погрешности значительно выше, чем при измерениях по визуализации с

помощью лазерного виброметра, как результат, в данном случае дисперсия не наблюдалась, но на дальнейшие исследования нелинейных свойств эти показатели влияния не имеют.

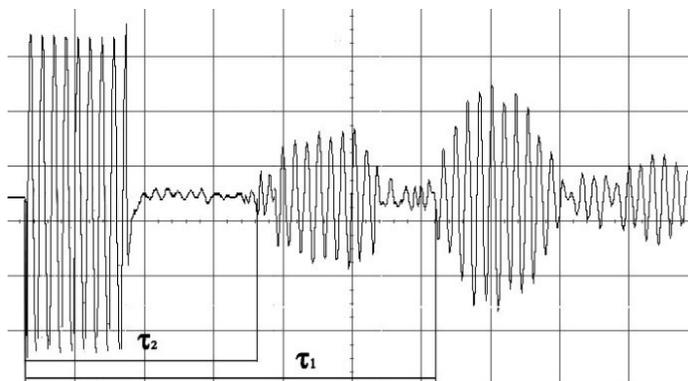


Рис. 2.3.2. Развёртка осциллографа при измерениях в 30-градусном клине.

Для экспериментальных исследований были выбраны: вторая мода КУВ в 30° клине на частоте 494 кГц и единственная мода КУВ в 60° клине на частоте 399 кГц. Скорости КУВ этих мод в пределах ошибки эксперимента совпадали. В этих клиньях была экспериментально измерена зависимость поглощения КУВ в клине от ее амплитуды (Рис. 2.3.3. Погрешность измерений составляет $0,015 \text{ м}^{-1}$). Как следует из приведенных рисунков (Рис. 2.3.3.), в обоих клиньях было обнаружено нелинейное поглощение клиновых волн. При этом в 60° -ном клине изменение поглощения КУВ от ее амплитуды проявляется сильнее по сравнению 30° клином. Это обусловлено более сильной локализацией в 60° клине по сравнению со 2ой модой 30° клина и тем, что вся энергия клиновой волны сосредоточена в единственной моде.

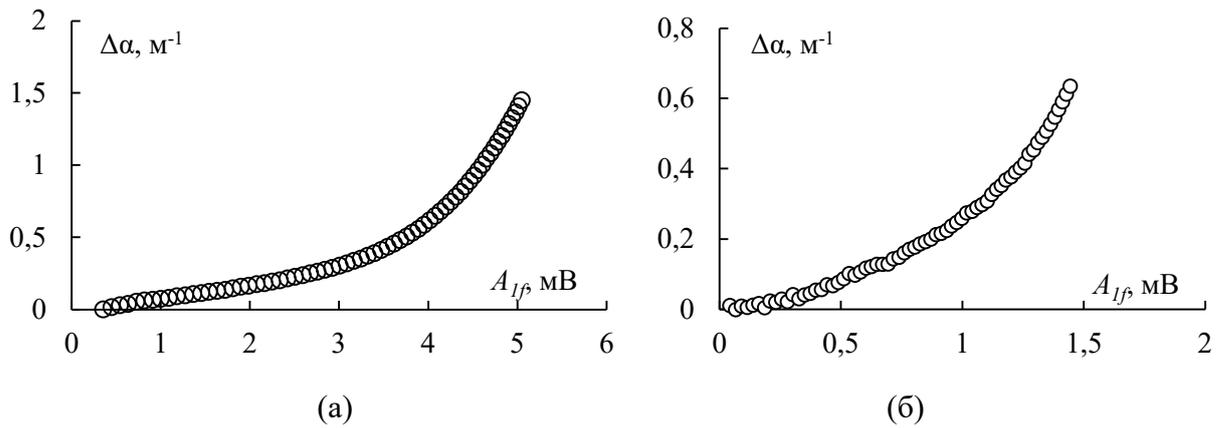


Рис. 2.3.3. Зависимость изменения поглощения клиновидной волны от её амплитуды для 2ой моды клина с апертурой угла 30 градусов (а), и 1ой (и единственной) моды в клине с апертурой 60 градусов (б).

В этих образцах был также исследован эффект быстрой динамики КУВ: зависимость скорости КУВ от ее амплитуды. Результаты исследований эффекта быстрой динамики КУВ приведены на Рис. 2.3.4 (Погрешности измерений составили $0,07 \cdot 10^{-4}$ единиц). Как видно из рисунка, эффект быстрой динамики КУВ в 60° клине проявляется сильнее по сравнению с аналогичным эффектом в 30° клине. Это связано с особенностями локализации основной моды КУВ в 60° клине и второй клиновидной моды в 30° клине. Обнаруженный эффект быстрой динамики КУВ указывает на наличие в нем дефектов, приводящих к возникновению в клине структурной нелинейности.

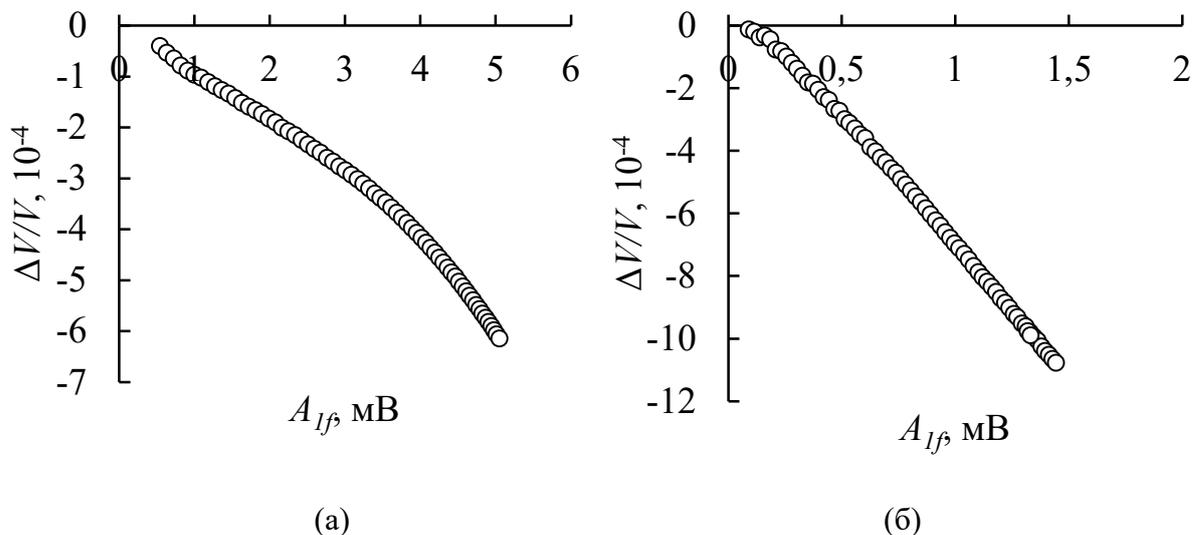
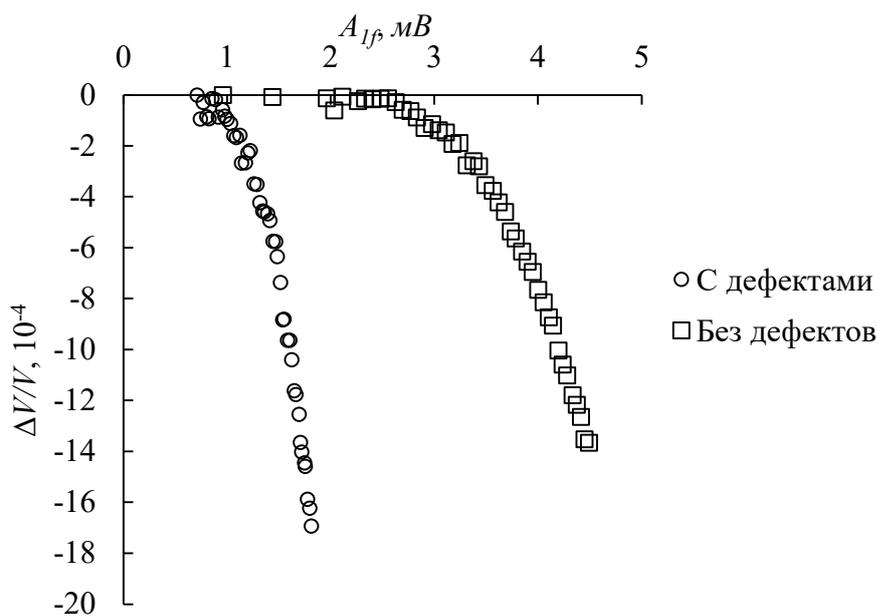
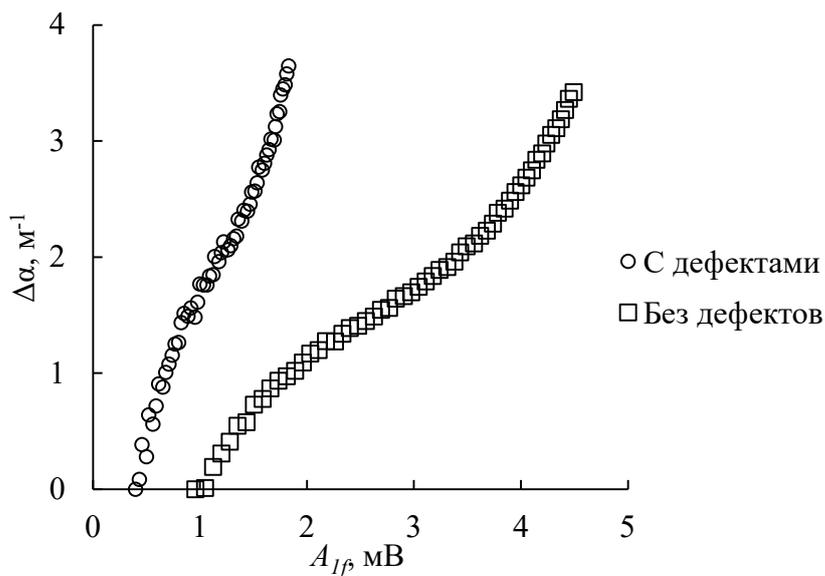


Рис. 2.3.4. Эффект быстрой динамики КУВ в клиньях с апертурой 30° (а) и апертурой 60° (б).

Было выполнено контрольное сравнение эффектов нелинейного поглощения и эффекта быстрой динамики КУВ для двух клиньев с апертурами углов 60 градуса из сплава Д16 без дополнительно созданных дефектов (Рис. 2.2.1) и с дефектами, созданными наклепом (Рис. 2.3.1) ($f=317$ кГц). Погрешности измерений на Рис. 2.3.5. составили $0,1 \cdot 10^{-4}$ ед. и $0,02 \text{ м}^{-1}$ при $\Delta V/V < -1$ соответственно. (Погрешности при нуле значительно больше).



(а)

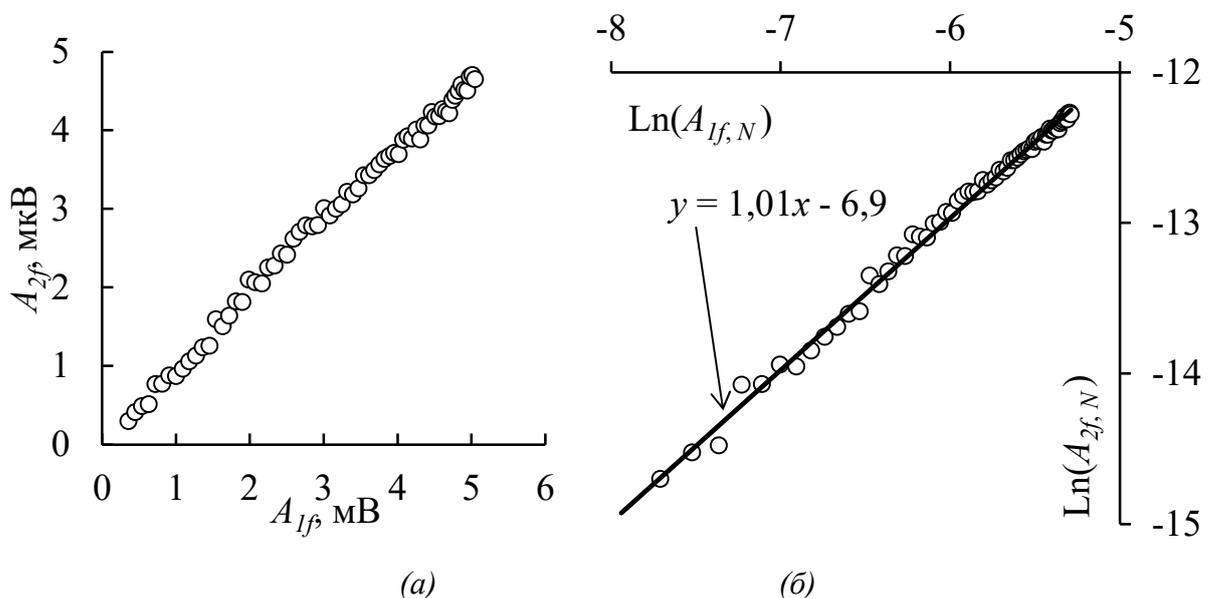


(б)

Рис. 2.3.5. Эффекты быстрой динамики (а) и нелинейного поглощения (б) КУВ в клиньях без дополнительно созданных дефектов и с искусственно созданными дефектами.

В обоих образцах обнаружены эффекты быстрой динамики и нелинейного поглощения, однако, в образце с искусственно созданными остаточными упругими напряжениями эти эффекты имеют значительно более выраженный характер. Это объясняется тем, что в обоих образцах присутствует как классическая нелинейность, так и структурная нелинейность, обусловленная поликристаллической структурой металла, методами изготовления и обработкой образцов. Искусственно созданные остаточные упругие напряжения в образце с дефектами, в свою очередь, дополнительно увеличивают общую суммарную нелинейность образца.

Генерация второй гармоники КУВ экспериментально исследована в 30° и 60° клиньях. В обоих образцах в спектре гармонической КУВ конечной амплитуды, прошедшей через образец клина, помимо КУВ на частоте зондирующей волны f с амплитудой A_{1f} , также зарегистрирована вторая гармоника КУВ с амплитудой A_{2f} на частоте $2f$. Зависимости амплитуд второй гармоники от амплитуды первой измерялись в 30° клине ($f = 494$ кГц, $2f = 988$ кГц) и в 60° клине ($f = 399$ кГц, $2f = 798$ кГц). Результаты экспериментальных исследований зависимости амплитуды второй гармоники КУВ от амплитуды первой гармоники КУВ в 30° , 60° клиньях приведены на Рис. 2.3.6а, в. (Погрешности измерений составили 0,1 мкВ)



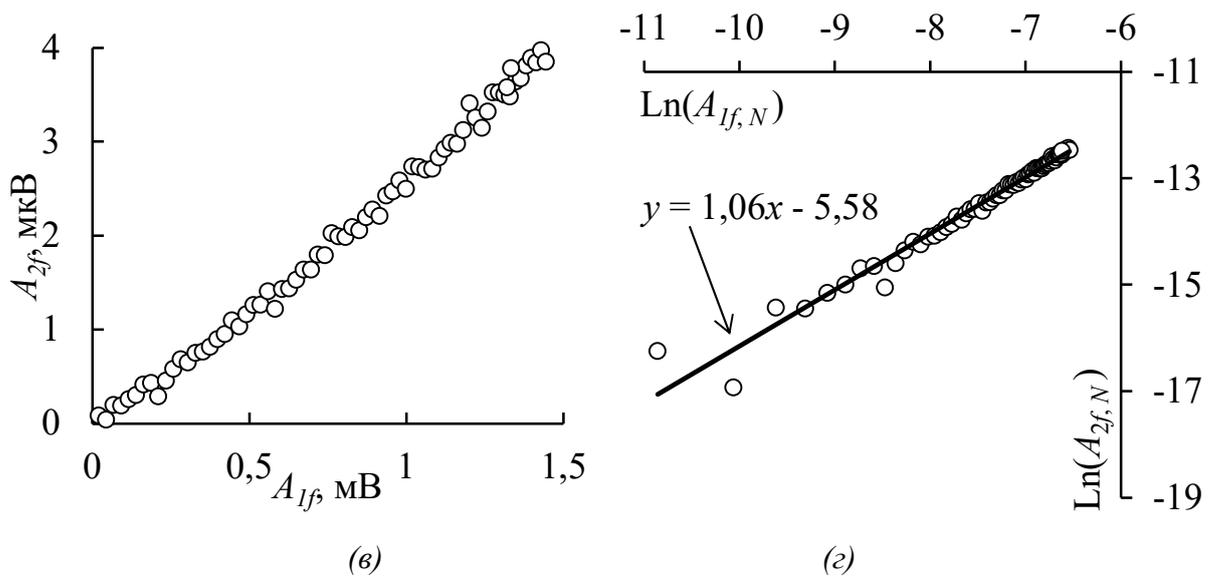


Рис. 2.3.6. Зависимость амплитуды второй гармоники клиновой волны A_{2f} от амплитуды первой гармоники A_f в линейном масштабе: а) в 30° клине, в) в 60° клине, и в двойном логарифмическом масштабе: б) в 30° клине, г) в 60° клине.

В образце клина без искусственно созданных дефектов амплитуда второй гармоники не превышала уровень шума. В этом случае генерация второй гармоники связана с мезомасштабными неоднородностями и некоторым количеством дефектов надмолекулярной структуры (дислокации, межзёренные границы, микротрещины и т.д.) в изотропном клине, возникших при его изготовлении.

На рис. 2.3.6 а,в видно, что во всех исследованных в работе клиньях амплитуда второй гармоники A_{2f} КУВ практически линейно зависит от амплитуды первой гармоники A_{1f} КУВ. Для уточнения этого предположения экспериментальные результаты зависимости амплитуды второй гармоники A_{2f} от амплитуды первой A_{1f} гармоники КУВ были представлены в двойном логарифмическом масштабе, согласно (2.5).

Полученные зависимости (Рис. 2.3.6 б,г) с достаточной степенью точности методом наименьших квадратов аппроксимируются прямой $y = Cx + B$:

$$y = \ln A_{2f,N}, x = \ln A_{1f,N}, C = M, B = \ln(N_2 k_f^2 L) + C_0$$

Проведенный анализ зависимостей, приведенных на рис. 2.3.6 б,г, позволил определить численные значения показателя M в уравнении (2.3).

Этот показатель оказался равным: $M = 1,01 \pm 0,05$ для 30° клина и $M = 1,06 \pm 0,05$ для 60° клина. Согласно уравнению (2.3) с измеренными величинами M амплитуда второй гармоники A_{2f} практически линейно зависит от амплитуды первой гармоники A_{1f} , что согласуется с результатами теоретических расчетов, проведенных для клина с однородно распределенными по объему трещинами в работе [62].

Обнаруженный эффект быстрой динамики в 30° и 60° клиньях и практически линейная зависимость амплитуды второй гармоники A_{2f} от амплитуды первой гармоники A_{1f} в исследованных клиньях не могут быть объяснены в рамках классической пятиконстантной теории упругости Мэрнагана [120]. Как уже упоминалось выше, согласно [63, 69], линейная зависимость второй упругой гармоники A_{2f} от амплитуды первой гармоники A_{1f} наблюдается в дефектных средах. Это позволяет сделать вывод, что генерация второй гармоники КУВ и эффект быстрой динамики в изотропных образцах клиньев объясняется наличием в них дефектов, приводящих к появлению структурной нелинейности в материале клина. Обнаруженные нелинейные упругие эффекты могут служить диагностическими признаками наличия дефектов в материале клиньев.

§2.4. Экспериментальное исследование нелинейных упругих свойств прямого изотропного клина при его одноосном растяжении

2.4.1. Исследуемый образец, экспериментальная установка и методика исследования

В настоящее время из акустических методов неразрушающего контроля на стадии эксплуатации оборудования и элементов конструкций под действием механической нагрузки широко применяются в основном только акустико-эмиссионный и вибродиагностический методы обнаружения развивающихся или способных к развитию трещин. Однако недостатком метода акустической эмиссии является повышенная чувствительность к помехам и шумам, а вибрационная диагностика позволяет диагностировать только оборудование, создающее вибрацию во время работы. При этом параметры вибрации зависят от большого количества факторов, что приводит к сложности выделения вибрационного сигнала, обусловленного наличием неисправности. В настоящей работе рассматриваются методы нелинейной акустической дефектоскопии, основными проявлениями которой является генерация второй гармоники, эффекты быстрой динамики и нелинейное поглощение. Поэтому исследование влияния нагрузки на нелинейные упругие свойства КУВ в клине с дефектами является актуальной задачей.

Для экспериментальных исследований влияния одноосного растяжения клина на нелинейные упругие свойства КУВ в изотропном клине из цилиндрического прутка диаметром 12 мм из сплава Д16 был изготовлен образец клина с остаточными сдвиговыми деформациями (Рис. 2.4.1), Остаточные деформации в исходном прутке создавались при вращении прутка, закрепленного на одном конце, вокруг его оси в токарном станке. После снятия крутящего момента в прутке оставались деформации сдвига, микротрещины, дислокации. Величина остаточных сдвиговых деформаций оценивалась по величине изгиба образующей на поверхности цилиндрического стержня и была равна 0,3. Изготовленный клин имел длину

10 см и апертуру угла 44° . Для закрепления образца в растягивающем устройстве в его торцах были просверлены отверстия диаметром 6 мм, в которых была нарезана резьба.



Рис. 2.4.1. Клин с остаточными сдвиговыми напряжениями (с углом 44°)

Измерения в образце клина с апертурой угла 44° проводились импульсным и спектральным ультразвуковыми методами (см. §2.3.1). В ходе эксперимента проводились измерения следующих параметров клиновой волны: амплитуды основной и второй гармоник клиновой волны, фазы принимаемого сигнала, а также величины механического давления на образец, создаваемого механической силой, прикладываемой к образцу параллельно ребру клина.

Для деформирования образцов нами была разработана система для создания контролируемой силы, действующей на образец параллельно ребру клина. Эта система использовалась совместно с основной установкой, показанной на рисунке 2.1.1. Полная схема установки с системой для контролируемой деформации образца показана на рисунке 2.4.2.

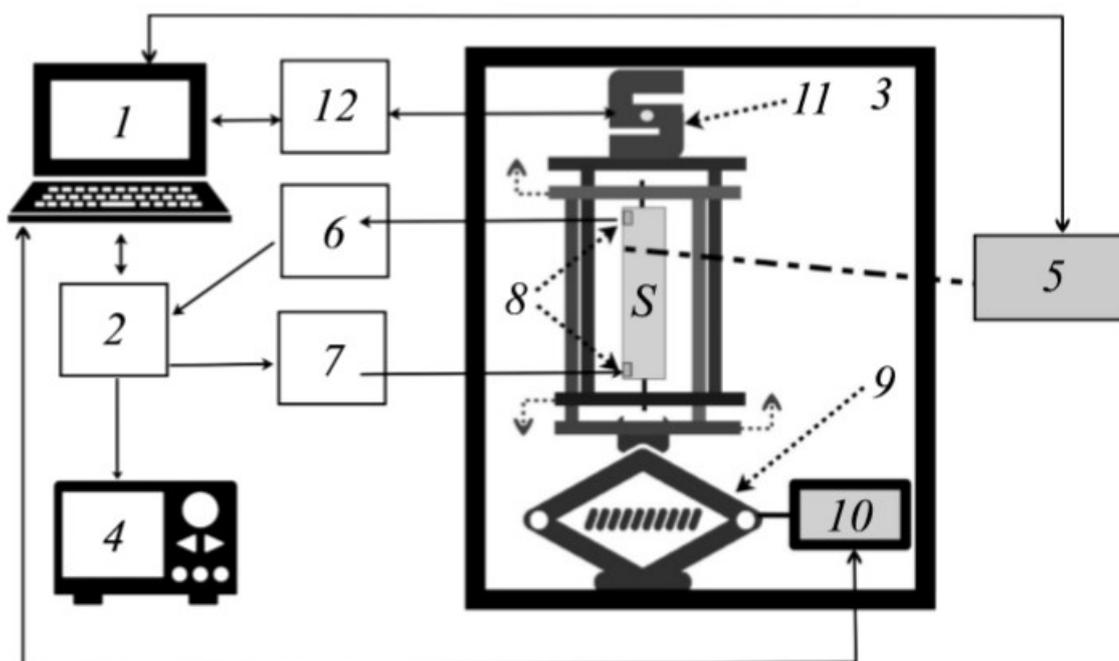


Рис. 2.4.2. Блок-схема автоматизированной экспериментальной установки для исследования линейных и нелинейных упругих свойств КУВ: S — образец, 1 — персональный компьютер, 2 — ультразвуковой автоматизированный комплекс Ritec RAM-5000 SNAP SYSTEM, 3 — система для создания контролируемого одноосного растяжения, 4 — цифровой осциллограф DS09104A, 5 — доплеровский виброметр PSV-300, 6, 7 — фильтры низких и высоких частот, 8 — пьезоэлектрические преобразователи, 9 — винтовой домкрат, 10 — шаговый двигатель, 11 — датчик силы, 12 — АЦП.

Сила, прикладываемая к образцу вдоль его оси, создавалась домкратом 9, управляемым шаговым двигателем 10. Это позволяло изменять приложенную к образцу силу по заданной программе. Создаваемое давление измерялось электронным датчиком 11. Электрический сигнал с датчика, пропорциональный приложенной силе, оцифровывался 16 разрядным АЦП фирмы National Instruments (USA) - 12 с частотой дискретизации 400 кГц. АЦП по каналу USB был соединен с ПК - 1. Цифровая информация с АЦП в ходе эксперимента поступала в персональный компьютер для ее хранения и анализа.

Для управления работой шагового двигателя и проведения ультразвуковых измерений с автоматической регистрацией показаний датчика давления для ПК был использован пакет программ, разработанный в нашей лаборатории.

В образце исследовалась зависимость амплитуды второй гармоники от амплитуды КУВ на основной частоте, а также зависимость влияния величины статической механической нагрузки, прикладываемой к образцу, на скорость распространения КУВ (акустоупругий эффект) и на эффективность генерации второй гармоники КУВ.

2.4.2. Результаты экспериментальных исследований

Генерация второй гармоники КУВ $2f = 600$ кГц в 44° клине экспериментально исследована при распространении в нем зондирующей волны на частоте $f = 300$ кГц. Результаты экспериментальных измерений зависимости амплитуды второй гармоники КУВ от амплитуды первой гармоники КУВ в 44° клине приведены на рис. 2.4.3 (Погрешности измерений составили $0,1$ мкВ).

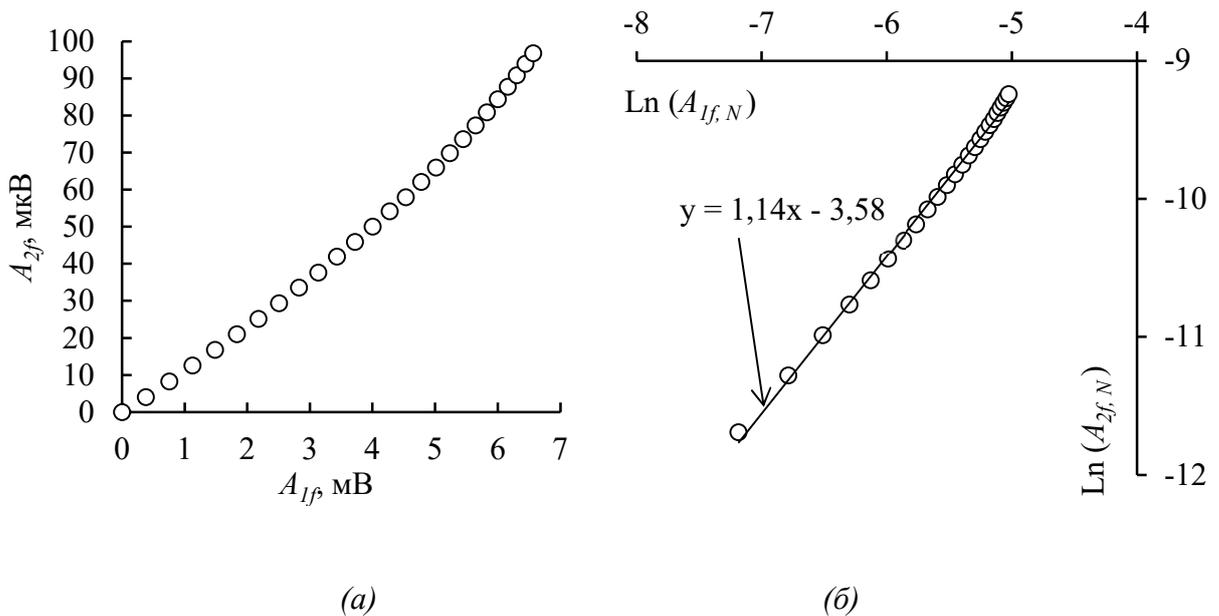


Рис. 2.4.3. Зависимость амплитуды второй гармоники клиновой волны A_{2f} от амплитуды первой гармоники A_{1f} в 44° клине а) в линейном масштабе; б) в двойном логарифмическом масштабе.

Как и в образцах изотропных прямых клиньев с остаточными упругими деформациями с углами 30° и 60° (§ 2.3.1), в 44° клине зависимость амплитуды второй гармоники A_{2f} КУВ от амплитуды первой гармоники A_{1f} КУВ близка к линейной. При этом коэффициент M_2 оказался

равен $1,14 \pm 0,05$. Такую зависимость можно объяснить наличием дефектов в материале клина, возникших при его изготовлении.

Также в клине с апертурой угла 44° было исследовано влияние реверсивно изменяющейся растягивающей механической силы F приложенной параллельно ребру клина и создающей в нем механическое напряжение σ в интервале $0 - 25 - 0$ МПа, на величину амплитуды второй гармоники КУВ в нем (рис. 2.4.4. Планки погрешности измерений меньше размеров маркера точки и составляют не более $- 0,1$ мкВ). Измерения проводились в импульсном режиме на частоте зондирующего сигнала $f = 300$ кГц.

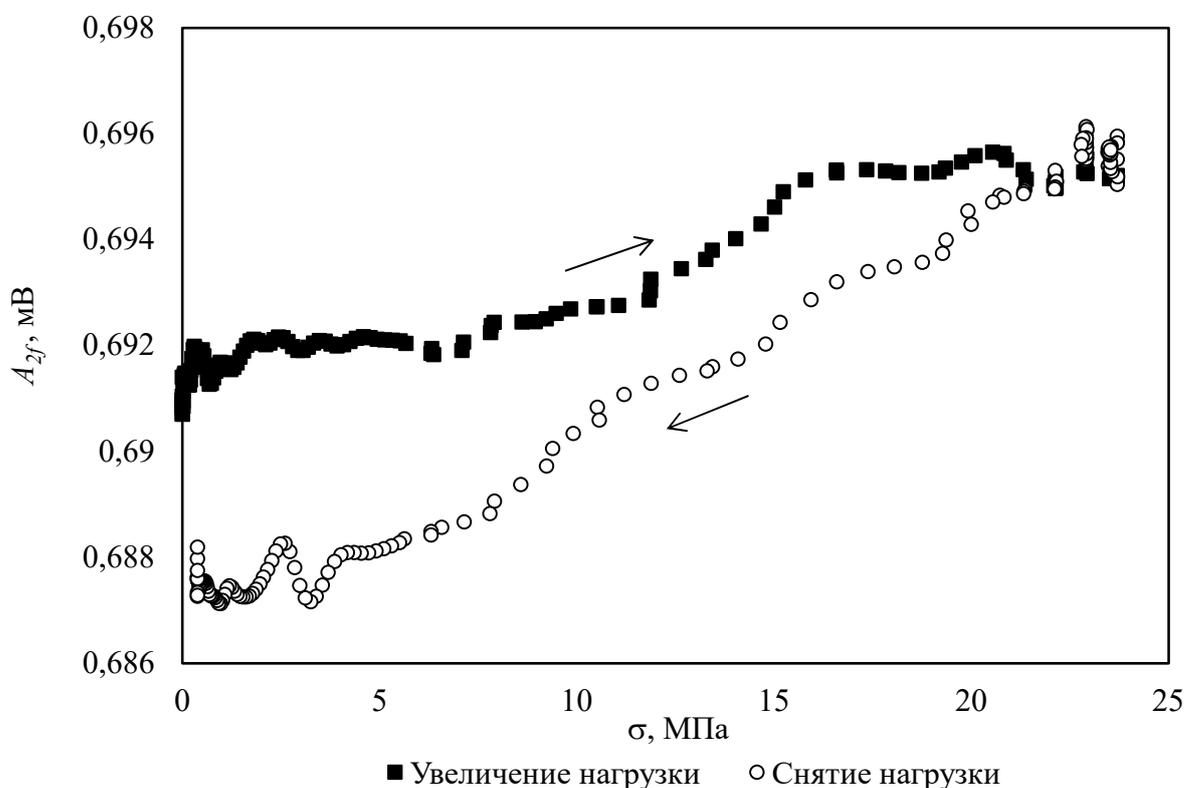


Рис. 2.4.4. Влияние механического напряжения σ на величину амплитуды второй гармоники КУВ в клине с апертурой угла 44° .

С увеличением величины растягивающего напряжения σ от 0 до 25 МПа амплитуда второй гармоники практически линейно увеличивалась на $\approx 0,7\%$, при уменьшении приложенного давления от 25 МПа до 0 амплитуда второй гармоники КУВ уменьшалась также практически линейно на $\approx 1,4\%$. При этом амплитуда второй гармоники при $\sigma = 0$ не возвращалась к

первоначальному значению. Максимальное значение приложенного к образцу статического механического напряжения $\sigma = 25$ МПа значительно меньше условного предела текучести $\sigma_{0.2} = 340$ МПа в материале клина сплава Д16 [121]. Поэтому в интервале механических напряжений $0 - 25 - 0$ МПа, приложенных к клину, материал клина находился в области упругих деформаций. Приведенная на рис. 2.4.4 зависимость амплитуды второй гармоники КУВ от реверсивно изменяющегося механического напряжения σ вызвана не пластической деформацией образца, а связана с перестройкой дефектной структуры в материале клина.

Немонотонное поведение амплитуды второй гармоники в диапазоне давления от 0 до 4 МПа может быть связано с тем, что при слабом поджатии система для создания механических напряжений в образце может генерировать паразитный вклад в высшие гармоники за счёт хлопающей нелинейности.

Также в этом образце был исследован акустоупругий эффект: зависимость относительного изменения скорости упругой волны в образце от величины механического напряжения, приложенного к образцу параллельно ребру клина (Рис. 2.4.5 Погрешности измерений составили $0,02 \cdot 10^{-4}$ ед.).

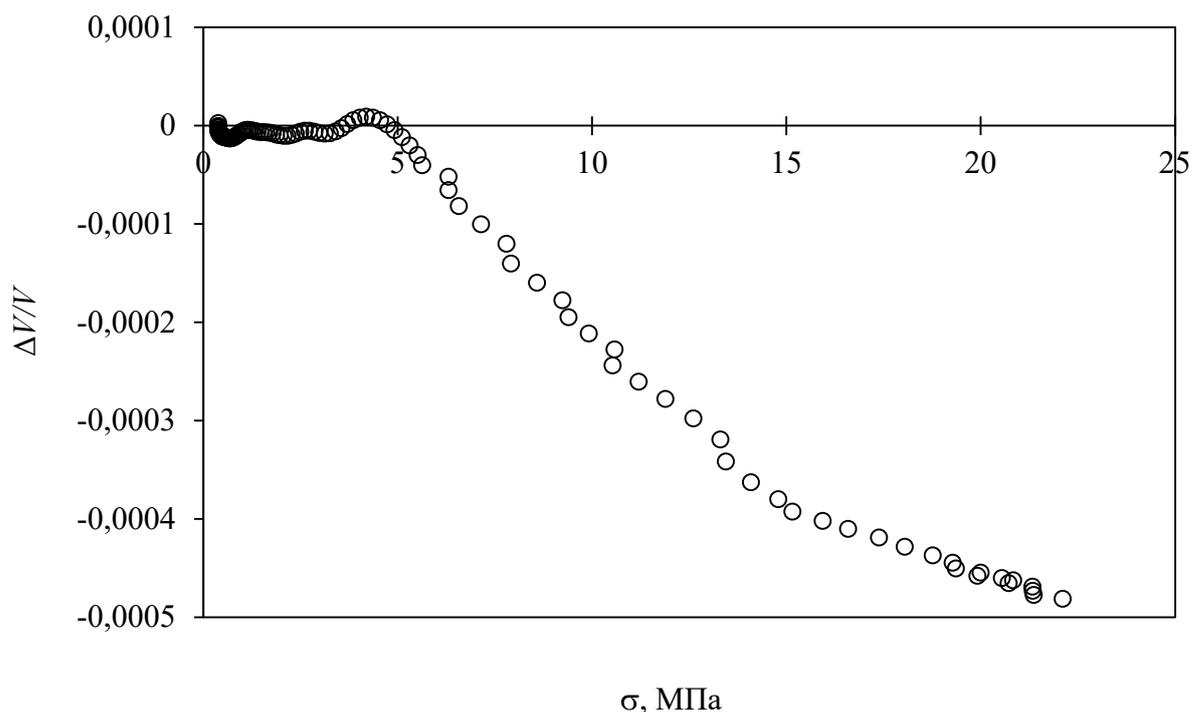


Рис. 2.4.5. Зависимость относительного изменения скорости клиновой волны от величины растягивающего механического напряжения, приложенного к образцу параллельно ребру клина с апертурой 44°.

Наблюдалось, что изменения скорости для клиновых волн в клине из Д16 примерно при одних и тех же механических напряжениях на порядок больше, чем для продольных волн в аналогичном материале [122]. Отсутствие изменения скорости КУВ при начальном увеличении приложенного давления в диапазоне примерно от нуля до 4 МПа может быть связано с люфтом механической системы.

§2.5. Упругие волны в цилиндрических клиньях с различными граничными условиями на внутренней стороне клина

2.5.1. Исследуемые образцы и методика их исследования

Следующим образцом для экспериментальных исследований распространения КУВ был выбран цилиндрический клин из изотропного поликристаллического сплава Д16 [20]. Для проведения экспериментальных исследований особенностей распространения КУВ в цилиндрических клиньях были изготовлены экспериментальные образцы таких клиньев с положительной и отрицательной кривизной из цилиндрического прутка сплава алюминия Д16 диаметром 98 мм (Рис. 2.5.1а, б).

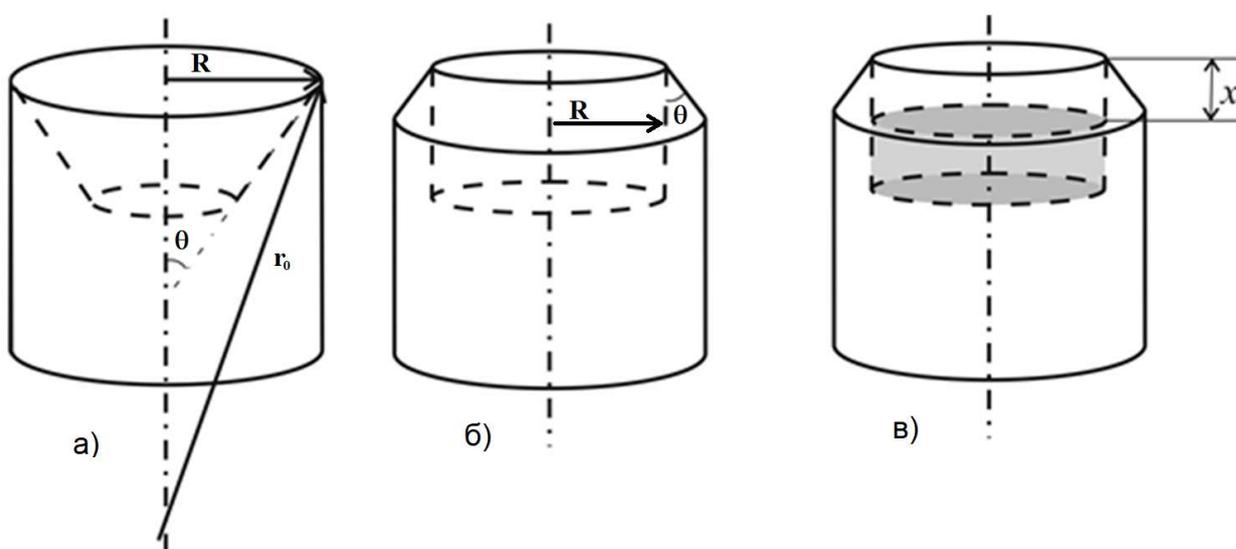


Рис. 2.5.1. (а) Цилиндрический клин с положительной кривизной; (б) цилиндрический клин с отрицательной кривизной; (в) цилиндрический клин с жидкостью.

Образцы клиньев были изготовлены на внутренней и внешней сторонах цилиндра и выполнены с примерно одинаковыми углами раскрытия θ : угол клина с положительной кривизной $\theta = 33^\circ$ (Рис. 2.5.2), а клина с отрицательной кривизной $\theta = 32^\circ$. Радиус ограничивающего цилиндра в

клине с отрицательной кривизной составлял $R = 36,6$ мм, а с положительной кривизной был равен $R = 49$ мм.



Рис. 2.5.2. Цилиндрический клин с положительной кривизной (вид сверху).

Экспериментальные исследования проводились с использованием установки (рис. 2.1.1). Размещение преобразователей на образце клина показано на рисунке 2.5.3.

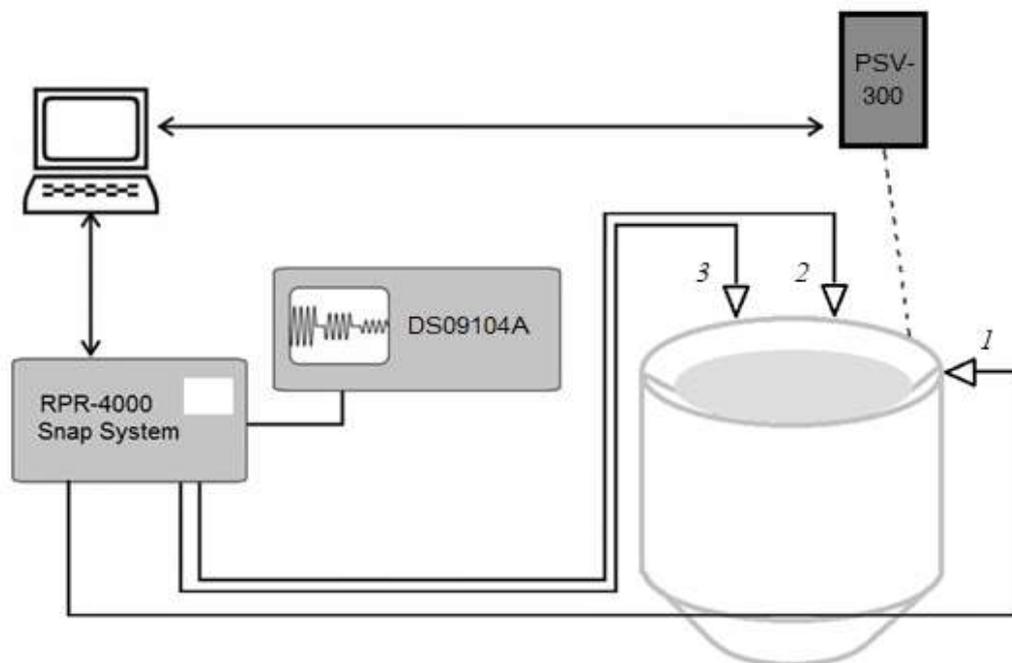


Рис. 2.5.3. Схема экспериментальной установки и размещения преобразователей на образце клина.

Возбуждение и прием ультразвуковых КУВ проводилось методом point-to-point [123] с помощью системы из трёх точечных преобразователей (1 – излучающий преобразователь, 2, 3 – принимающие преобразователи с коническими концентраторами).

Скорость КУВ определялась по задержке прохождения импульса КУВ между двумя принимающими преобразователями, а также на основании визуализации распространения колебаний ребра клина лазерным виброметром по скорости распространения фронта клиновидной волны (рис. 2.5.4). Кроме того, с помощью лазерного виброметра проводилось измерение распределения амплитуды КУВ перпендикулярно ребру клина. Эти измерения позволили оценить степень локализации первой антисимметричной моды КУВ у ребра клина.

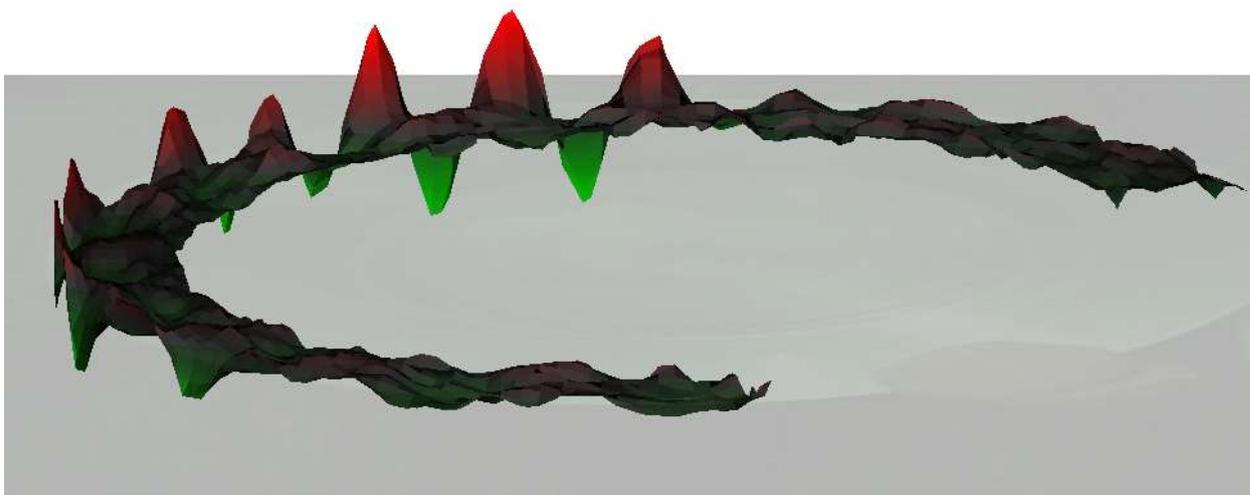


Рис. 2.5.4. Визуализация распространения КУВ в цилиндрическом клине с положительной кривизной с помощью лазерного виброметра PSV-300 (Polytec).

Экспериментальные исследования в образцах клиньев проводились в диапазоне частот от 100 до 600 кГц. Выбор частотного диапазона обуславливался геометрическими размерами образцов и обеспечивал наблюдение дисперсии клиновых волн в указанном диапазоне. Длительность зондирующего электрического импульса составляла 3-5 периодов зондирующей волны, частота повторения от 10 мс до 1 с, в зависимости от режима измерения. Для исключения влияния встречных волн с одной

стороны от источника сигнала на ребро клина помещался кусочек пластилина.

Для исследования распространения клиновых волн для случаев, когда внутренняя поверхность клина граничит с жидкостями с различной вязкостью, использовались жидкости, имеющие различную вязкость и плотность: вода (плотность – 1000 кг/м^3 , скорость звука – 1490 м/с , кинематическая вязкость – $0,894 \text{ мм}^2/\text{с}$ [124]), 86% водный раствор глицерина (измеренная нами плотность – $1221 \pm 0.5 \text{ кг/м}^3$, измеренная скорость звука – $1950 \pm 20 \text{ м/с}$, динамическая вязкость $0,0926 \text{ Па}\cdot\text{с}$ [125]) и машинное масло марки по SAE 10W-30 (измеренная плотность $890 \pm 1 \text{ кг/м}^3$, кинематическая вязкость – $146,5 \text{ мм}^2/\text{с}$ [126], измеренная в работе скорость звука – $1420 \pm 20 \text{ м/с}$). Все значения приведены для температуры 25°C и атмосферном давлении.

Схема заполнения клина жидкостью показана на рисунке 2.5.1в.

2.5.2. Результаты экспериментальных исследований

Предварительно экспериментально была измерена величина скорости поверхностной акустической волны (ПАВ) в образце из сплава алюминия Д16, из которого были изготовлены клинья. Скорость ПАВ была равна $2950 \pm 30 \text{ м/с}$.

На основании предоставленных нами экспериментальных результатов измерений скорости ПАВ в образце клина и скоростей звука в воде, глицерине и машинном масле, а также величин плотности и кинематической вязкости для жидкостей, используемых для дальнейших исследований и размеров клиньев, к. ф-м. н. Жостковым Р. А., было выполнено моделирование распространения КУВ в наших цилиндрических клиньях двух типов геометрии при заполнении их тремя различными жидкостями и без жидкости [A2].

При численном моделировании распространения КУВ в образцах использовались геометрические размеры изготовленных клиньев и упругие

параметры сплава Д16: плотность – 2775,3 кг/м³, модуль Юнга – 76 ГПа, коэффициент Пуассона – 0,33 и измеренная нами величина скорости ПАВ $V = 2950 \pm 30$ м/с.

На рис. 2.5.5. представлены дисперсионные кривые, рассчитанные по формуле (1.4), полученные на основании численного моделирования и полученные экспериментально для обоих образцов без жидкости.

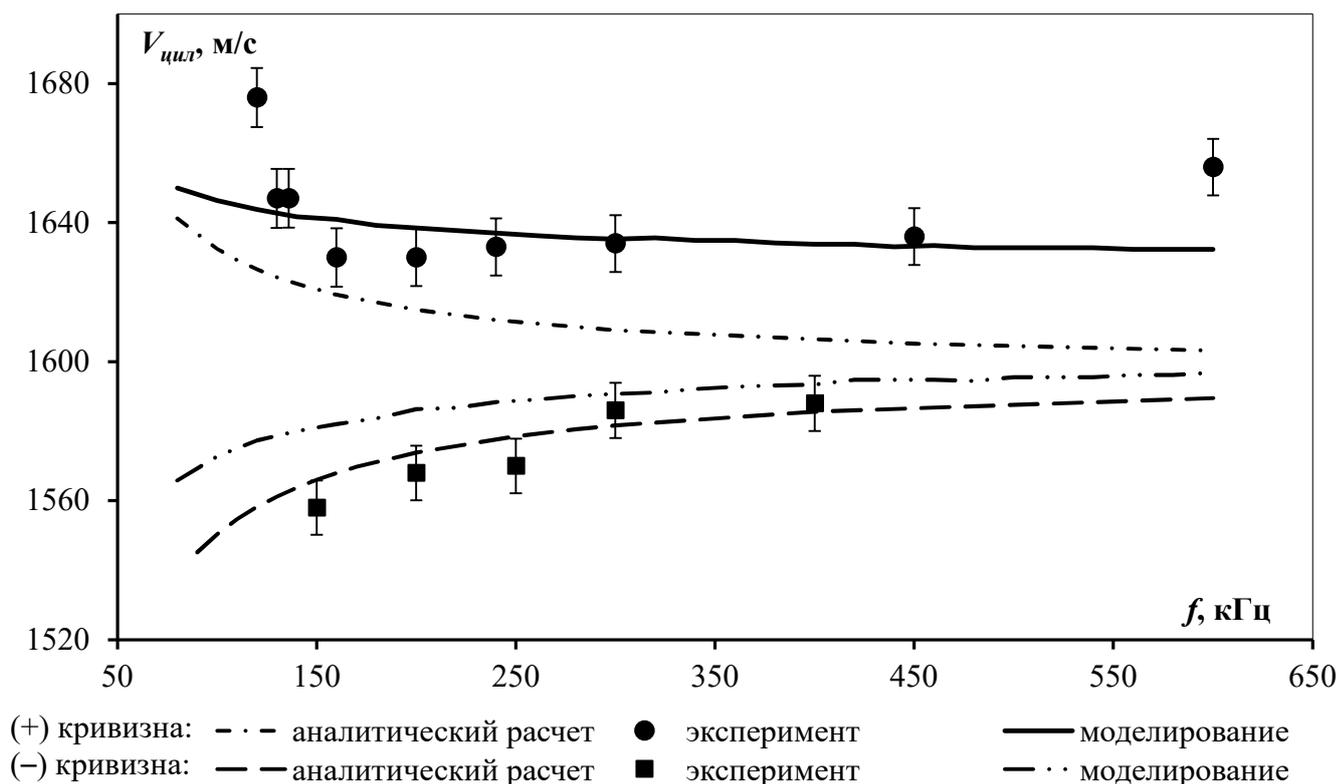


Рис. 2.5.5. Дисперсионные кривые для цилиндрических клиньев с положительной и отрицательной кривизной.

Экспериментальные значения находятся в удовлетворительном соответствии с результатами численного моделирования. Отклонения экспериментальных значений скорости КУВ от результатов расчётов по формуле Крылова (1.4) мы связываем с тем, что формула (1.4) получена в приближении тонкого идеального клина (бесконечного и без усечения).

Отклонение экспериментальных результатов для скорости КУВ в цилиндрическом клине с положительной кривизной на высоких частотах от результатов численного моделирования, объясняется усечением ребра в

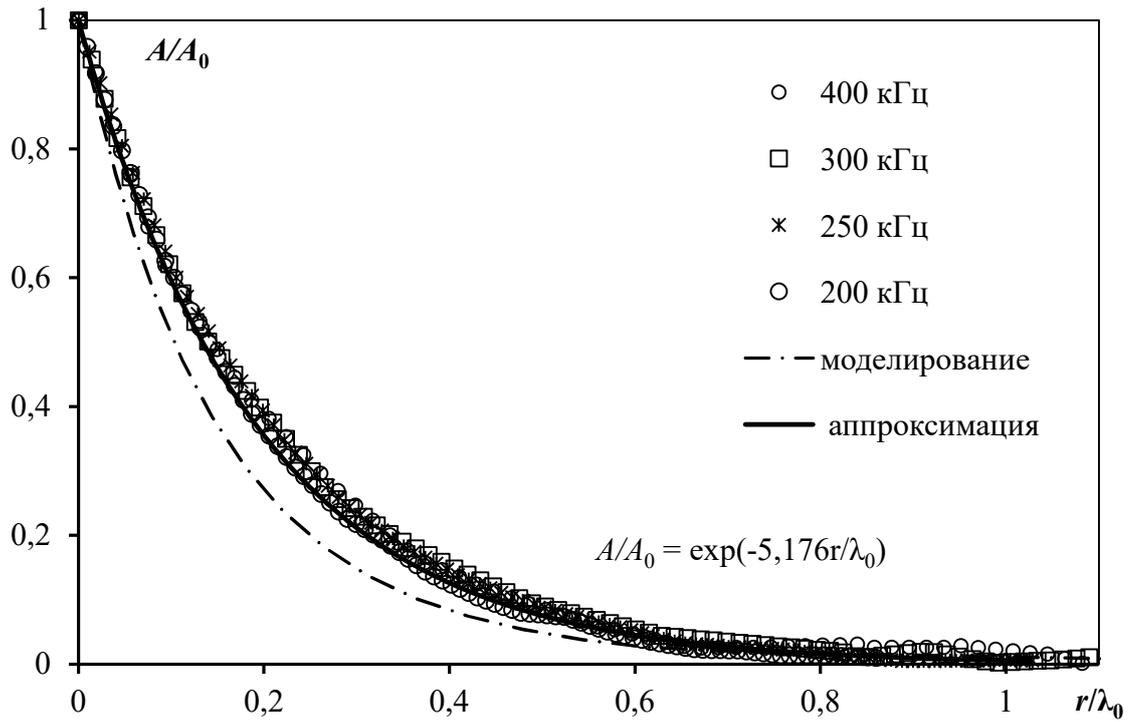
образце экспериментального клина при его изготовлении, сравнимым на высоких частотах с длиной волны [26, 32, 55]. Действительно, если рассматривать усечение клина как скругление, то получается, что по мере приближения к ребру клина угол раскрытия клина увеличивается, и скорость высокочастотных импульсов увеличивается, стремясь к значению скорости волн Рэлея.

На низких частотах длина клиновой волны и область локализации становятся сопоставимы с глубиной образца, а также имеют порядок его радиуса, что приводит в положительном клине к возрастанию скорости на низких частотах. В отрицательном клине наличие кривизны и наличие ограничений глубины клина должны делать вклады в величину скорости с разным знаком. Поэтому, в отрицательном клине не так сильно выражено изменение скорости с понижением частоты.

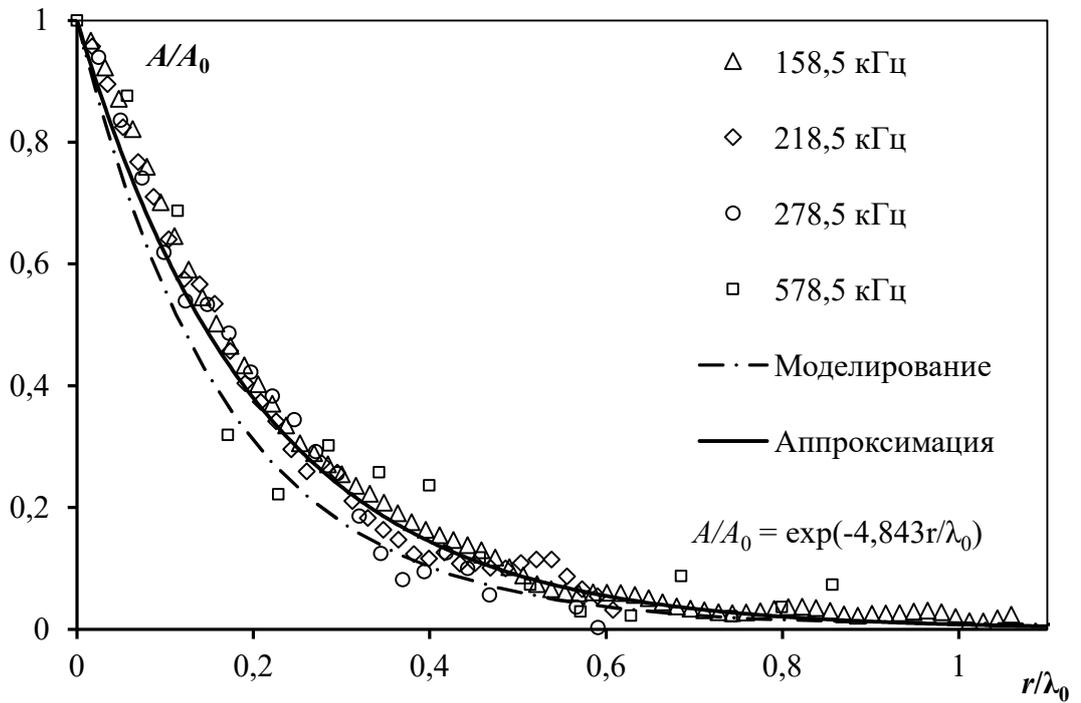
Одновременно с измерением скорости КУВ измерялась амплитуда колебательной скорости по мере распространения импульса вдоль ребра клина. Изменений амплитуды в пределах погрешности измерений зафиксировано не было.

Согласно проведенному моделированию, амплитуда антисимметричной моды КУВ так же, как и в случае прямого клина, убывает экспоненциально в направлении перпендикулярно ребру клина в зависимости от расстояния от ребра клина: $A = A_0 e^{-B \frac{x}{\lambda}}$.

При этом коэффициент B в показателе экспоненты определяется только формой и материалом клина и не зависит от частоты КУВ. На рис. 2.5.6 приведены результаты моделирования и экспериментального измерения локализации КУВ в клине как с положительной, так и с отрицательной кривизной в зависимости от частоты.



(a)



(б)

Рис. 2.5.6. Локализация КУВ в цилиндрических клиньях с положительной (а) и отрицательной кривизной (б).

Амплитуда сигнала нормировалась на ее максимум, а расстояние от вершины клина – на длину клиновой волны. Погрешности нормированных амплитуд равны 0,003 и 0,005 для графиков на Рис. 2.5.6 а и б соответственно. Исключения составляют нормированные амплитуды на частотах 278,5 и 578,5 кГц. Для них погрешность выше и составила 0,03 ед. Коэффициент B для клина с положительной кривизной был равен $B = 5,2 \pm 0,2$, а для клина с отрицательной кривизной $B = 4,8 \pm 0,2$. Это указывает на то, что локализация КУВ у ребра клина в цилиндрических клиньях с положительной кривизной выше, чем в клине с отрицательной кривизной.

Как видно на рис. 2.5.6, результаты численного моделирования и экспериментов находятся в хорошем согласии.

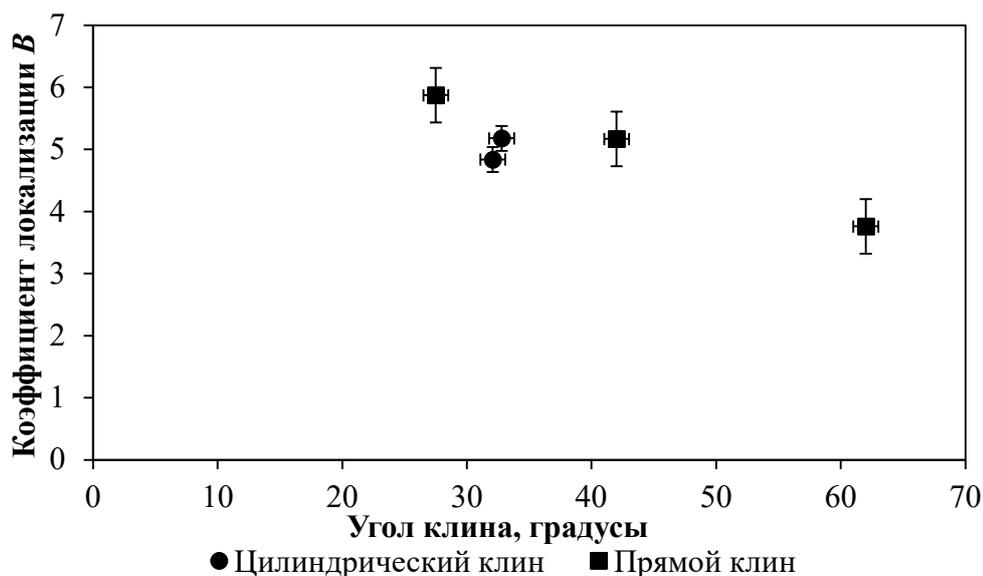
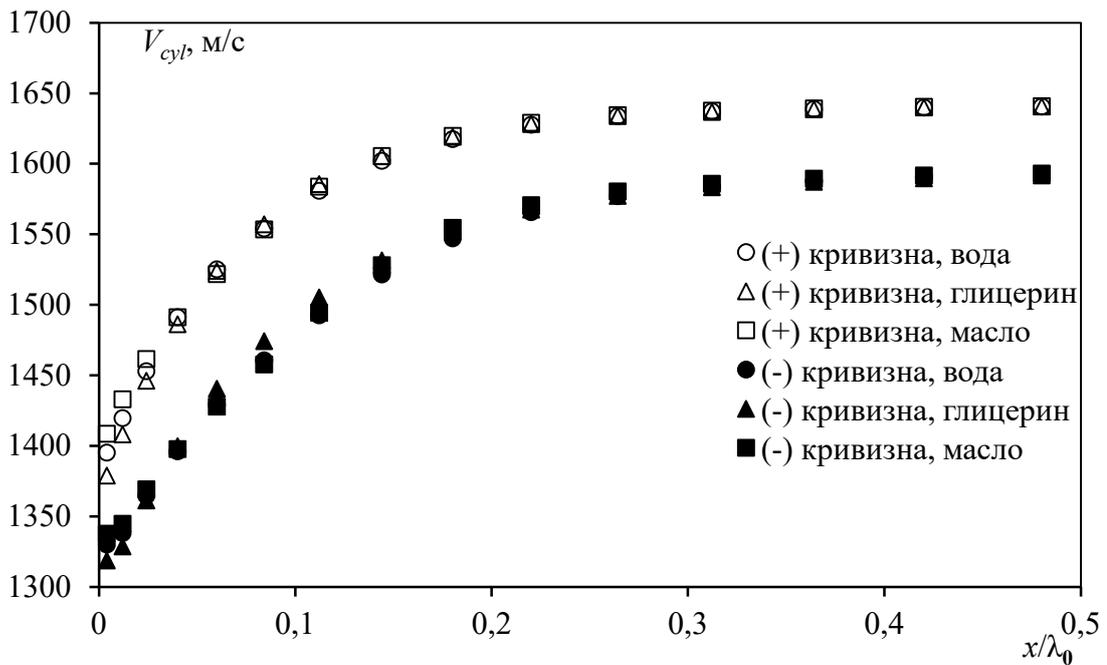


Рис. 2.5.7. Зависимость коэффициента B для локализации КУВ в показателе экспоненты (1.2) от угла клина для прямого и цилиндрических клиньев.

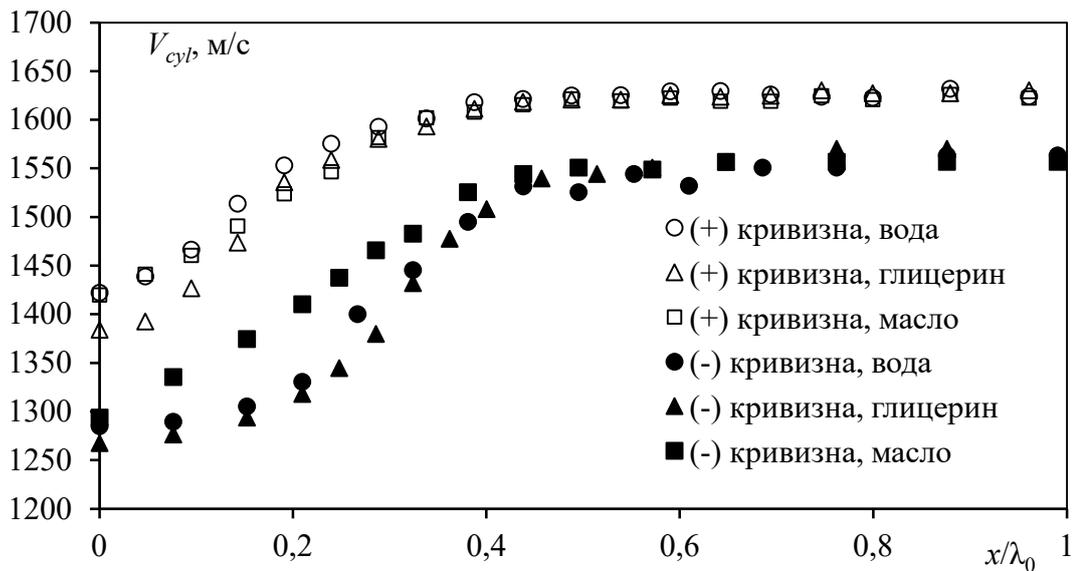
При сравнении значений коэффициента локализации B в прямом клине и в цилиндрических клиньях на одном графике (рис 2.5.7), видно, что коэффициент локализации КУВ для обоих типов цилиндрического клина меньше, чем значение B для прямого клина при том же угле раскрыва.

Дальнейшие исследования проводились с образцами цилиндрических клиньев, заполненными жидкостями, обладающими различной вязкостью и

плотностью. Это привело к различным граничным условиям на внутренней и внешней сторонах клина. Результаты численного моделирования и экспериментального исследования зависимости скорости КУВ от нормированного на длину клиновой волны уровня жидкости x , заполняющей цилиндрический клин (см. рис. 2.5.1 в), приведены на рис. 2.5.8. Относительные погрешности скорости КУВ составили примерно 0,5 %.



(а)



(б)

Рис. 2.5.8. Зависимость скорости КУВ от расстояния от ребра клина до поверхности жидкости (частота - 250 кГц): (а) моделирование; (б) эксперимент.

Эти эксперименты проведены на частоте 250 кГц. Уровень жидкости оценивался в долях длины волны от ребра клина (x/λ_0) по вертикальной поверхности, где λ_0 – длина КУВ в случае отсутствия жидкости в образце, при этом значению 0 по оси абсцисс соответствует уровень жидкости у вершины клина, а увеличение значения x/λ_0 соответствует понижению уровня жидкости (рис. 2.5.1в). Логично, что при увеличении параметра x/λ_0 , значения скоростей КУВ в случаях разных жидкостей сравниваются, так как это соответствует свободному клину. Как видно из рис. 2.5.8, при уменьшении области клина свободной от жидкости скорость КУВ начинает резко уменьшаться до значений ниже скорости звука в жидкости. При этом заметное влияние жидкости на величину скорости КУВ происходит, как и следовало ожидать, в области локализации клиновой волны. С ростом плотности жидкости, заполняющей клин, значение минимальной скорости КУВ увеличивается.

На рисунке 2.5.9 показаны результаты экспериментальных исследований и моделирования зависимости относительного уменьшения скорости КУВ для цилиндрических клиньев, максимально заполненных жидкостью, от плотности используемых жидкостей.

Из рисунка 2.5.9 видно, что с ростом плотности жидкости, скорость распространения КУВ уменьшается сильнее. Погрешности относительного изменения скорости составляют 1,5 %.

При изменении плотности жидкости от 0,9 до 1,2 г/см³ происходит увеличение относительного изменения скорости КУВ от 16,7 до 18,4 % для положительного клина и от 12,6 до 15 % для отрицательного клина.

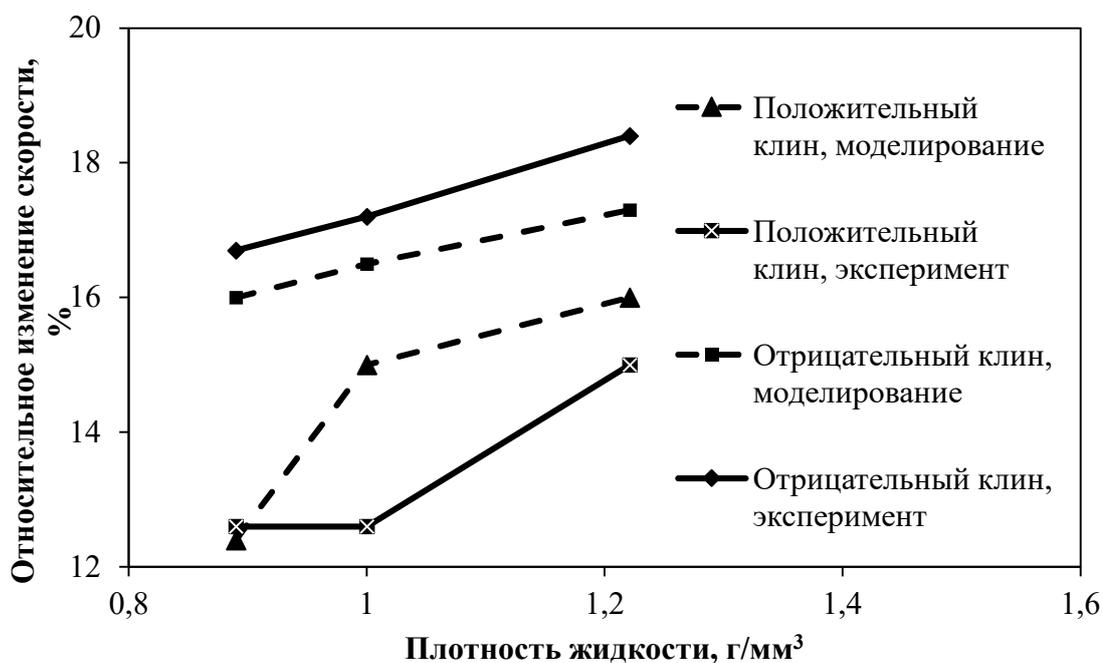


Рис. 2.5.9. Зависимости относительного изменения скорости КУВ от плотности жидкости для положительного и отрицательного клиньев при максимальном заполнении образца жидкостью: $x = 0$.

Таким образом, проведённые эксперименты показали, что величина относительного изменения скорости достаточно велика, а в случае положительного клина она качественно соответствует результатам численного моделирования, что может служить основой методики контроля плотности при изменении внешних условий.

В исследуемых пределах вязкости (динамическая вязкость от 0,0009 до 0,1 Па·с, объёмная вязкость – от 0,0025 до 0,28 Па·с), зависимости скорости КУВ от вязкости жидкости не обнаружено, что может быть связано с поляризацией клиновой волны, не содержащей сдвиговой компоненты. Более медленное изменение скорости КУВ при экспериментальных исследованиях по сравнению с результатами численного моделирования объясняется наличием небольшого мениска жидкости у поверхности клина и особенностями его формы для клиньев разной геометрии.

§2.6. Дисперсия и локализация упругих волн в спиральном клине

2.6.1. Исследуемый образец и методика исследования

Выполненное в работе экспериментальное исследование особенностей распространения клиновых волн в образцах винтовой (спиральной) формы, использующихся в качестве фрез при токарной и сверлильной обработке материалов, включает в себя измерение дисперсии и локализации КУВ в клине. Использовался образец спирального сверла по металлу диаметром 28 мм (Рис 2.6.1а)).

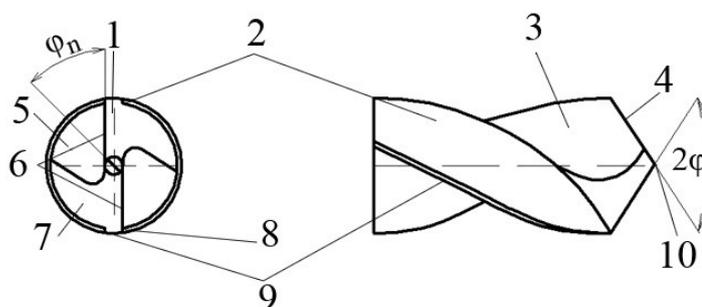
Общая схема спирального сверла показана на рисунке 2.6.1 б), где 1 – задняя поверхность, 2 – спинка зуба, перемычка, 3 – передняя поверхность, 4 – режущая кромка, 5 – канавка, 6 – режущие кромки, 7 – зуб, 8 – кромка ленточки, 9 – ленточка, 10 – поперечная кромка.

Ширина ленточки сверла – 2,7 мм. Длина шага сверла – 160 мм, длина режущей части образца - 192 мм. Угол между линией кромки ленточки (9) и осью сверла составлял 29 ± 1 градусов.

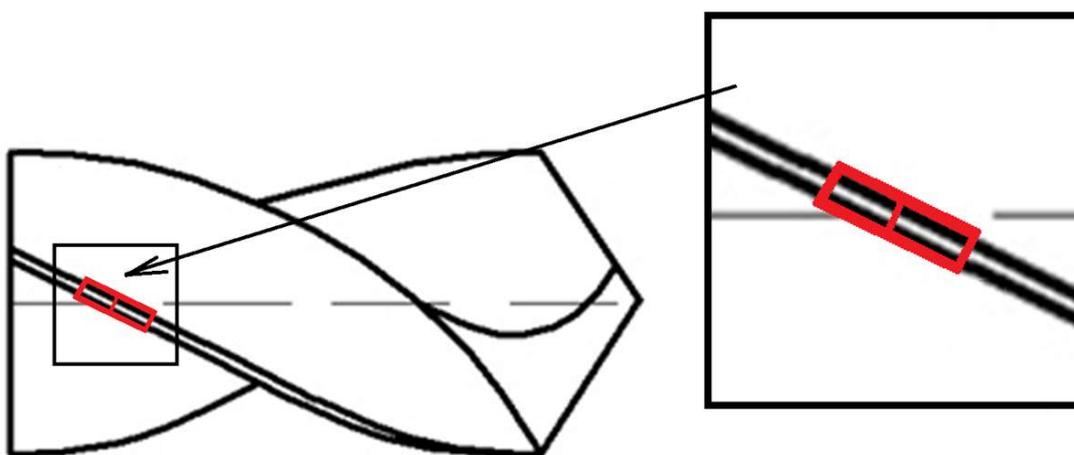
Возбуждение КУВ в образце сверла осуществлялось пьезоэлектрическим преобразователем, прикрепленным на боковую поверхность клина непосредственно у его ребра. Ультразвуковой сигнал в клине измерялся лазерным виброметром на поверхности ленточки сверла.



а)



б)



в)

Рис. 2.6.1. а) Фото образца спирального сверла по металлу диаметром 28 мм. б) общая схема спирального сверла по металлу. в) область измерения распределения колебательной скорости – участок сканирования выделен красным цветом.

2.6.2. Результаты экспериментальных исследований

Методом лазерной сканирующей виброметрии визуализированы клиновые упругие волны в образце сверла в диапазоне 100 до 580 кГц (рис 2.6.2.). В этом диапазоне исследована дисперсия клиновых волн (рис. 2.6.3.).

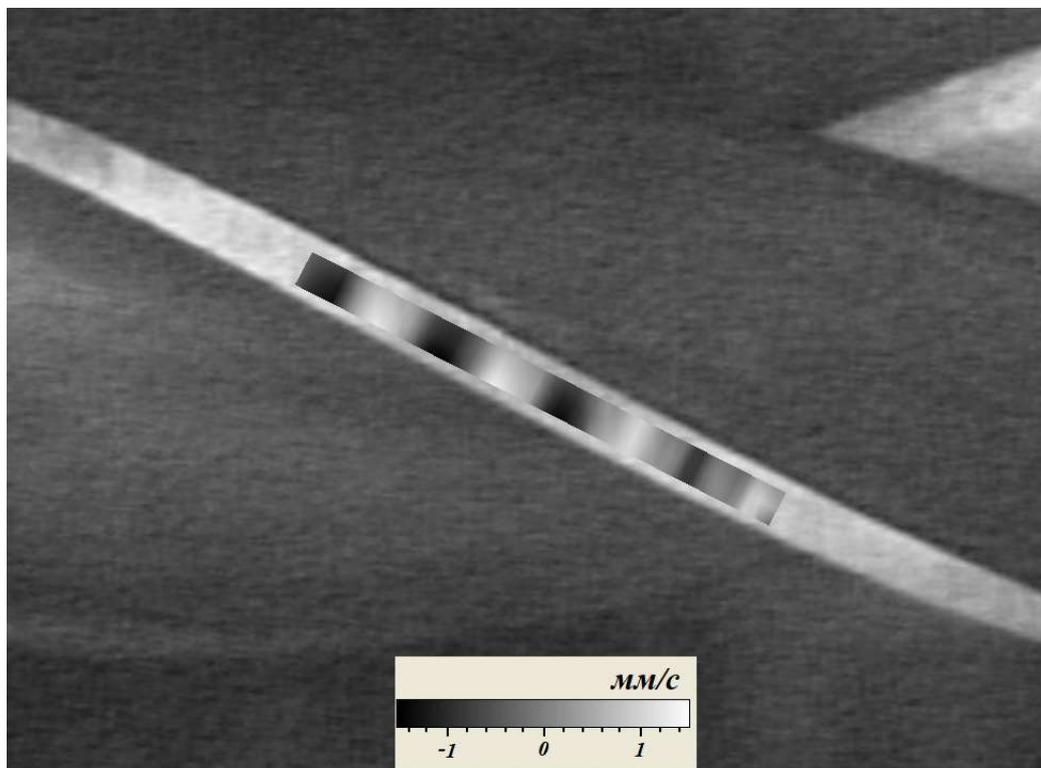


Рис. 2.6.2. Визуализация распространения КУВ в образце сверла с помощью лазерного виброметра PSV-300 (Polytec).

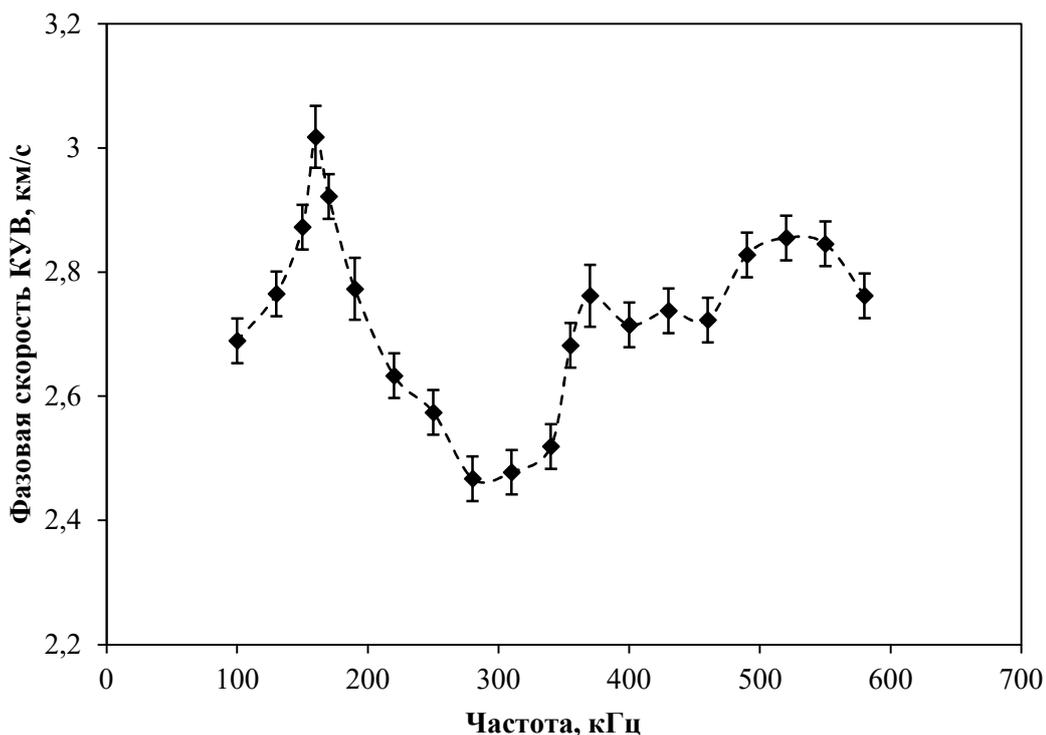


Рис. 2.6.3. Дисперсия клиновых волн в образце сверла.

Обнаружено, что в отличие от прямого и цилиндрических клиньев, в образце сверла наблюдается ярко выраженная дисперсия, при этом зависимость носит немонотонный характер, что является следствием наличия в геометрии сверла нескольких размерных параметров сравнимых с длиной волны – диаметра, ширины и высоты кромки режущей части, искривления сверла в поперечном сечении и шага сверла в продольном направлении.

При измерении локализации колебательной скорости КУВ было обнаружено искривление фронта волны. Линия фронта КУВ на частоте 160 кГц в сверле показана на рисунке 2.6.4.

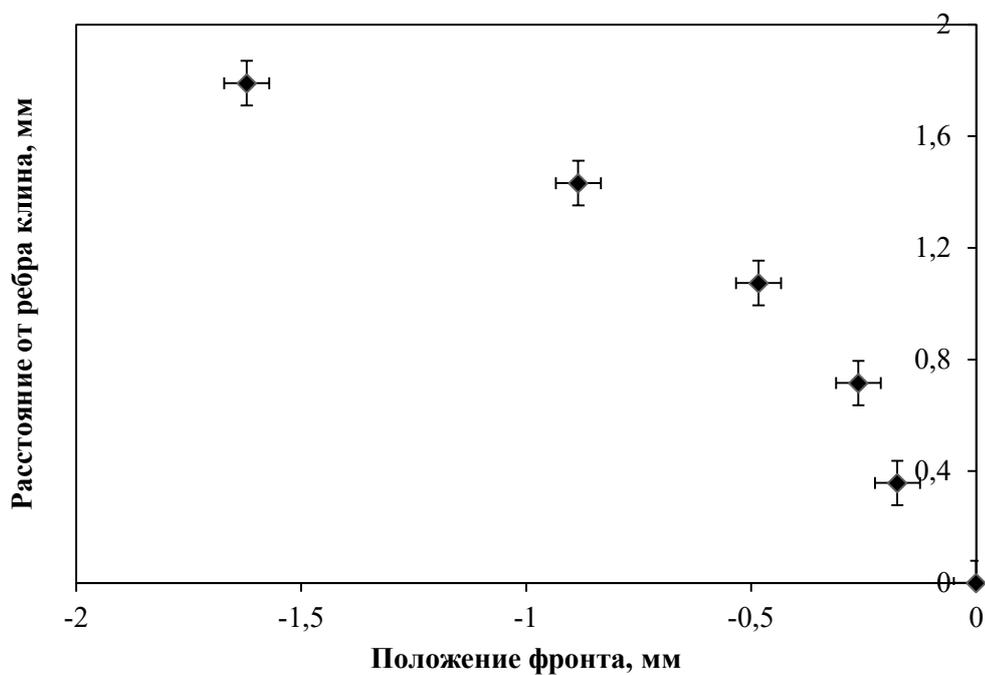


Рис. 2.6.4. Локализация клиновых волн в образце сверла.
Положение фронта относительно нормали к ребру клина.

Таким образом, фронт КУВ в сверле не был плоским, что можно объяснить сложной геометрией образца.

На рис. 2.6.5 приведены результаты исследования локализации КУВ в сверле для ряда частот в диапазоне от 160 до 580 кГц. Величина погрешности не превышала 0,03 ед.

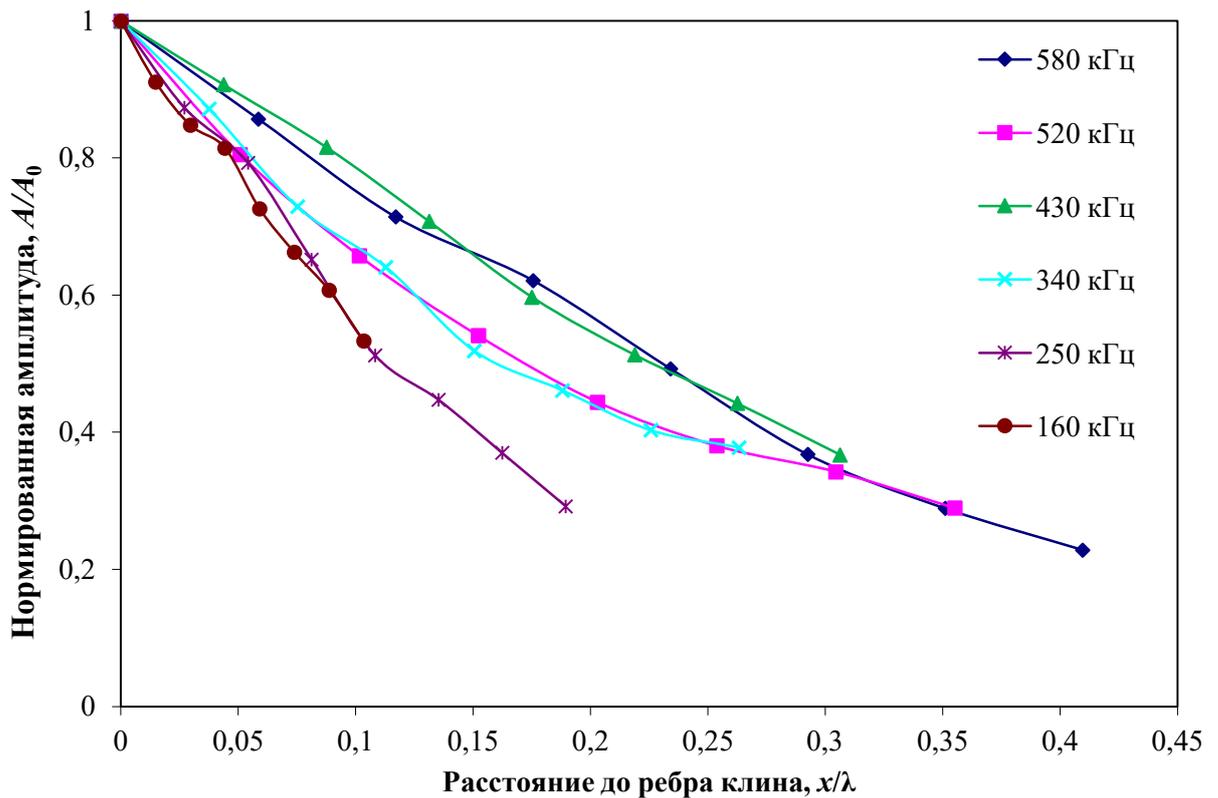


Рис. 2.6.5. Локализация клиновых волн в образце сверла.

Обнаружено, что в отличие от клиновых волн в прямых и цилиндрических клиньях, локализация клиновых волн в образце спирального клина зависит от частоты, что может быть объяснено сложной геометрией образца сверла. При этом характер уменьшения амплитуды КУВ близок к экспоненциальному, как и в цилиндрических и прямых клиньях, однако, коэффициенты в показателе экспоненты сильно зависят от частоты КУВ.

§2.7. Нелинейные эффекты при распространении упругих волн в анизотропном клине из ниобата лития

2.7.1. Исследуемый образец и методика исследования

Для экспериментальных исследований нелинейных упругих эффектов в анизотропном материале был использован 64° клин, изготовленный из пластинки ниобата лития YZ -среза размерами $2 \times 10 \times 60$ мм. Кристаллографическая ось Y ориентирована перпендикулярно пластинке, а ось Z направлена параллельно ребру клина. Плоскость OXZ совпадает с одной из граней клина (Рис. 2.7.1.). В процессе изготовления образца клина в нем возникли различного вида дефекты. На ребре клина был обнаружен небольшой дефект, глубина которого была в несколько раз меньше длины клиновой волны, а продольные размеры дефекта – сопоставимы с длиной волны.

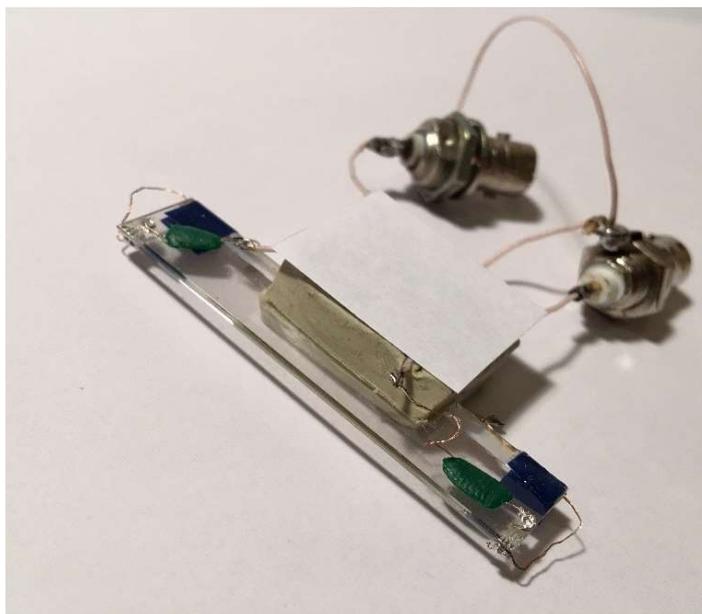


Рис. 2.7.1. Образец клина из ниобата лития

Для возбуждения и приема клиновых волн в образце из ниобата лития, который является пьезоэлектриком, были изготовлены преобразователи: на обе грани клина, по обе стороны вблизи ребра с помощью электропроводящего клея были нанесены электроды в форме гребёнки. В некоторых экспериментах, возбуждение и прием клиновых волн в 64 -

градусном клине также проводились с использованием тонких пластинок $Y-36^\circ$ среза из ниобата лития, приклеенных раствором сахара в глицерине непосредственно у ребра клина.

Экспериментальные исследования нелинейных упругих свойств КУВ в анизотропных образцах проводились на установке, рассмотренной в разделе 2.1.1. (Рис. 2.1.1). Сигнал с принимающего преобразователя для исключения влияния сигнала на основной частоте пропусклся через фильтр высоких частот.

Экспериментальные исследования проводились импульсным ультразвуковым методом и спектральным акустическим методом.

2.7.2. Результаты экспериментальных исследований

В анизотропном образце клина из ниобата лития с апертурой 64° на частоте $f = 3,85$ МГц возбуждалась изгибная мода КУВ, скорость которой была равна (3190 ± 40) м/с. Ошибка в измерении скорости КУВ $V = L/\tau$ была равна 1,2 % и определялась ошибкой в измерении расстояния $L = (50 \pm 0,5)$ мм и времени распространения КУВ между ВШП в образце $\tau = (15,6 \pm 0,1)$ мкс.

В настоящей работе в спектре прошедшей клиновой волны, помимо сигнала на основной частоте A_{1f} , были также экспериментально зарегистрированы и измерены амплитуды второй A_{2f} и третьей гармоники A_{3f} в зависимости от амплитуды основной частоты клиновой волны A_{1f} (Рис. 2.7.2а, в). Погрешности составили 0,1 мкВ. При измерении амплитуды второй гармоники КУВ ее величина превышала уровень шума в измерительной системе на (20–25) дБ, а амплитуда третьей гармоники была на (10–15) дБ выше уровня шума.

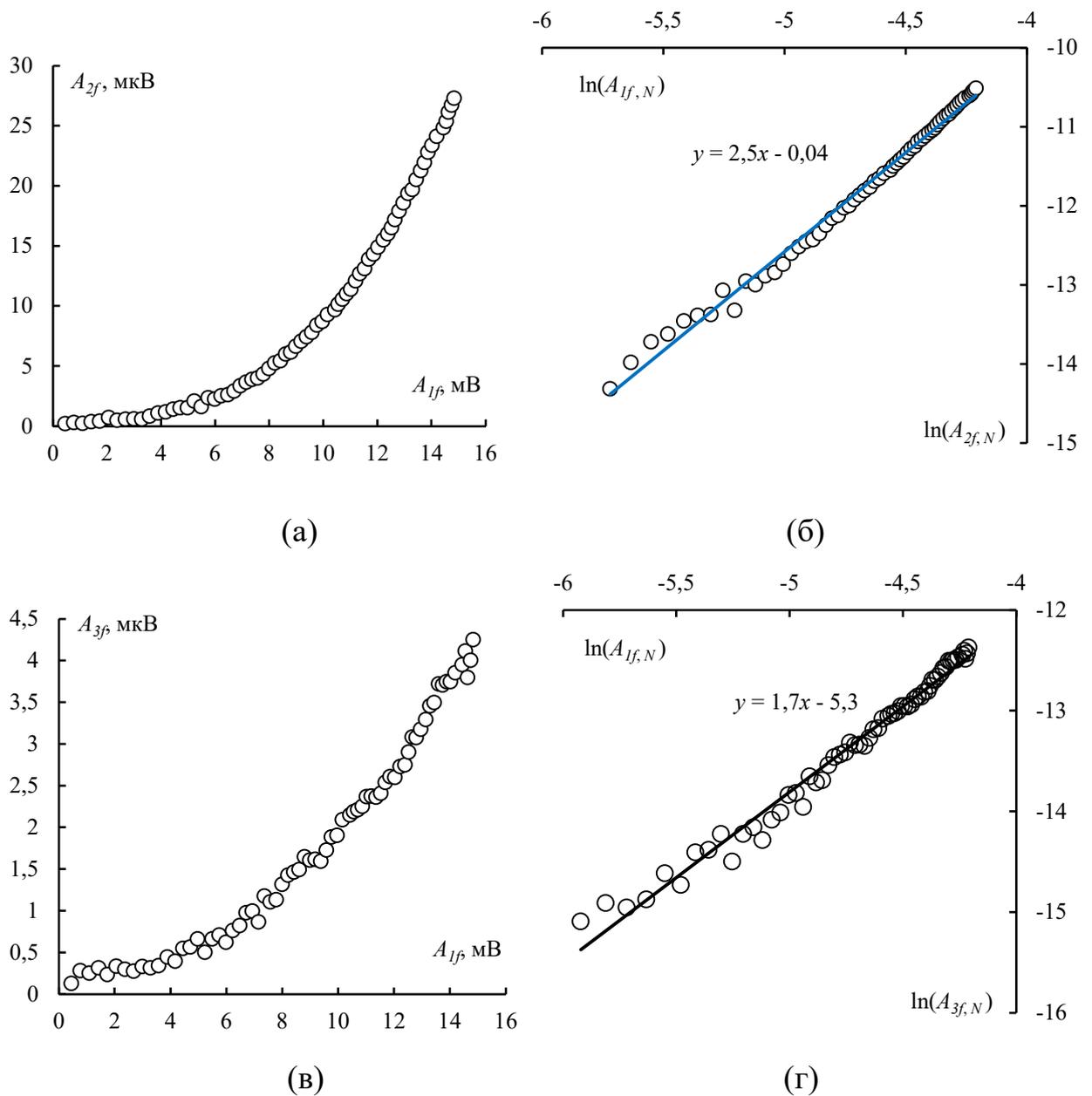


Рис. 2.7.2. Зависимость в линейном масштабе (а) амплитуды второй гармоники клиновой волны A_{2f} от амплитуды первой гармоники A_{1f} (в) - амплитуды третьей гармоники клиновой волны A_{3f} от амплитуды первой гармоники A_{1f} , (б), (г) и в двойном логарифмическом масштабе соответственно.

Как видно из рисунков, зависимость амплитуд второй и третьей гармоник от амплитуды основной частоты носит нелинейный характер. Как и в случае изотропного клина, экспериментальные результаты были также представлены в двойном логарифмическом масштабе (2.5)-(2.6) (Рис. 2.7.2б, г).

Эти зависимости с достаточной степенью точности аппроксимируются прямой $y = Mx + B$, при этом коэффициент M , равный тангенсу наклона

прямой (2.5)–(2.6), соответствует показателю степени, определяющему степенную зависимость амплитуды гармоники от амплитуды основной частоты в (2.3)–(2.4). Для второй гармоники $M_2 = 2,51 \pm 0,05$, и для третьей $M_3 = 1,70 \pm 0,05$ (точность аппроксимации составляет для второй гармоники $R^2 = 0,9919$ (рис. 2.7.2б), и для третьей гармоники $R^2 = 0,9834$ (рис. 2.7.2г)). Можно отметить, что в прямом изотропном клине из поликристаллического сплава алюминия Д16 с остаточными механическими напряжениями, амплитуда второй гармоники КУВ зависела от амплитуды первой гармоники в степени $M_2 = 1,14 \pm 0,05$ (см. раздел 2.4.2.). Такие значения показателей степени указывают на наличие в исследуемом образце клина из ниобата лития, кроме классической нелинейности, связанной с ангармонизмом кристаллической решетки ниобата лития, неклассической (структурной) нелинейности, обусловленной наличием дефектов в материале клина, появившиеся при его изготовлении.

Результаты экспериментального исследования зависимости поглощения и скорости КУВ от их амплитуды в клине из ниобата лития приведены на рис. 2.7.3 и 2.7.4 соответственно. Погрешности измерений составили $0,02 \text{ м}^{-1}$ и $0,01 \cdot 10^{-3}$ соответственно.

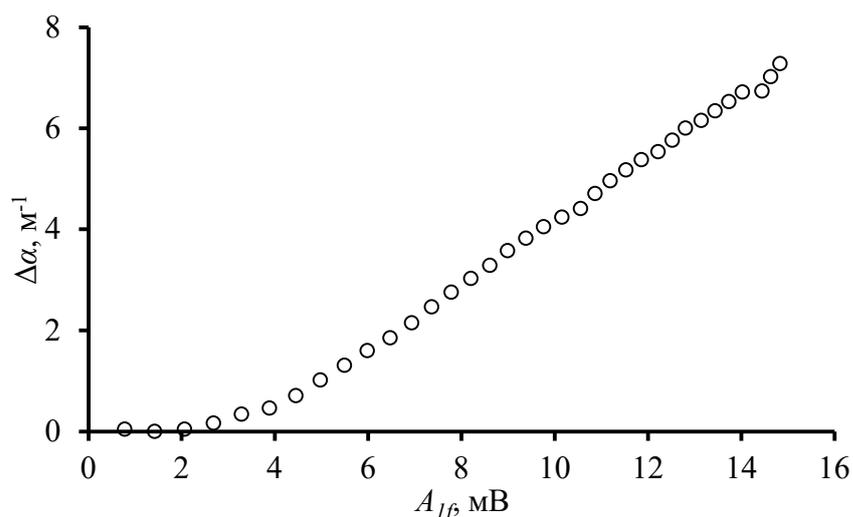


Рис. 2.7.3. Зависимость изменения поглощения КУВ от её амплитуды в клине из ниобата лития с апертурой угла 64 градуса.

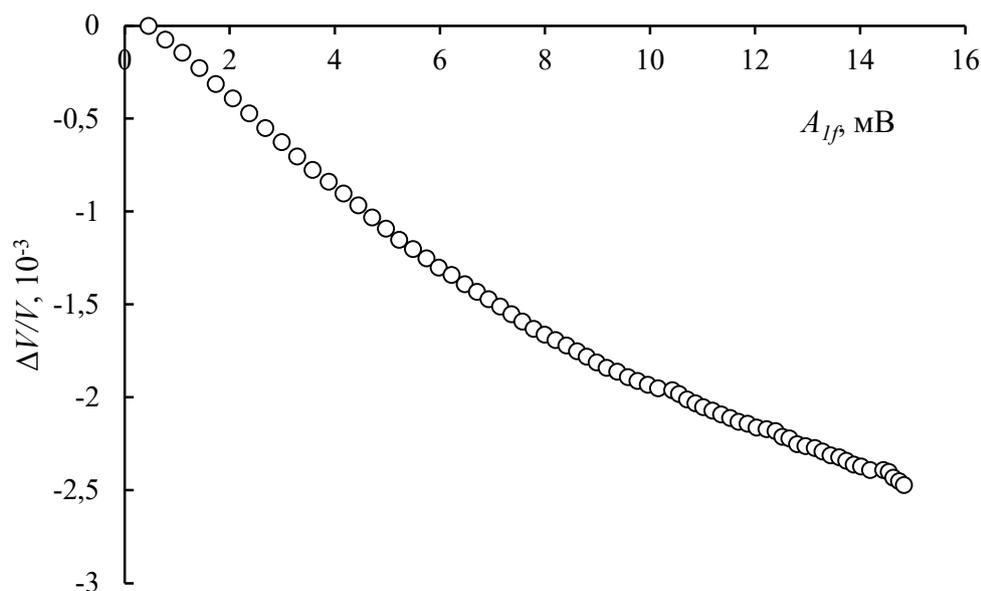


Рис. 2.7.4. Зависимость относительного изменения скорости клиновой волны от её амплитуды для клина из ниобата лития с апертурой угла 64 градуса.

Обнаруженная зависимость изменения скорости и поглощения клиновых волн от их амплитуды указывает на наличие нелинейности в клине. Следует отметить, что в экспериментальном образце клина из ниобата лития упругая нелинейность определяется как классической нелинейностью, связанной с ангармонизмом кристаллической решетки, так и структурной нелинейностью, обусловленной дефектами в клине. Выявить вклад каждого из перечисленных видов нелинейности в общую упругую нелинейность клина затруднительно и требует дополнительных исследований.

§2.8. Особенности распространения упругих волн в клине с параболическим профилем

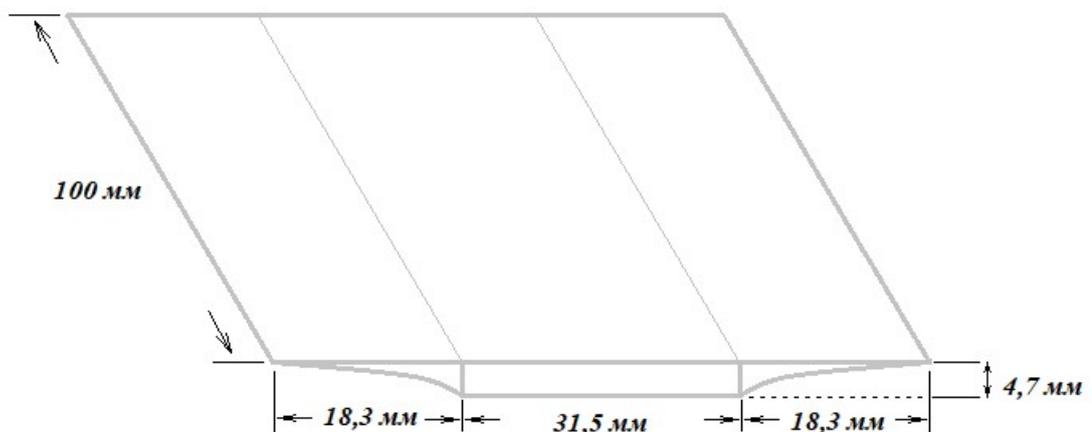
2.8.1. Исследуемый образец и методика исследований

В последнее время внимание исследователей в связи с интересными особенностями распространения звука привлекают элементы метаматериалов различной формы [127], одним из таких элементов являются «акустические черные дыры». В настоящей работе для проведения экспериментов по распространению упругих волн в таких структурах был рассчитан и изготовлен параболический клин методом технологии 3D печати из полимера АБС (Рис. 2.8.1а). Образец состоял из пластины постоянной толщины, на двух противоположных сторонах которой были изготовлены клинья, толщины которых уменьшались по параболическому закону при приближении к ребру клина. В одном из этих клиньев проводились эксперименты, второй клин был изготовлен для того, чтобы устранить отражения волн от пластины при возбуждении клиновых волн в экспериментальном клине.

Общий вид и характерные размеры образца приведены на рис. 2.8.1б. Толщина пластины равна 4,7 мм, ширина пластины равна 31,5 мм, а ее длина – 100 мм. Длина клиньев и их ширина равнялись соответственно 100 мм и 18,3 мм, толщина ребер клиньев была равна – 140 мкм. Толщина острия клина ограничивается толщиной нити АБС, из которой был изготовлен образец. Форма параболического профиля определяется формулой $h=b \cdot x^2$, где h – толщина клина, x – расстояние от ребра клина. Коэффициент $b = 10 \text{ м}^{-1}$.



(а)



(б)

Рис. 2.8.1. (а) Фото образца; (б) размеры образца.

В полимере АБС, из которого был изготовлен экспериментальный образец, ультразвуковым импульсным методом были измерены скорости объёмных акустических волн: сдвиговых волн $c_t = (895 \pm 20)$ м/с, и продольных волн $c_l = (1690 \pm 25)$ м/с. Плотность полимера АБС используемого в работе равна 940 кг/м^3 . Рассчитанные по этим параметрам модуль Юнга и коэффициент Пуассона были равны соответственно – $E = (1,96 \pm 0,30) \cdot 10^9$ Па, $\nu = 0,30 \pm 0,04$.

Для проведения экспериментальных исследований распространения изгибных волн в образце клине с параболическим профилем была использована экспериментальная установка, схема которой изображена на

рис. 2.1.1. Возбуждение изгибных волн в образце (1) осуществлялось керамическим пьезопреобразователем (2) (Рис. 2.8.2).

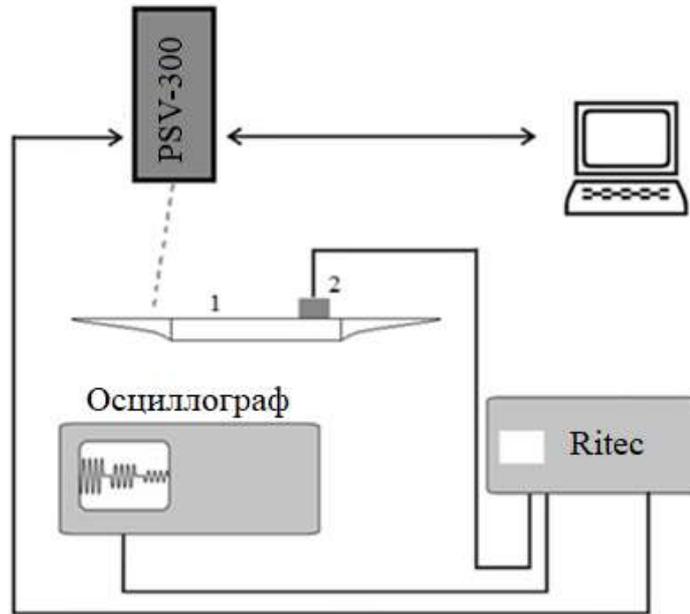


Рис. 2.8.2. Схема экспериментальной установки. 1 – экспериментальный образец, 2 – излучающий пьезопреобразователь.

Пьезоэлектрический преобразователь (2) с размерами $1 \times 1 \times 8,5 \text{ см}^3$ с помощью струбины мог крепиться к образцу в двух вариантах (Рис. 2.8.3а и б): параллельно ребру клина (Рис. 2.8.3а), и перпендикулярно ребру клина (Рис. 2.8.3б).

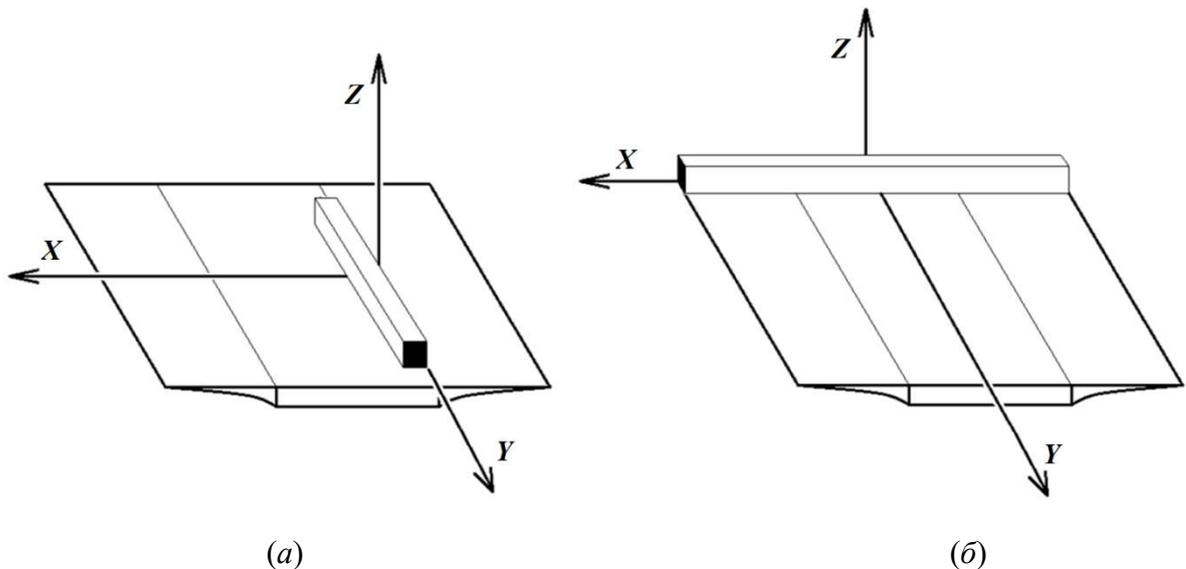


Рис. 2.8.3. Схема установки преобразователей на клине: а) преобразователь установлен параллельно ребру клина, б) преобразователь установлен перпендикулярно ребру клина.

Акустический контакт между пьезопреобразователем и образцом осуществлялся с помощью специально изготовленной склейки на основе глицерина и сахара [128]. Размеры пьезопреобразователя давали возможность при его установке согласно рис. 2.8.3б одновременно возбуждать плоские упругие волны в образце направленные параллельно ребрам клиньев как в пластине, так и в прилегающих к ней клиньях. Экспериментальная установка позволяла возбуждать и исследовать распространение упругих волн в изготовленном образце в режиме бегущих волн, импульсов и стоячих волн.

Как уже упоминалось в §1.7, при экспериментальных исследованиях изгибных волн следует внимательно подходить к выбору частотного диапазона. Для настоящего образца пластины на рис. 1.7.2 представлены результаты расчета нулевой изгибной волны в частотном диапазоне частот $f = 7 - 95$ кГц на основании характеристического уравнения (1.15) и формулы для тонкой пластины (1.10). Расчеты показали применимость формулы (1.10) только в небольшом диапазоне используемых частот в силу того, что условие приближения тонкой пластины не выполняется для высоких частот для данного образца. Кроме того, на частотах выше этого диапазона появляются более высокие моды волны Лэмба, что усложняет дальнейшие экспериментальные исследования.

На боковые стороны клина параллельных направлению распространения клиновой волны для поглощения возможных отражений наносился пластилин.

Экспериментальные исследования проводились методом лазерной сканирующей виброметрии.

2.8.2. Результаты экспериментальных исследований

В интервале частот $f = (20 - 90)$ кГц были измерены длины волн и построена экспериментальная дисперсионная кривая для нулевой изгибной моды в пластине образца, толщина которой постоянна (Рис. 2.8.4). Результаты проведенных нами экспериментов и численных расчетов (1.15) находятся в хорошем согласии.

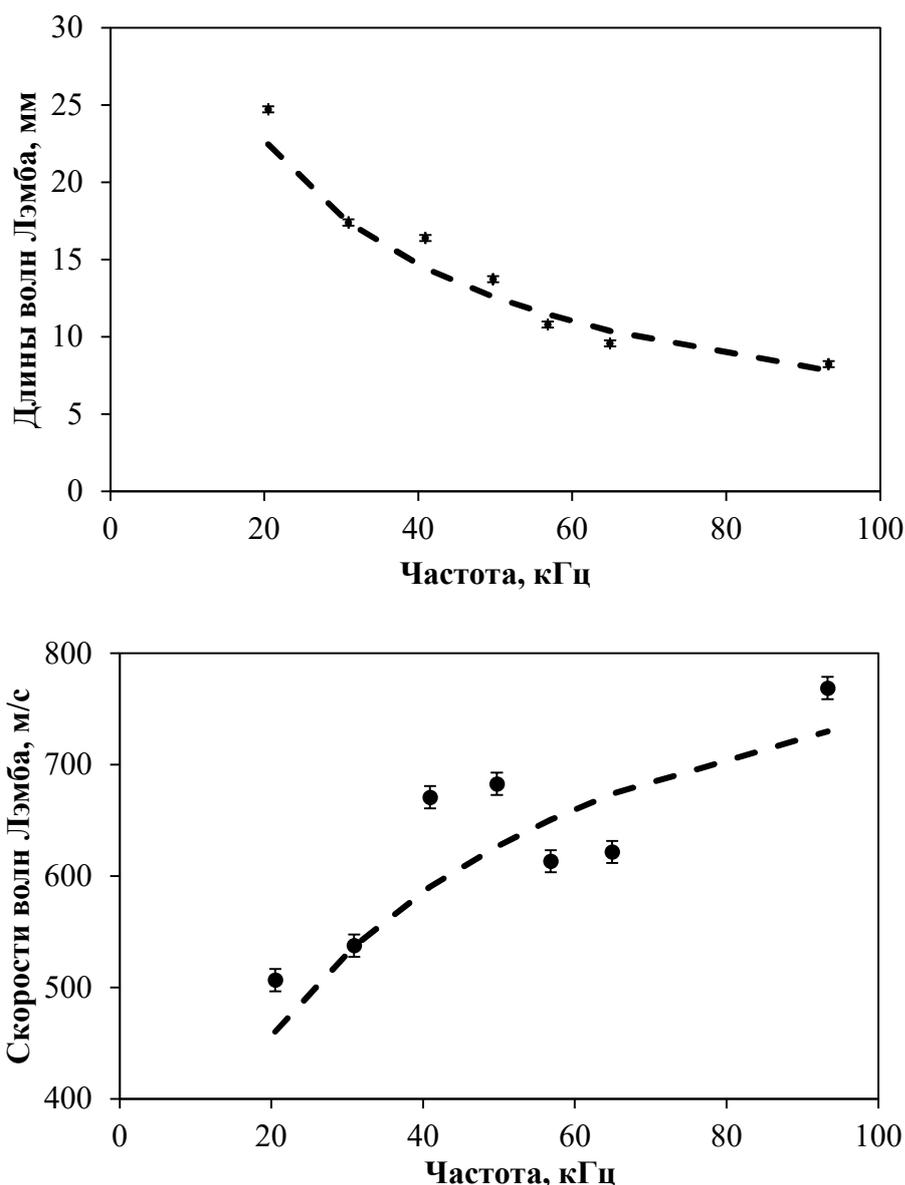


Рис. 2.8.4. Зависимость длины волны и фазовой скорости Лэмба в однородной пластине образца от частоты. Пунктиром показаны результаты расчётов с использованием характеристического уравнения (1.15), а точками – экспериментальные результаты.

В диапазоне частот $f = 20,5 - 93,3$ кГц были измерены длины волн Лэмба, распространяющейся перпендикулярно ребру клина на разных участках образца: в пластине и клине (рис. 2.8.5). Под графиком помещён профиль параболического клина, точно соответствующий координатам « x » графика. Ноль в образце на оси OX находится на границе пластина-параболический клин.

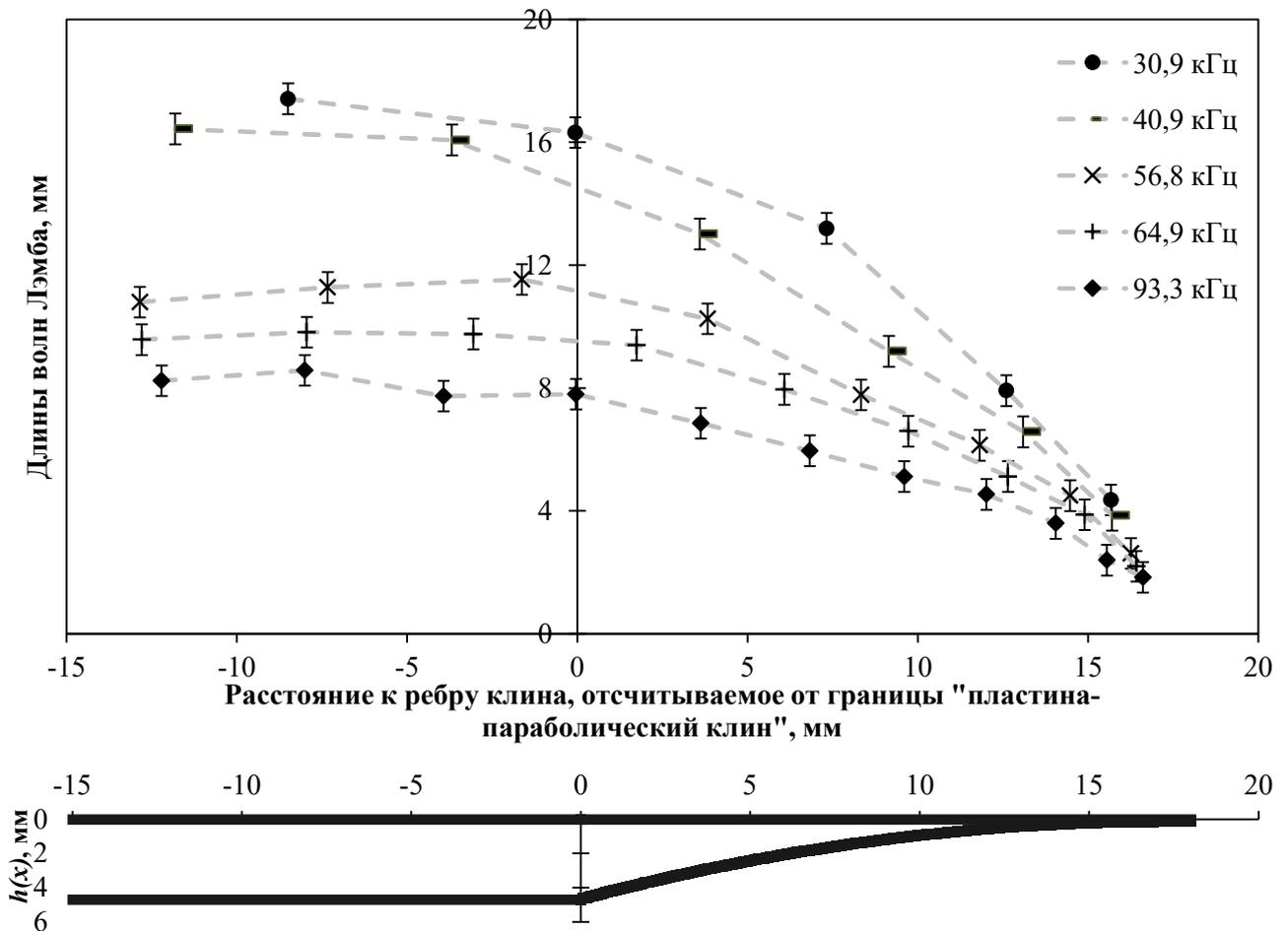


Рис. 2.8.5. Зависимость длины волны Лэмба от расстояния от границы между пластиной и параболическим клином в диапазоне частот $f = (20-100)$ кГц на разных участках образца (в клине и в пластине).

Как видно на рис. 2.8.5, для всех частот наблюдается тенденция уменьшения длины волны в клине и ее стремление к нулю при приближении волны к ребру клина. Это вызвано уменьшением толщины клина в направлении к ребру клина и, как следствие, уменьшением скорости волны Лэмба. Это находится в согласии с выражением (1.10). Скорости не

обращаются в ноль на ребре образца клина в силу того, что невозможно физически реализовать уменьшение толщины клина до нуля по параболическому закону. При толщине клина в основании - 4,7 мм, и у ребра клина - 0,14 мм, их отношение составляет примерно 34. Согласно (1.10) скорость КУВ пропорциональна корню квадратному из толщины образца. Поэтому скорости у основания и ребра в эксперименте отличаются только в 5,8 раз. Чтобы скорость КУВ уменьшилась хотя бы в 100 раз, толщина клина на ребре должна составить порядка пол микрона. В нашем случае ограничение определяется методом изготовления клина: минимальная толщина наносимого слоя пластика составляет 0,14 мм.

На рис. 2.8.6 приведены результаты эксперимента и численного расчета скорости волны Лэмба в образце, распространяющейся в пластине и боковом клине перпендикулярно его ребру в зависимости от расстояния до ребра клина на частоте $f = 64,9$ кГц. Расчёт проводился с использованием характеристического уравнения (1.15).

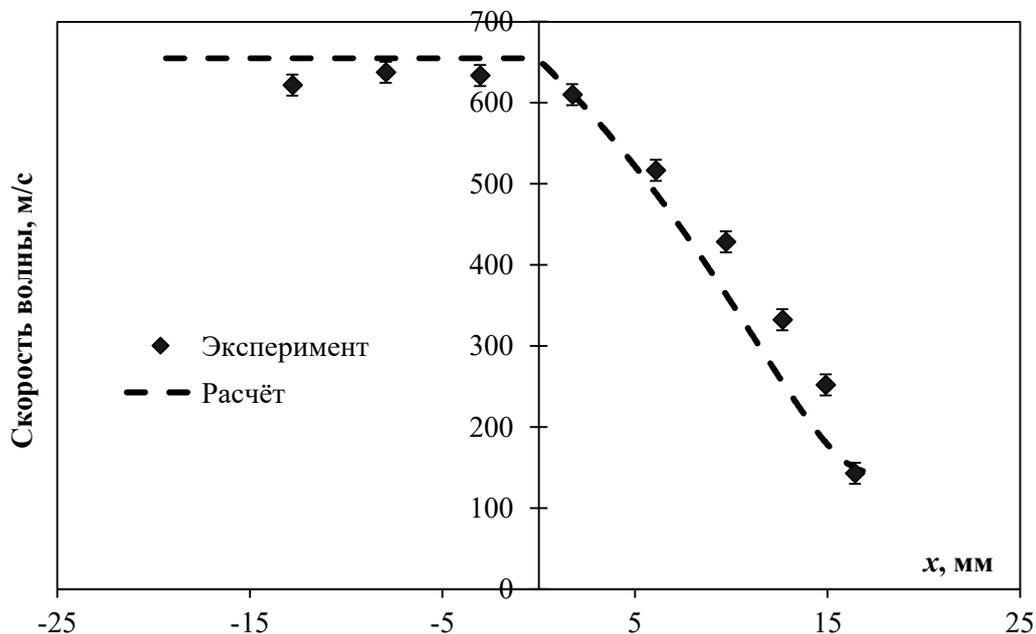


Рис. 2.8.6. Скорость волны Лэмба в пластине и клине образца в зависимости от расстояния от границы между пластиной и параболическим клином на частоте $f = 64,9$ кГц.

Как видно из рис. 2.8.6, эти зависимости качественно совпадают.

Экспериментально исследовано изменение амплитуды колебательной скорости в изгибной волне при ее приближении к ребру клина (Рис. 2.8.7). Было установлено, что при приближении изгибной волны Лэмба к ребру параболического клина, наблюдается рост амплитуды колебательной скорости в волне и уменьшение скорости распространения изгибной волны. На это указывает уменьшение периода изгибной волны при ее приближении к ребру клина. Это вызвано уменьшением толщины клина в направлении распространения волны и находится в согласии с (1.10).

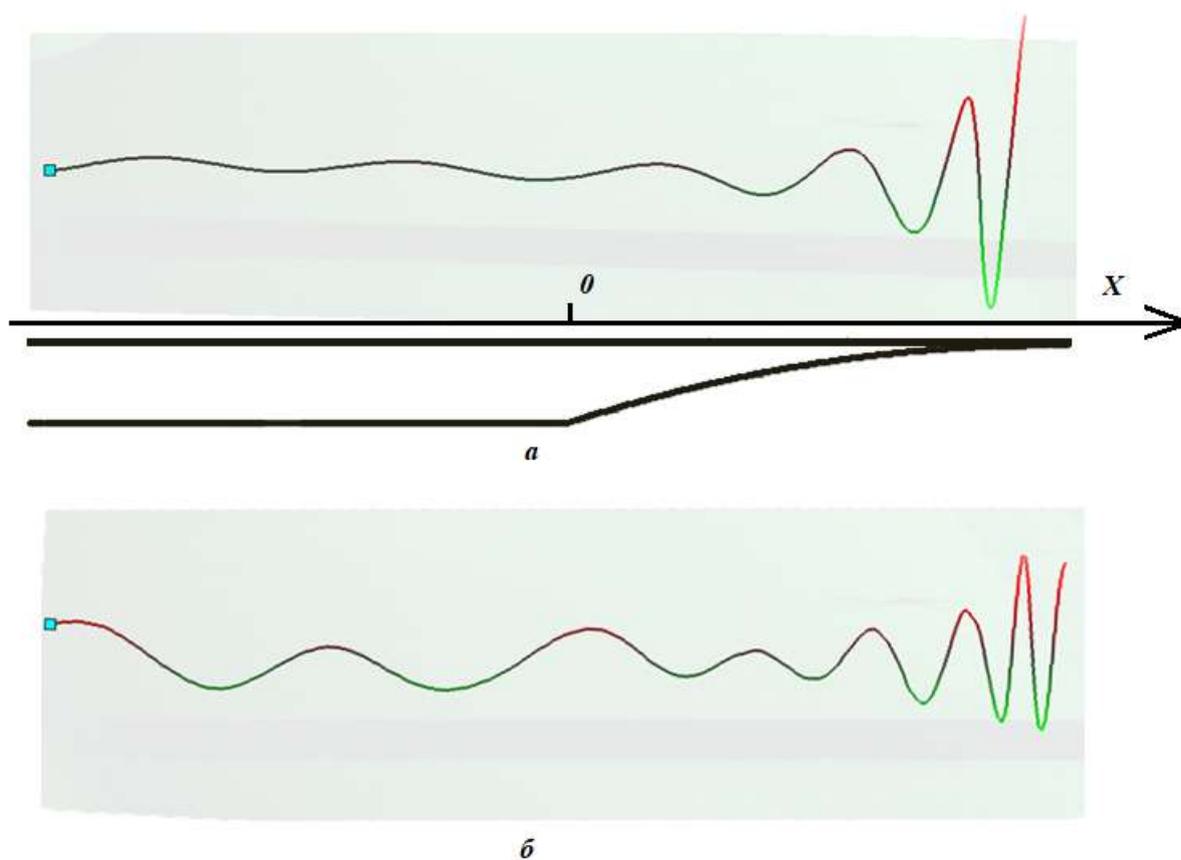


Рис. 2.8.7. Распределение амплитуды колебательной скорости в стоячей волне Лэмба вдоль оси OX на частотах $f = 64,9$ кГц (а) и 134 кГц (б) (визуализация с виброметра). Под рисунком (а) схематически изображён профиль параболического клина

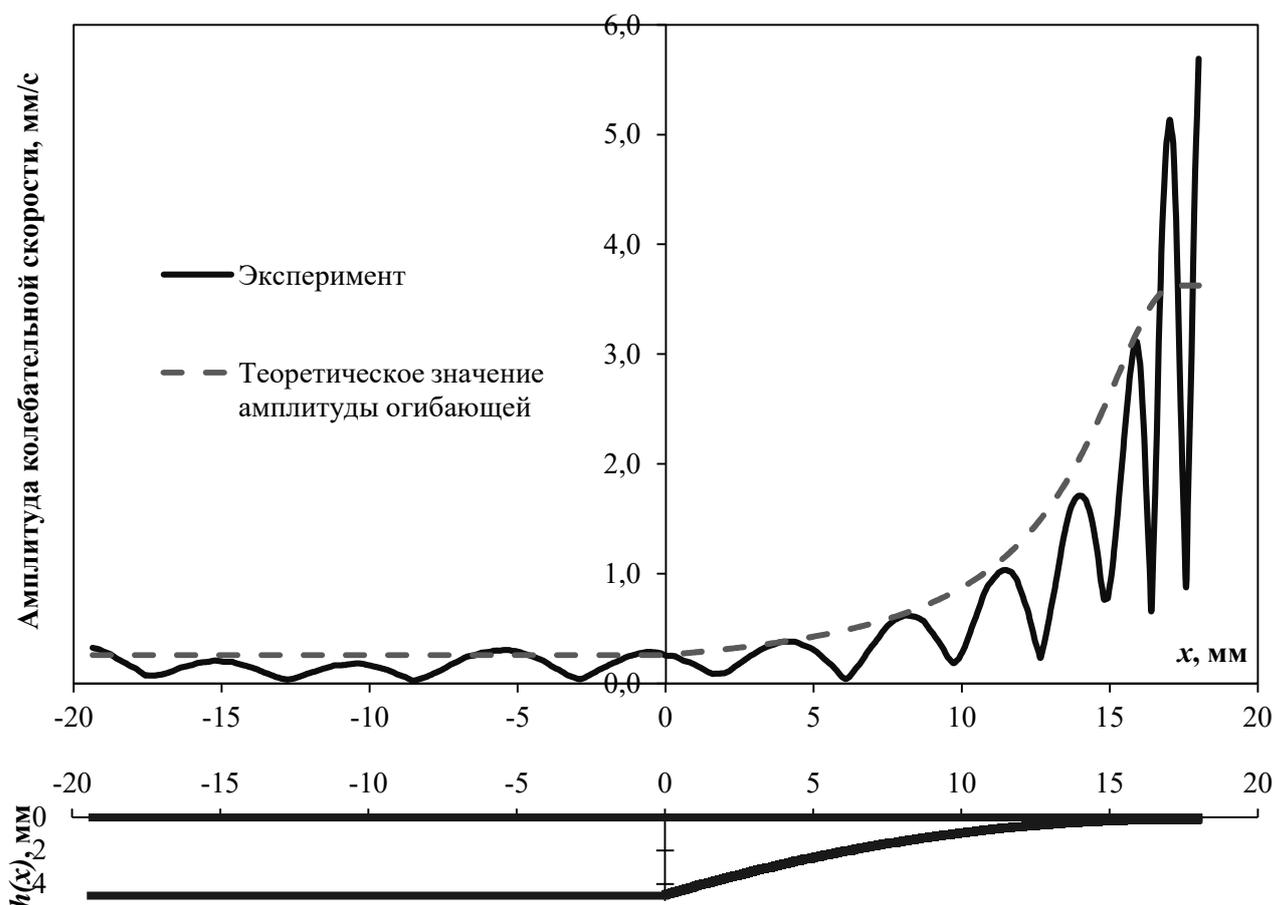


Рис. 2.8.8. Зависимость амплитуды колебательной скорости волны Лэмба на частоте $f = 64,9$ кГц в образце от расстояния вдоль направления распространения волны. Сплошной линией показаны результаты эксперимента, а красной пунктирной линией – расчёты амплитуды, огибающей по формуле из статьи [38]. Под графиком помещён профиль параболического клина, точно соответствующий координатам x графика.

Как видно из рис. 2.8.7 и 2.8.8, наблюдается уменьшение длины волны и увеличение ее амплитуды при ее приближении к ребру клина, что находится в согласии с теоретическими результатами, полученными в [38].

На рис. 2.8.8, демонстрирующем зависимость амплитуды колебательной скорости стоячей волны Лэмба на частоте $f = 64,9$ кГц в образце от расстояния вдоль направления распространения волны перпендикулярно ребру клина, также наблюдается уменьшение длины волны в 5,8 раз и увеличение ее амплитуды в 22 раза при приближении к ребру клина, что находится в согласии с теоретическими результатами, полученными в [38].

Лазерный виброметр позволил визуализировать распространение изгибных клиновых волн в образце и измерять их амплитуду при различных вариантах установки пьезопреобразователей на образце (Рис. 2.8.3.).

На рис. 2.8.9. приведены примеры такой визуализации на частоте $f = 60$ кГц (фронт волны параллелен ребру клина) и частоте $f = 64,9$ кГц (преобразователь установлен перпендикулярно ребру клина).

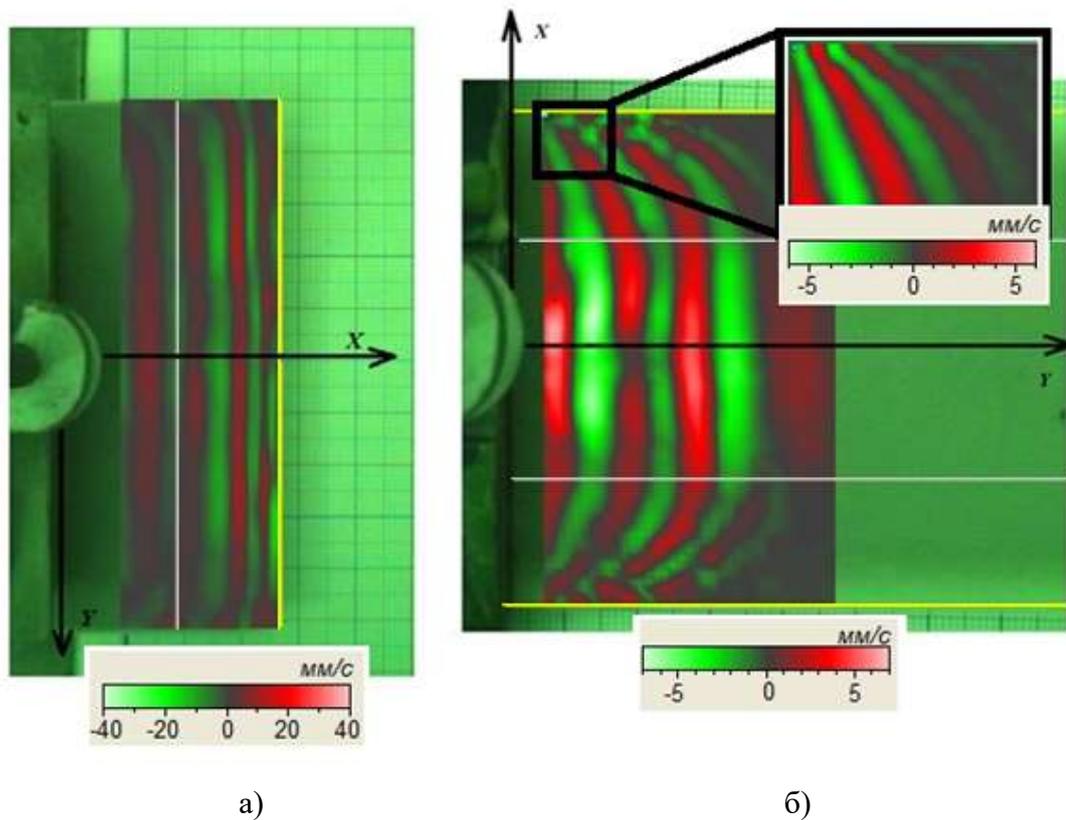


Рис. 2.8.9. Визуализация колебательной скорости изгибной волны Лэмба, распространяющейся в образце клина в направлении: (а) перпендикулярно к ребру клина на частоте 60 кГц; (б) параллельно ребру клина на частоте 64,9 кГц. Рёбра клиньев показаны жёлтой линией, а граница «пластина-параболический клин» - серой линией.

При конфигурации (2.8.3а) от преобразователя в направлении к ребру параболического клина возбуждалась изгибная волна Лэмба с плоским фронтом (Рис. 2.8.9а). При этом волна распространялась в двух частях образца: первоначально в пластине, в которой ее толщина и скорость волны постоянны, а затем в клине, толщина которого, а, следовательно, и скорость волны при ее приближении к ребру клина согласно (1.10) уменьшались в

направлении распространения волны. Это приводит к уменьшению длины волны Лэмба при её приближении к ребру клина, что наблюдается на рисунке 2.8.9а.

При возбуждении упругой волны в образце преобразователем, расположенным на образце согласно конфигурации (Рис. 2.8.3б), плоская волна одновременно излучается в три части образца (Рис. 2.8.1.): в тонкую пластину постоянной толщины, и в два боковых клина, расположенных на двух противоположных сторонах пластины. Толщины этих клиньев, как уже отмечалось ранее, уменьшаются по параболическому закону при приближении к ребру клина. Первоначально излученные в образце волны с плоскими фронтами в процессе ее распространения начинают отличаться от плоских. Это объясняется следующим. Скорость фронта упругой волны в боковых клиньях зависит от расстояния от ребра клина: толщина клина уменьшается при приближении к ребру клина и как следствие уменьшается скорость фронта волны. Это приводит к изменению направления распространения упругой волны в область клина с меньшей скоростью клиновой волны Лэмба (Рис. 2.8.9б.).

Аналогичное изменение направлений волновых фронтов волны наблюдалось ранее для случая так называемых двумерных акустических чёрных дыр (2D АЧД) [41], которые представляли собой углубления в пластинах, радиальная зависимость толщины в которых являлась степенной. Траектории лучей, распространяющихся в такой структуре, отклоняются в сторону области, которой соответствует меньшая скорость распространения волн – то есть к центру 2D АЧД [41].

Таким образом, исследуемый образец параболического клина, несмотря на невыполнение условий медленного изменения профиля для низких частот и условия тонкости пластины для высоких частот, выполняет функцию концентрирующего волновода в полосе частот от 20 до 90 кГц, что является важным в разработке акустических метаматериалов и поглощающих устройств, работающих по принципу “акустической черной дыры”.

Основные результаты и выводы

1. Разработаны и созданы автоматизированная ультразвуковая экспериментальная установка и методики для исследования линейных и нелинейных упругих свойств клиньев с дефектами и анизотропией упругих свойств, а также исследования линейных упругих свойств клиньев с различной геометрией и с различными граничными условиями.

2. Для проведения экспериментальных исследований были рассчитаны и изготовлены следующие образцы клиньев: из поликристаллического сплава Д16 –изотропный прямой клин с углом 60° , прямые изотропные клинья с углами 30° , 44° , 60° с остаточными деформациями и два образца цилиндрических клиньев с отрицательной и положительной кривизной и углами (33° и 32° соответственно); из монокристалла ниобата лития – анизотропный клин с углом 64° ; из полимера АБС – клин с параболическим профилем (методом 3D-печати). В качестве образца спирального клина использовалось стальное сверло диаметром 28 мм.

3. В изотропных и анизотропных клиньях с дефектами (выполненных из поликристаллического сплава Д16 с остаточными упругими напряжениями и из монокристалла ниобата лития с дефектами) экспериментально исследованы нелинейные эффекты: генерация клиновых гармоник и эффекты быстрой динамики и нелинейного поглощения КУВ. Обнаружено, что зависимость высших гармоник от амплитуды основной гармоники имеет неклассический характер, что связывается с наличием структурной нелинейности. Эти результаты могут служить основой для нелинейной упругой диагностики дефектной структуры клиновидных объектов.

4. Экспериментально исследована зависимость скорости КУВ и амплитуды ее второй гармоники от величины механического напряжения, созданного силой, приложенной к образцу параллельно ребру клина из поликристаллического сплава Д16 с углом 44° . Обнаружено, что статическая

деформация (до 25 МПа) образца приводит к увеличению его упругой нелинейности – возрастанию амплитуды второй упругой гармоники клиновых волн (на 0,7 %). При этом относительное изменение скорости КУВ в клине примерно при одних и тех же механических напряжениях на порядок больше (0,0005), чем для продольных волн в том же материале. Эти результаты могут служить основой для нелинейной упругой диагностики дефектной структуры *нагружаемых* клиновидных объектов.

5. Экспериментально исследованы дисперсионные характеристики упругих волн в клиньях различной геометрии – в прямых, цилиндрических (с отрицательной и положительной кривизной) и в спиральном клине. Для прямых клиньев из сплава Д16 обнаружена дисперсия клиновых упругих волн (2,5 %) в полосе частот от 200 до 1000 кГц, что объясняется наличием усечения ребра клина. В образцах цилиндрических клиньев с положительной и отрицательной кривизной в полосе частот от 120 до 600 кГц и от 150 до 400 кГц соответственно обнаружена дисперсия (изменение скорости составило 2,8 % и 1,9 % соответственно). Различие дисперсионных кривых положительного и отрицательного клиньев связано с отличием их типа кривизны. В спиральном клине в полосе частот от 100 до 600 кГц обнаружена дисперсия (изменение скорости составило 18 %), связанная с наличием размерных параметров в образце, сравнимых с длиной упругой волны в клине.

6. Исследованы особенности локализации КУВ для прямых, цилиндрических и спирального клиньев. Обнаружено, что локализация основной моды КУВ у ребра клина во всех исследованных образцах является экспоненциальной: $A = A_0 \exp(-Bx/\lambda)$. Коэффициент локализации КУВ B в прямом клине не зависит от частоты, при этом наблюдается зависимость от угла клина (для клиньев с углами 30°, 44°, 60° он равен, соответственно – $B = 5,9 \pm 0,2$, $B = 5,2 \pm 0,2$ и $B = 3,8 \pm 0,2$). В положительном и отрицательном цилиндрических клиньях он составляет соответственно $B = 5,2 \pm 0,2$ и $B = 4,8 \pm 0,2$, при этом коэффициент локализации КУВ для обоих типов

цилиндрического клина меньше, чем рассчитанное по теоретическим моделям значение B для прямого клина при том же угле, что объясняется наличием кривизны клиньев. В спиральном клине (сверле) локализация КУВ близка к экспоненциальной, при этом наблюдается немонотонная зависимость коэффициента B от частоты клиновой волны, что связано со сложной геометрией образца, включающей ряд размерных параметров, сравнимых с длиной упругой волны в клине.

7. Экспериментально исследовано распространение клиновых волн в цилиндрических клиньях для случая, когда внутренняя поверхность клина граничит с жидкостями с различной плотностью и вязкостью (вода, автомобильное масло марки по SAE 10W-30, 86 % водный раствор глицерина). Обнаружена зависимость скорости КУВ от плотности жидкости: значение минимальной скорости КУВ увеличивается с ростом плотности жидкости, заполняющей клин. В исследуемых пределах вязкости (динамическая вязкость от 0,0009 до 0,1 Па·с, объёмная вязкость – от 0,0025 до 0,28 Па·с), зависимости скорости КУВ от вязкости жидкости не обнаружено. Установлено, что по мере увеличения уровня жидкости в области локализации КУВ их скорость в цилиндрическом клине уменьшается. При увеличении плотности жидкости от 0,9 до 1,2 г/см³ происходит увеличение относительного изменения скорости КУВ от 16,7 до 18,4 % для положительного клина и от 12,6 до 15 % для отрицательного клина. Полученные экспериментальные результаты коррелируют с результатами численного моделирования.

8. Экспериментально исследованы особенности распространения изгибных волн Лэмба в пластине с параболическим профилем из АБС пластика, изготовленной по технологии 3D-печати. Установлено, что экспериментально измеренная дисперсионная кривая для основной антисимметричной моды волны Лэмба в пластине образца соответствует теоретически рассчитанной дисперсионной кривой. Установлено, что длина волны Лэмба уменьшается при ее приближении к ребру параболического

клина, а амплитуда волны увеличивается, что находится в согласии с результатами теоретических исследований. В частности, в исследуемом образце на частоте 64,9 кГц амплитуда увеличивается примерно в 22 раза, а скорость уменьшается в 5,8 раз. Обнаружено изменение направления распространения изгибной волны при её распространении в направлении параллельном ребру клина. Проведенные в диапазоне частот 20,5 – 93,3 кГц эксперименты показали, что разработанный в работе образец клина является волноводом, концентрирующим энергию акустической волны, что является важным в разработке акустических метаматериалов и поглощающих устройств, работающих по принципу “акустической черной дыры”.

Благодарности

В заключение данной работы хочу выразить благодарности моему научному руководителю, профессору Александру Ивановичу Коробову, за внимательное научное руководство и всестороннюю поддержку в научных исследованиях и учёбе. Марии Юрьевне Изосимовой за плотную совместную работу по различным исследовательским вопросам, по развитию и опубликованию результатов исследований, Алексею Ивановичу Кокшайскому за переданные практические навыки и помощь в работе с экспериментальной аппаратурой, сотрудничество в исследовательской работе, Наталье Ивановне Одиной за ценные рекомендации и поддержку в учебном и научном процессе, Рожкову Валерию Александровичу за неоценимую помощь в изготовлении технических составляющих эксперимента, Владимиру Геннадьевичу Можяеву за интересные и полезные знания, в том числе, по теме моей диссертации, полученные как в рамках учебных курсов, так и в личном общении, Руслану Александровичу Жосткову за активное сотрудничество и энергичное участие в исследованиях, Андрею Владимировичу Шанину за востребованные для нашей работы методы исследования. Моим официальным оппонентам за участие и внимание к научной стороне моей работы. Кафедре Акустики, а также преподавателям и сотрудникам физического факультета. Моим родным и близким за помощь и всестороннюю поддержку.

Публикации автора по теме диссертации

Публикации в рецензируемых научных журналах, удовлетворяющих Положению о присуждении ученых степеней в МГУ имени М.В. Ломоносова:

А1. **Агафонов А.А.**, Коробов А.И., Изосимова М.Ю., Кокшайский А.И., Одина Н.И. Особенности распространения волн Лэмба в клине из АБС пластика с параболическим профилем // *Акустический журнал*. 2022. Т. 68. № 5. С. 467–474.

Переводная версия: **Agafonov A.A.**, Korobov A.I., Izosimova M.Yu., Kokshayskiy A.I., Odina N.I. *Peculiarities of Lamb wave propagation in an ABS wedge with a parabolic profile* // *Acoustical Physics*. 2022. Vol. 68. No. 5. P. 415–422. **IF = 0,8 (WoS)**. Общий объём статьи = 1,00 п.л.; личный вклад = 0,70 п.л.

А2. Коробов А.И., Изосимова М.Ю., **Агафонов А.А.**, Кокшайский А.И., Жостков Р.А. Упругие волны в цилиндрических металлических клиньях с разной геометрией // *Акустический журнал*. 2020. Т. 66. № 3. С. 251–257.

Переводная версия: Korobov A.I., Izosimova M.Yu., **Agafonov A.A.**, Kokshaiskii A.I., Zhostkov R.A. *Elastic waves in cylindrical metal wedges with different geometries* // *Acoustical Physics*. 2020. Vol. 66. No. 3. P. 228–234. **IF = 0,8 (WoS)**. Общий объём статьи = 0,88 п.л.; личный вклад = 0,53 п.л.

А3. Коробов А.И., **Агафонов А.А.**, Изосимова М. Ю. Нелинейные упругие волны в твердотельном изотропном клине с дефектами // *Журнал технической физики*. 2018. Т. 88. № 3. С. 385–391.

Переводная версия: Korobov A.I., **Agafonov A.A.**, Izosimova M.Yu. *Nonlinear elastic waves in a solid isotropic wedge with defects* // *Technical Physics*. 2018. Vol. 63. No. 3. P. 374–380. **IF = 0,7 (WoS)**. Общий объём статьи = 0,84 п.л.; личный вклад = 0,67 п.л.

Публикации в других рецензируемых научных журналах:

A4. Коробов А.И., **Агафонов А.А.**, Кокшайский А.И., Изосимова М.Ю. Акустические волны в клине кристалла ниобата лития // *Ученые записки физического факультета Московского Университета*. 2019. № 1. С. 1910301. **IF = 0,062 (РИНЦ)**

A5. **Агафонов А.А.**, Кокшайский А.И., Тощов Е.А. Исследование эффекта быстрой динамики в клине со структурной нелинейностью с использованием клиновых волн // *Ученые записки физического факультета Московского Университета*. 2015. № 4. С. 154329. **IF = 0,062 (РИНЦ)**

Статьи в сборниках и тезисы докладов:

A6. Korobov A., Izossimova M., Kokshaiskii A., **Agafonov A.** Elastic waves in a wedge of aluminum alloy with permanent residual deformations // *AIP Conference Proceedings*. 2015. V. 1685. P. 080005.

A7. Korobov A., **Agafonov A.**, Izossimova M. Influence of a static force on the elastic parameters of the acoustic wave in the solid wedge with defects // *Proc. of IEEE International Ultrasonics Symposium*. 2016. DOI:10.1109/ULTSYM.2016.7728667

A8. Коробов А.И., Изосимова М.Ю., **Агафонов А.А.**, Кокшайский А.И.. Акустические волны в спиральном клине // *Сборник трудов XXXIII Всероссийской школы-семинара «Волновые явления: физика и применения» имени А.П. Сухорукова («Волны-2022»)*. Секция 6. «Акустика неоднородных сред». 2022. С. 25–26.

A9. **Агафонов А.А.**, Кокшайский А.И. Влияние жидкой границы на распространение упругих волн в цилиндрическом клине // *Сборник трудов XXVI Международной научной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов-2020»*, 2020. Секция «Физика», подсекция «Акустика». (Материалы Международного молодежного научного форума «ЛОМОНОСОВ-2020». Второе издание: переработанное и дополненное /

Отв.ред. И.А. Алешковский, А.В. Андриянов, Е.А. Антипов. [Электронный ресурс] – М.: МАКС Пресс, 2020.)

A10. **Агафонов А.А.**, Коробов А.И., Изосимова М.Ю., Кокшайский А.И., Жостков Р.А. Распространение клиновых волн в цилиндрическом клине // *Сборник тезисов докладов Двенадцатой Международной конференции «Углерод: фундаментальные проблемы науки, материаловедение, технология»*, 2020, с. 18-19.

A11. Коробов А.И., **Агафонов А.А.**, Изосимова М.Ю., Кокшайский А.И., Жостков Р.А. Особенности дисперсии клиновых волн в цилиндрических образцах с внешней и внутренней конусообразной поверхностью клина // *Сборник трудов XVII Всероссийской школы-семинара «Физика и применение микроволн» имени профессора А.П. Сухорукова (Волны-2019)*, 2019. Секция 9. «Акустика и акустооптика». С.19-22.

A12. **Агафонов А.А.**, Кокшайский А.И. Упругие волны в цилиндрическом клине, граничащем с жидкостью // *Сборник трудов XXVI Международной научной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов-2019»*, 2019. Секция «Физика», подсекция «Акустика». (Материалы Международного молодежного научного форума «ЛОМОНОСОВ-2019» / Отв. ред. И.А. Алешковский, А.В. Андриянов, Е.А. Антипов. [Электронный ресурс]. – М: МАКС Пресс, 2019.)

A13. Кокшайский А.И., **Агафонов А.А.** Упругие клиновые волны в цилиндрическом клине // *Сборник Тезисов докладов XXV Международной конференции студентов, аспирантов и молодых учёных по фундаментальным наукам «Ломоносов-2018»*, 2018. Секция Физика. С. 674–675.

A14. Кокшайский А. И., **Агафонов А. А.** Экспериментальное исследование влияния нагрузки на распространение клиновых волн // *XXIII Международная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых по фундаментальным наукам "Ломоносов-2016". Секция "Физика". Сборник тезисов*, 2016. Т. 2. С. 112–113.

A15. Коробов А.И., Агафонов А.А. Нелинейное распространение клиновых акустических волн в кристалле из ниобата лития // *Сборник трудов XV Всероссийской школы-семинара Волновые явления в неоднородных средах (Волны-2016)*, 2016, секция «Акустика неоднородных сред». С. 9–12.

Список цитируемой литературы

1. Lagasse P. E. Analysis of a dispersionfree guide for elastic waves // *Electronics Letters*. 1972. V. 8. N. 15. P. 372–373.
2. Lagasse P. E., Mason I. M., Ash E. A. Acoustic surface waveguides – analysis and assessment // *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*. 1973. V. 21. N. 4. P. 225–236.
3. Lagasse P. E. Higher-order finite-element analysis of topographic guides supporting elastic surface waves // *Journal of Acoustical Society of America*. 1973. V. 53. N. 4. P. 1116–1122.
4. Maradudin A. A., Wallis R. F., Mills D. L., Ballard R. L. Vibrational edge modes in finite crystals // *Physical Review B*. 1972. V. 6. N. 4. P. 1106–1111.
5. Sharon T. M., Maradudin A. A., Cunningham S. L. Vibrational edge modes for small-angle wedges // *Physical Review B*. 1973. V. 8. N. 12. P. 6024–6026.
6. Moss S. L., Maradudin A. A., Cunningham S. L. Vibrational edge modes for wedges with arbitrary interior angles // *Physical Review B*. 1973. V. 8. N. 6. P. 2999–3008.
7. McKenna J., Boyd G. D., Thurston R. N. Plate theory solution for guided flexural acoustic waves along the tip of a wedge // *IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics*. 1974. V. 21. N. 3. P. 178–186.
8. Боженко В. В., Иванов–Шиц К. М., Случ М. И., Солодов И. Ю. Экспериментальное исследование клиновых акустических волн // *Акуст. журн.* 1985. Т. 31. №. 2. С. 262–264.
9. Atalla S., Luukkala M. Excitation of wedge-waves in duralumin delay lines // *Report series in Physics*. 1973. N. 58. P. 1–5.
10. Ватульян А. О., Паринаова Л. И. Об исследовании дисперсионных свойств топографических волноводов // *Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Естественные науки*. 2018. № 3(199). С. 10–17.

11. Крылов В. В., Шанин А. В. Влияние упругой анизотропии на скорости клиновых акустических волн // *Акуст. журн.* 1991. Т. 37. №. 1. С. 130–133.
12. Krylov V. V. Wedge acoustic waves: new theoretical and experimental results // *Proc. Int. Conf. on surface waves in solids and layered structures.* 1989. P. 174–189.
13. Крылов В. В., Шанин А. В. Рассеяние клиновой акустической волны на неглубокой выемке // *Акуст. журн.* 1993. Т. 39. №. 2. С. 292-298.
14. Matsuya I., Honma Y., Mori M. and Ihara I. Measuring Liquid-Level Utilizing Wedge Wave // *Sensors.* 2017. V. 18. N. 1. doi:10.3390/s18010002.
15. Yu T.-H., Yin C.-C. Modal separation of circular cylindrical wedge wave ultrasonic motors // *Proc. of SICE Annual Conference.* 2010. P. 1257–1260.
16. Yin C.-C., Yu T.-H. An Ultrasonic Motor Driven by Traveling Cylindrical Wedge Waves // *Proc. of IEEE Ultrasonics Symposium.* 2006. P. 156–159.
17. Yu T.-H. Transient wave motion analysis for modal suppression of a circular cylindrical wedge wave ultrasonic motor // *Sensors and Actuators A: Physical.* 2014. V. 212. P. 133–142.
18. Yu T.-H., Yin C.-C. A modal sensor integrated circular cylindrical wedge wave ultrasonic motor // *Sensors and Actuators A: Physical.* 2012. V. 174. P. 144–154.
19. Hess P., Lomonosov A. M., Mayer A. P. Laser-based linear and nonlinear guided elastic waves at surfaces (2D) and wedges (1D) // *Ultrasonics.* 2014. V. 54. N. 1. P. 39–55.
20. Krylov V. V. Localized vibration modes propagating along edges of cylindrical and conical wedge-like structures // *Journal of Sound and Vibration.* 1991. V. 227. N. 1. P. 215–221.
21. Yang C. H., Liaw J. S. Observation of dispersion behavior of acoustic wedge waves propagating along the tip of a circular wedge with laser ultrasonics // *Japanese Journal of Applied Physics.* 2000. V. 39. N. 5R. P. 2741–2743.

22. Jia J., Shen Z., Han Q., Jiang X. Design of wedge structure with non-dispersive wedge wave propagation // *Applied Optics*. 2017. V. 56. N. 30. P. 8564–8569.
23. Yu T.-H. Dispersion analysis and measurement of circular cylindrical wedge-like acoustic waveguides // *Ultrasonics*. 2015. V. 62. P. 263–270.
24. Auribault D., Jia X., de Billy M., Quentin G. Study of surface acoustic waves guided by a metallic cylindrical wedge using laser-ultrasonic techniques // *Journal de Physique IV*. 1994. V. 4. N. C5. P. C5-737–C5-740.
25. Hladky-Hennion A.-C. Finite element analysis of the propagation of acoustic waves in waveguides // *Journal of Sound and vibration*. 1996. V. 194. N. 2. P. 119–136.
26. Jia J., Shen Z., Sun K. Study of the impact of truncations on wedge waves by using the laser ultrasound technique // *Applied Optics*. 2015. V. 54. N. 24. P. 7406–7412.
27. Крылов В. В., Рагузина И. В. Рассеяние клиновых акустических волн // *Акуст. журн.* 1988. Т. 34. №. 5. С. 949–951.
28. Chen M.-I, Tesng S.-P., Lo P.-Y., Yang C.-H. Characterization of Wedge Waves Propagating Along Wedge Tips with Defects // *Ultrasonics*. 2018. V. 82. P. 289–297.
29. Yang C.-H., Hsu C.-H., Du S.-N. A New Method for the Inspection of Tool Wear Based on the Dispersion of ASF Modes // *Proc. of IEEE Ultrasonics Symposium*. 2007. P. 2061–2063.
30. Yang C.-H., Tsen C.-Z. Laser ultrasound measurement and finite-element simulation on the dispersion behaviors of acoustic waves propagating along wedges with bilinear cross sections // *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*. 2006. V. 53. N. 4. P. 754–760.
31. Yang C.-H., Tsen C.-Z. Experimental and numerical investigations on the dispersion behaviors of wedge waves propagating along wedges with bilinear cross sections // *Ultrasonics*. 2006. V. 44. Supplement. P. e1471–e1474.

32. Chamuel J. R. Flexural edge waves along free and immersed elastic waveguides // *Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation*. 1996. V. 16. P. 129–136.
33. Krylov V. V. Propagation of wedge acoustic waves along wedges imbedded in water // *Proc. of IEEE Ultrasonics Symposium*. 1994. V. 2. P. 793–796.
34. De Billy M. On the influence of loading on the velocity of guided acoustic waves in linear elastic wedges // *Journal of Acoustical Society of America*. 1996. V. 100. N. 1. P. 659–662.
35. Krylov V. V. On the velocities of localized vibration modes in immersed solid wedges // *Journal of Acoustical Society of America*. 1998. V. 103. N. 2. P. 767–770.
36. Hladky-Hennion A.-C., Langlet P., de Billy M. Finite element analysis of the propagation of acoustic waves along waveguides immersed in water // *Journal of Sound and Vibration*. 1997. V. 200. N. 4. P. 519–530.
37. Shanin A. V., Krylov V. V. An approximate theory for waves in a slender elastic wedge immersed in liquid // *Proc. of The Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. 2000. V. 456. N. 2001. P. 2179–2196.
38. Миронов М. А. Распространение изгибной волны в пластине, толщина которой плавно уменьшается до нуля на конечном интервале // *Акуст. журн.* 1988. Т. 34. №. 3. С. 546–547.
39. Krylov V. V., Shuvalov A. L. Propagation of localised flexural vibrations along plate edges described by a power law // *Proc. of the Institute of Acoustics*. 2000. V. 22(2). P. 263–270.
40. Krylov V. V. Localized acoustic modes of a quadratic solid wedge // *Moscow University Physics Bulletin*. 1990. V. 45. №. 6. P. 65–69.
41. Krylov V.V., Tilman F.J.B.S. Acoustic ‘black holes’ for flexural waves as effective vibration dampers // *Journal of Sound and Vibration*. 2004. V. 274. N. 3-5. P. 605–619.
42. Tiersten H. F., Rubin D. On the fundamental antisymmetric mode of the wedge guide // *Proc. of IEEE Ultrasonic Symposium*. 1974. P. 117–120.

43. Заворохин Г. Л., Назаров А. И. Об упругих волнах в клине // *Записки научных семинаров ПОМИ*. 2010. Т. 380. С. 45–52.
44. Nazarov A., Nazarov S., Zavorokhin G. On symmetric wedge mode of an elastic solid // *European Journal of Applied Mathematics*. 2022. V. 33. N. 2. P. 201–223.
45. Камоцкий И. В. О поверхностной волне, бегущей вдоль ребра упругого клина // *Алгебра и анализ*. 2008. Т. 20. №. 1. 86–92.
46. Бабич В. М. Об одном классе топографических волноводов // *Алгебра и анализ*. 2010. Т. 22. №. 1. С. 98–107.
47. Puryrev P. D., Lomonosov A. M., Nikodijevic A., et al. On the existence of guided acoustic waves at rectangular anisotropic edges // *Ultrasonics*. 2016. V. 71. P. 278–287.
48. Ватульян А. О., Паринова Л. И. Исследование волновых процессов в упругих топографических волноводах // *Акуст. журн.* 2021. Т. 67. №. 2. С. 119–125.
49. Vatulyan A. O., Parinova L. I. On the elastic waves propagating along the edge of the wedge with small opening angle // *Advanced Materials. SPPHY. V. 193*. 2017. P. 309–319.
50. Vatulyan A., Parinova L. On the Use of Models of the Timoshenko Type in the Analysis of Wave Processes in Wedge-Shaped Waveguides // *Springer Proc. in Materials*. 2020. V. 6. P. 383–389.
51. Ватульян А.О., Паринова Л.И. Исследование клиновых волн в ортотропной среде // *Вестник ДГТУ*. 2005. Т. 5. № 4. С. 491–499.
52. Можаяев В. Г. Лучевая теория клиновых акустических волн // *Вестник Московского Университета. Серия 3, Физика; Астрономия*. 1989. № 5. С. 40–45.
53. Крылов В. В., Можаяев В. Г. Отражение и прохождение волн Рэлея в клине // *Акустический журнал* 1985. Т.31. № 6. С. 751–755.
54. Крылов В. В. Об условиях применимости приближения геометрической акустики для волн в остроугольном твёрдом клине // *Акуст. журн.* 1989. Т. 35. № 2. С. 294–301.

55. Крылов В. В. Геометро-акустический подход к описанию локализованных мод колебаний упругого твёрдого клина // *Журнал технической физики*. 1990. Т. 60. № 2. С. 1–7.
56. Parker D. F. Elastic wedge wedges // *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 1992. V. 40. N. 7. P. 1583–1593.
57. Можаяев В. Г. Лучевой и скалярный подходы к описанию клиновых акустических волн // *Конференция АУОИ. Черкассы*. 1988. С. 55–56.
58. Пупырев П.Д., Недоспасов И.А., Майер А.П. Волноводные акустические моды в сложных структурах клиново-кромочного типа // *Нелинейный мир*. 2019. Т. 17. № 1. С. 36–38.
59. Пупырев П. Д. Линейные и нелинейные клиновые волны в твёрдых телах : 01.04.06 «Акустика» : диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук / Пупырев Павел Дмитриевич ; МГУ им. М.В. Ломоносова. – Москва, 2017. – 160 с.
60. Шанин А. В. Возбуждение и рассеяние клиновой волны в упругом клине с углом раскрытия, близким к 180° // *Акуст. журн.* 1997. Т. 43. № 3. С. 402–408.
61. Krylov V. V. Wedge elastic waves, with applications to ultrasonic non-destructive testing // *Proc. of the 55th Annual British Conference on Non-Destructive Testing*. 2016. P. 1–12.
62. Rjelka M., Pupyrev P.D., Koehler B., Mayer A.P. Nonlinear effects of micro-cracks on acoustic surface and wedge waves // *Low Temperature Physics*. 2018. V. 44, N. 7. P. 946–953.
63. Krylov V.V., Parker D.F. Harmonic generation and parametric mixing in wedge acoustic waves // *Wave Motion*. 1992. V. 15. N. 1. P. 185–200.
64. Красильников В. А. Нелинейная акустика конденсированных сред: история и развитие // *Акуст. журн.* 1999. Т. 45. № 3. С. 423–430.
65. Коробов А. И., Одина Н. И., Мехедов Д. М. Влияние медленной динамики на упругие свойства материалов с остаточными и сдвиговыми деформациями // *Акуст. журн.* 2013. Т. 59. № 4. С. 438–444.

66. Зарембо Л. К., Красильников В. А. Введение в нелинейную акустику. М.: Наука, 1966.
67. Mayer A. P., Garova E. A., Mozhaev V. G. Nonlinear surface and wedge acoustic waves in the presence of weak dispersion // *Proc. of the Estonian Academy of Sciences*. 1997. V. 46. N. 1-2. P. 85–93.
68. Руденко О. В. Гигантские нелинейности структурно-неоднородных сред и основы методов нелинейной акустической диагностики // *Успехи физических наук*. 2006. Т. 176. № 1. С. 77–95.
69. Руденко О. В. Нелинейные методы в акустической диагностике // *Дефектоскопия*. 1993. № 8. С. 24–32.
70. Изосимова М. Ю. Дистанционная диагностика материалов с микро- и наномасштабными дефектами методом сканирующей лазерной виброметрии : 01.04.06 «Акустика» : диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук / Изосимова Мария Юрьевна ; МГУ им. М.В. Ломоносова. – Москва, 2009. – 178 с.
71. Коробов А. И., Изосимова М. Ю., Одина Н. И. Диагностика металлических пластин с остаточными напряжениями и дефектами методами нелинейной сканирующей лазерной виброметрии // *Акуст. журн.* 2015. Т. 61. № 3. С. 317–324.
72. Зарембо Л. К., Шанин А. В. О нелинейном рассеянии изгибной волны на трещине, расположенной на поверхности тонкой пластины // *Акуст. журн.* 1995. Т. 41. № 4. С. 587–590.
73. Delsanto P. P. *Universality of Nonclassical Nonlinearity*. NY.: Springer, 2006.
74. Korobov A. I., Izosimova M. Yu., Shirgina N. V. Diagnosis of Metal Plates with Defects Using Laser Vibrometer // *Physics Procedia Elsevier*. 2015. V. 70. P. 415–419.
75. Guyer R. A., Johnson P. A. *Nonlinear Mesoscopic Elasticity: The Complex Behaviour of Rocks, Soil, Concrete*. Wiley-VCH, 2009.

76. Коробов А. И., Изосимова М. Ю. Нелинейные волны Лэмба в металлической пластинке с дефектами // *Акуст. журн.* 2006. Т. 52. № 5. С. 683–692.
77. Pecorari C. Modeling non-collinear mixing by distributions of clapping microcracks // *Wave Motion*. 2015. V. 59. P. 69–80.
78. Adler R., Hoskins M., Datta S. et al. Unusual Parametric Effects on Line Acoustic Waves // *IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics*. 1979. V. 26. N. 5. P. 345–347.
79. Lomonosov A. M., Pupyrev P. D., Hess P., Mayer A. P. Nonlinear one-dimensional guided wedge waves // *Physical Review B*. 2015. V. 92. N. 1. P. 014112-1–014112-5.
80. Mason I. M., Motz M. D., Chambers J. Wedge waveguide parametric signal processing // *Proc. IEEE Ultrasonics Symposium*. 1972. P. 314–315.
81. Mason I. M., Motz M. D., Chambers J. Parametric interaction of acoustic surface wedge waves // *Electronics Letters*. 1972. V. 8. N. 17. P. 429–430.
82. Shuvalov A. L., Krylov V. V. Localised vibration modes in free anisotropic wedges // *Journal of the Acoustical Society of America*. 2000. V. 107. N. 1. P. 657–660.
83. Mayer A., Lomonosov A., Hess P. Nonlinear acoustic waves localized at crystal edges // *Proc. IEEE Ultrasonics Symposium*. 2009. P. 1088-1091.
84. Sokolova E. S., Pupyrev P. D., Lomonosov A. M., Mayer A. P., Hess P., Kovalev A. S. Nonlinear acoustic pulse evolution at solid wedges // *IEEE International Ultrasonics Symposium*. 2012. P. 515–518.
85. Sokolova E. S., Kovalev A. S., Mayer A. P. Second-order nonlinearity of wedge acoustic waves in anisotropic media // *Wave Motion*. 2013. V. 50. N. 2. P. 246–252.
86. Pupyrev, P.D., Lomonosov, A.M., Sokolova, E.S., Kovalev, A.S., Mayer, A.P. (2018). Nonlinear Acoustic Wedge Waves. In: Altenbach, H., Pouget, J., Rousseau, M., Collet, B., Michelitsch, T. (eds) *Generalized Models and Non-classical Approaches in Complex Materials 2. Advanced Structured Materials*, V. 90. Springer, Cham.

87. Lomonosov A.M., Hess P., Mayer A.P., Silicon edges as one-dimensional waveguides for dispersion-free and supersonic leaky wedge waves // *Appl. Phys. Lett.* 2012. V. 101. P. 031904-1–4.
88. Pupyrev P., Lomonosov A., Hess P., Mayer A. Symmetry effects on elastic wedge waves at anisotropic edges // *Journal of Applied Physics*. 2014. V. 115. N. 24. P. 243504–243504.
89. Lighthill M. J. Dynamics of a dissociating gas Part 2. Quasi-equilibrium transfer theory // *Journal of Fluid Mechanics*. 1960. V. 8. N. 2. P. 161–182.
90. Krylov V.V., Pritchard G.V. Experimental confirmation of the propulsion of marine vessels employing guided flexural waves in attached elastic fins // *Journal of Fluids and Structures*. 2007. V. 23. N. 2. P. 297–307.
91. Krylov V.V., Porteous E. Wave-like aquatic propulsion of mono-hull marine vessels // *Ocean Engineering*. 2010. V. 37. N. 4. P. 378–386.
92. Krylov V. V. On the role of nonlinear distortion in the theory of wave-like aquatic propulsion // *Ocean Engineering*. 2017. V. 145. Pages 15–23.
93. Krylov V. On the effect of elastic nonlinearity on aquatic propulsion caused by propagating flexural waves // arXiv [physics.flu-dyn]. 2016. V. 1602.06999v1. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1602.06999>.
94. Chamuel J. R. Edge waves along immersed elastic elliptical wedge with range dependent apex angle // *Proc. IEEE Ultrasonics Symposium*. 1993. V. 1. P. 313–318.
95. Abell B., Pyrak-Nolte L. Coupled wedge waves // *Journal of the Acoustical Society of America*. 2013. V. 134. N. 5. P. 3551–3560.
96. Недоспасов И. А. Особенности распространения обратных и прямых акустических волн в изотропных и анизотропных пластинах и структурах на их основе : 01.04.07 «Физика конденсированного состояния» : диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук / Недоспасов Илья Александрович ; ИРЭ им. В. А. Котельникова РАН. – Москва, 2019. – 129 с.
97. Pupyrev P.D., Nedospasov I.A., Mayer A.P. Guided acoustic waves at the intersection of interfaces and surfaces // *Ultrasonics*. 2019. V. 95. P. 52–62.

98. Nedospasov I.A., Mozhaev V.G., Kuznetsova I.E. Unusual energy properties of leaky backward Lamb waves in a submerged plate // *Ultrasonics*. 2017. V. 77. P. 95–99.
99. Кузнецова И. Е., Можаяев В. Г., Недоспасов И. А. Чисто сдвиговые обратные волны в пьезоэлектрических пластинах ниобата калия X- и Y срезов // *Радиотехника и электроника*. 2016. Т. 61. № 11. С. 1122–1131.
100. Недоспасов И.А., Можаяев В.Г., Кузнецова И.Е. Изучение обратных сдвиговых волн в пьезоэлектрических пластинах кристаллов класса 2mm на основе асимптотического разложения дисперсионных уравнений // *Учен. зап. физ. фак-та Моск. ун-та*. 2017. № 5. С. 1751308/1–1751308/3.
101. Kuznetsova I. E., Nedospasov I. A., Kolesov V. V., Qian Z., Wang B., Zhu F. Influence of electrical boundary conditions on profiles of acoustic field and electric potential of shear-horizontal acoustic waves in potassium niobate plates // *Ultrasonics*. 2018. V. 86. P. 6–13.
102. Zaitsev B., Kuznetsova I., Nedospasov I., Smirnov A., Semyonov, A. New approach to detection of guided waves with negative group velocity: Modeling and experiment // *Journal of Sound and Vibration*. 2019. V. 442. P. 155–166.
103. Миронов М.А. Точные решения уравнения поперечных колебаний стержня со специальным законом изменения поперечного сечения // *Акуст. журн.* 2017. Т. 63. № 5. С. 3–8.
104. Миронов М.А. Точные решения уравнения поперечных колебаний стержня со специальным законом изменения поперечного сечения вдоль его оси // *IX Всесоюзная акустическая конференция*. 1991. Секция Л. С. 23–26.
105. Викторов И. А. Физические основы применения ультразвуковых волн Рэлея и Лэмба в технике. М.: Наука, 1966.
106. Бадулин С. И., Цимринг Л. Ш., Шрира В. И. Захват и вертикальная фокусировка внутренних волн в пикноклине горизонтальными неоднородностями стратификации и течений // *Докл. АН СССР*. 1983. Т. 273. № 2. С. 459–463.

107. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. Нерелятивистская теория. М.: ГИФМЛ, 1963.
108. Pekeris C. L. Theory of propagation of sound in a half-space of variable sound velocity under condition of formation of a shadow zone // *Journal of the Acoustical Society of America*. 1946. V. 18. N. 2. P. 295–315.
109. Krylov V. V. Acoustic Black Holes: Recent Developments in the Theory and Applications // *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*. 2014. V. 61. N. 8. P. 1296–1306.
110. Bayod J. J. Experimental study of vibration damping in a modified elastic wedge of power-law profile // *Journal of Vibration and Acoustics*. 2011. V. 133. N. 6. P. 061003.
111. Миронов М. А. Разрезной стержень как вибрационная черная дыра // *Акустический журнал*. 2019. Т. 65. № 6. С. 736–739.
112. Pelat A., Gautiera F., Conlon S. C., Semperlotti F. The acoustic black hole: A review of theory and applications // *Journal of Sound and Vibration*. 2020. V. 476. P. 115316.
113. Guasch O., Arnela M., Sánchez-Martín P. Transfer matrices to characterize linear and quadratic acoustic black holes in duct terminations // *Journal of Sound and Vibration*. 2017. V. 395. P. 65–79.
114. Миронов М. А., Писляков В. В. Одномерные волны в замедляющих структурах со скоростью распространения, стремящейся к нулю // *Акуст. журн.* 2002. Т. 48. № 3. с. 400–405.
115. RITEC RAM-5000 specification. www.ritecinc.com/docs/RAM-5000_Info.pdf.
116. Труэлл Р., Эльбаум Ч., Чик Г. Ультразвуковые методы в физике твердого тела. М: Мир, 1972.
117. Зарембо Л. К., Красильников В. А. Нелинейные явления при распространении упругих волн в твердых телах // *УФН*. 1970. Т. 102. № 4. С. 549–586.

118. Зайцев В. Ю., Назаров В. Е., Турна В., Гусев В. Э., Кастаньеде Б. Экспериментальное исследование нелинейных акустических эффектов в зернистых средах // *Акуст. журн.* 2005. Т. 51. № 5. С. 633–644.
119. Коробов А. И., Прохоров В. М. Нелинейные акустические свойства алюминиевого сплава В95 и композита В95/наноалмаз // *Акуст. журн.* 2016. Т. 62. № 6. С. 661–667.
120. Назаров В. Е., Сутин А. М. Генерация гармоник при распространении упругих волн в твердых нелинейных средах // *Акуст. журн.* 1989. Т. 35. № 4. С. 711–716.
121. Конструкционные материалы. Справочник. Под ред. Арзамасова Б. Н. М.: Машиностроение, 1990.
122. Коробов А. И., Батенев А. В., Бражкин Ю. А. Нелинейные упругие свойства сплава алюминия марки Д16 и чугуна КЧ35-10 // *Дефектоскопия.* 2000. № 2. С. 37–44.
123. Degertekin F. L., Khuri-Yakub V. T. Hertzian contact transducers for nondestructive evaluation // *Journal of the Acoustical Society of America.* 1996. V. 99. № 1. P. 299–308.
124. Варгафтик Н. Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М.: Наука. 1972.
125. Беззубов Л. П. Химия жиров. М.: Пищепромиздат, 1962.
126. Calculating the viscosity curve.
<https://widman.biz/English/Calculators/Graph.html>.
127. Бобровницкий Ю. И., Томилина Т. М. Поглощение звука и метаматериалы (обзор) // *Акуст. журн.* 2018. Т. 64. № 5. С. 517–525.
128. Мильков М. Г., Кокшайский А. И., Скачков И. В., Ширгина Н. В. Экспериментальное исследование акустической склейки акустооптическим способом // *Труды 17-й Всероссийской школы-семинара «Волновые явления в неоднородных средах им А.П. Сухорукова».* 2020. С. 14–16.