

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

*На правах рукописи*

**Корноухов Вадим Сергеевич**  
**Динамические модели гравитирующих колец**  
**в небесной механике**

**1.3.1. Физика космоса, астрономия**

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Москва – 2022

Работа выполнена на кафедре небесной механики, астрометрии и гравиметрии физического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова.

**Научный руководитель** — *Кондратьев Борис Петрович — доктор физико-математических наук, профессор*

**Официальные оппоненты** — *Кузнецов Эдуард Дмитриевич — доктор физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой астрономии, геодезии, экологии и мониторинга окружающей среды Института естественных наук и математики Уральского федерального университета имени первого Президента России Б.Н.Ельцина*

---

*Перепёлкин Вадим Владимирович — доктор физико-математических наук, профессор кафедры «Мехатроника и теоретическая механика» Московского авиационного института*

---

*Чазов Вадим Викторович — доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник Лаборатории космического мониторинга Государственного астрономического института имени П.К.Штернберга Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова*

Защита диссертации состоится «1» декабря 2022 г. в 14 часов на заседании диссертационного совета МГУ.013.1 Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова по адресу: 119991, г. Москва, Университетский проспект, дом 13, конференц-зал.

E-mail: vs.kornoukhov@physics.msu.ru

С диссертацией можно ознакомиться в отделе диссертаций научной библиотеки МГУ имени М.В. Ломоносова (Ломоносовский просп., д. 27) и на сайте ИАС «ИСТИНА»:

<https://istina.msu.ru/dissertations/494114029>

Автореферат разослан «31» октября 2022 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета,  
кандидат физико-математических наук

О.М. Белова

## Общая характеристика работы.

**Актуальность темы исследования и степень её разработанности.** Эта диссертация посвящена гравитирующим кольцам в небесной механике. В современной астрономической практике исследователи довольно часто встречаются с кольцевыми структурами. Примеры хорошо известны: кольца вокруг планет-гигантов в Солнечной системе, состоящие из относительно мелких тел; кольцевые структуры из звёзд в галактиках и тороидальные структуры, которые близки к кольцевым. Пояс Койпера в Солнечной системе также можно моделировать тороидальной структурой (или кольцевой, но с меньшей точностью).

До недавнего времени кольца в Солнечной системе были известны только у четырёх планет – газовых гигантов: это Сатурн, Юпитер, Уран и Нептун. Изучению этих колец посвящено много работ, см., например, книгу [1]. Однако недавно, в 2014 году при наблюдении покрытия звезды астероидом (это событие отслеживали 7 крупных телескопов) неожиданно были открыты кольца у представителя малых тел [2]. Это был астероид средних размеров – астероид-кентавр Харикло (Chariklo).

Выяснилось, что астероид Харикло имеет два кольца, что резко выделяет его среди других астероидов. Сейчас известно [3], что система колец астероида Харикло состоит из плотного внутреннего кольца *CR1* шириной  $5.5 \div 7.0$  км и радиусом  $390.6 \pm 3.3$  км и менее массивного внешнего кольца *CR2* шириной  $0.1 \div 1.75$  км и радиусом  $405.4 \pm 3.3$  км. Между кольцами существует зазор (щель) шириной  $\sim 14.8$  км.

Открытие колец привлекло внимание исследователей к астероиду Харикло. Однако сведения об этих кольцах в литературе до сих пор являются неполными: нет, например, данных о плотности вещества и массе колец. Поэтому изучение динамики астероида Харикло и его колец остается актуальной задачей.

Ещё одно важное открытие было сделано в 2017 году: при наблюдении прохождения по звезде фона было обнаружено плотное кольцо шириной 70 км и радиусом около 2287 км вокруг карликовой планеты Хаумеа (Haumea) [4]. С динамической точки зрения важно заметить, что это кольцо расположено довольно близко к самой планете (внутри предельного радиуса Роша), причем частицы в кольце делают полный оборот за утроенный период вращения самой Хаумеа. Открытие кольца ещё больше подогрело внимание к Хаумеа.

Метод, который используется в данной работе, заключается в построении специальных моделей колец. А именно, тонкие кольца вокруг небесных тел представляются в виде так называемых колец Гаусса. Кольцо Гаусса представляет собой кеплеров эллипс с одномерной плотностью обратно пропорциональной линейной скорости тела на кеплеровой орбите, в некотором смысле, масса тела «размазывается» по эллиптической орбите.

**Цели и задачи диссертационной работы.** Целью работы является развитие метода колец Гаусса и применение его к изучению колец вокруг малых тел Солнечной системы. Для достижения этой цели были поставлены задачи:

1. Адаптация аналитического выражения потенциала кольца Гаусса для применения его на практике;
2. Вычисление взаимной гравитационной энергии двух колец Гаусса;
3. Использование этой взаимной энергии в качестве возмущающей функции при выводе уравнений вековой эволюции колец;
4. Уточнение размеров, формы и внутренней структуры карликовой планеты Хаумеа, а также расположения материального кольца вокруг неё;
5. Вычисление периодов нодальной и апсидальной прецессии кольца Хаумеа;
6. Разработка и применение новой модели R-тороида, как трёхмерного обобщения прецессирующего кольца Гаусса.

**Научная новизна** работы заключается в создании и применении комплексного метода изучения динамики малых тел и колец вокруг них. В основном метод направлен:

1. На создание более совершенного способа уточнения размеров и пространственной ориентации эллипсоидального тела по лимбу в картинной плоскости;
2. Изучение новым методом, основанным на взаимной энергии тел, динамических и гравитационных свойств систем колец Гаусса;
3. Разработка и применение нового метода R-тороида. Использование взаимной гравитационной энергии R-тороида и внешнего кольца Гаусса для получения систем уравнений динамической эволюции орбит.

**Теоретическая и практическая значимость** работы заключается в демонстрации эффективности методов колец Гаусса и R-тороида применительно к малым телам и планетам Солнечной системы, а также к экзопланетам. Полученные на основе этих методов результаты по динамике карликовой планеты Хаумеа и циркумбинарных экзопланет расширяют наши представления об этих небесных телах. Взаимная гравитационная энергия кольца Гаусса с центральным телом позволила оценить нодальную прецессию материального кольца Хаумеа.

**Объект и предмет исследования.** В диссертационной работе изучаются гравитирующие кольца, такие как кольца Гаусса и кольца не планетного типа вокруг малых планет, а также новый объект – прецессирующее кольцо Гаусса (R-тороид).

**Методология и методы исследования.** В данной работе развивается и применяется комплексный подход к изучению динамики небесных тел, имеющих кольца. Этот подход включает в себя не только метод описания динамических и гравитационных свойств **систем колец Гаусса**, но также и создание новой аналитической **модели R-тороида**, в основе которой лежит 3D обобщение прецессирующего кольца Гаусса.

**Основные положения, выносимые на защиту:**

1. Алгоритм построения усечённого ряда по степеням эксцентриситета гравитационного потенциала кольца Гаусса в его главной плоскости расширяет область практического применения колец Гаусса в небесной механике;
2. Метод изучения вековой и долгопериодической эволюции планетных орбит, основанный на разложении взаимной гравитационной энергии двух колец Гаусса в ряд по степеням малых эксцентриситетов и углов ориентации, позволяет получать характеристики и параметры эволюции орбит планет в рамках двухпланетной задачи;
3. Замкнутая система уравнения для определения пространственной ориентации и фигуры равновесия каменно-ледяного эллипсоида по его проекции на картинную плоскость и кривым блеска на две различные даты наблюдения уточняет характеристики и параметры орбитальной вековой и долгопериодической эволюции для карликовой планеты Хаумеа;
4. Модель R-тороида как результат трёхмерного обобщения прецессирующего кольца Гаусса, параметры фигуры и внешний потенциал R-тороида, взаимная энергия R-тороида и кольца Гаусса и созданные на этой основе уравнения вековой эволюции пробных орбит в циркумбинарных экзопланетных системах позволяют находить характеристики нодальной и апсидальной прецессии этих орбит.

**Достоверность результатов** в данной работе определяется использованием в ней надежных и проверенных теоретических методов и вычислительных алгоритмов, а также тем, что все основные результаты прошли проверку, доложены на международных и всероссийских конференциях, а также опубликованы в авторитетных рецензируемых журналах.

**Апробация работы.** Международные конференции:

1. Уточнение размеров и формы карликовой планеты Хаумеа по наблюдениям покрытия ей звезды и данным фотометрии. Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов-2018», МГУ имени М.В. Ломоносова, Россия, 10-11 апреля 2018 (устный)
2. To the question of precession ring around dwarf planet Haumea. THE ELEVENTH MOSCOW SOLAR SYSTEM SYMPOSIUM 11M-S3, SPACE RESEARCH INSTITUTE OF RUSSIAN ACADEMY OF SCIENCES, Москва, Россия, 5-9 октября 2020 (устный)

Всероссийские конференции:

1. Determination of the figure of the dwarf planet Haumea from observations of a stellar occultation and photometry data. Всероссийская астрометрическая конференция «Пулковско-2018», Санкт-Петербург, Россия, 1-5 октября 2018 (устный)
2. Новый подход к задаче о вековых возмущениях в небесной механике: метод взаимной энергии двух колец Гаусса. Третья астрометрическая конференция-школа «Астрометрия вчера, сегодня, завтра», Москва, МГУ имени М.В. Ломоносова, ГАИШ, Россия, 14-16 октября 2019 (устный)
3. Высокоточные определения орбит спутников карликовой планеты Хаумеа. Третья астрометрическая конференция-школа «Астрометрия вчера, сегодня, завтра», Москва, МГУ имени М.В. Ломоносова, ГАИШ, Россия, 14-16 октября 2019 (устный)

**Публикации по теме диссертации.** Основные результаты были опубликованы в 7 рецензируемых научных изданиях, индексируемых в базе данных Web of Science, Scopus, RSCI, рекомендованных для защиты в диссертационном совете МГУ по специальности:

1. Кондратьев Б.П., **Корноухов В.С.**, Трубицына Н.Г. Разложение компланарного потенциала кольца Гаусса в ряд по степеням эксцентриситета. *Астрономический Вестник. Исследования Солнечной Системы*. 2021. т.55. №4. с.348-358 (пятилетний импакт-фактор РИНЦ 2021: 1.266) // Переводная версия: Kondratyev B.P., **Kornoukhov V.S.**, Trubitsyna N.G. Decomposition of the coplanar potential of the Gaussian ring in a series in degrees of eccentricity. *Solar System Research*. 2021. vol.55. is.4. p.348-357 (impact-factor WoS: 0.790)
2. Кондратьев Б.П., **Корноухов В.С.** Взаимная энергия колец Гаусса. *Журнал Технической Физики*. 2019. т.89. №10. с.1477-1481 (пятилетний импакт-фактор РИНЦ 2021: 0.776) // Переводная версия: Kondratyev B.P., **Kornoukhov V.S.** Mutual energy

- of Gaussian rings. *Technical Physics*. 2019. vol.64. is.10. p.1395-1399 (impact-factor WoS: 0.489)
3. Кондратьев Б.П., **Корноухов В.С.** Взаимная гравитационная энергия колец Гаусса и проблема возмущений в небесной механике. *Астрономический Журнал*. 2020. т.97. №5. с.408-420 (пятилетний импакт-фактор РИНЦ 2021: 1.369) // Переводная версия: Kondratyev B.P., **Kornoukhov V.S.** Mutual gravitational energy of Gaussian rings and the problem of perturbations in celestial mechanics. *Astronomy Reports*. 2020. vol.64. is.5. p.434-446 (impact-factor WoS: 1.172)
  4. Kondratyev B.P., **Kornoukhov V.S.** Determination of the body of the dwarf planet Haumea from observations of a stellar occultation and photometry data. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. 2018. vol.478. p.3159-3176 (impact-factor WoS: 5.232)
  5. Кондратьев Б.П., **Корноухов В.С.** Вековая эволюция колец вокруг трёхосных гравитирующих тел. *Астрономический Журнал*. 2020. т.97. №10. с.866-872 (пятилетний импакт-фактор РИНЦ 2021: 1.369) // Переводная версия: Kondratyev B.P., **Kornoukhov V.S.** Secular evolution of rings around rotating triaxial gravitating bodies // *Astronomy Reports*. 2020. vol.64. is.10. p.870-875 (impact-factor WoS: 1.172)
  6. Кондратьев Б.П., **Корноухов В.С.** R-тороид как трёхмерное обобщение кольца Гаусса и его применение в астрономии. *Астрономический Журнал*. 2021. т.98. №5. с.407-422 (пятилетний импакт-фактор РИНЦ 2021: 1.369) // Переводная версия: Kondratyev B.P., **Kornoukhov V.S.** R-toroid as a three-dimensional generalization of a Gaussian ring and its application in Astronomy. *Astronomy Reports*. 2021. vol.65. is.5. p.412-426 (impact-factor WoS: 1.172)
  7. Кондратьев Б.П., **Корноухов В.С.** Исследование вековой эволюции циркумбинарных систем на моделях R-тороида и колец Гаусса // *Астрономический Журнал*. 2021. т.98. №7. с.571-580 (пятилетний импакт-фактор РИНЦ 2021: 1.369) // Переводная версия: Kondratyev B.P., **Kornoukhov V.S.** Study of the secular evolution of circumbinary systems using R-toroid and Gaussian ring models. *Astronomy Reports*. 2021. vol.65. is.7. p.588-597 (impact-factor WoS: 1.172)

**Личный вклад автора.** Автор диссертации активно участвовал в разработке новых методов и, в частности, внес вклад в создание моделей взаимодействующих колец Гаусса и R-тороида. С его участием были разработаны программы с помощью пакетов Maple и Wolfram Mathematica, которые позволили уточнить форму карликовой планеты Хаумеа, направ-

ление оси её вращения и рассчитать частоту прецессии её кольца. Им были составлены программы по расчёту частот прецессии для орбит пробных планет в трёх экзопланетных системах. Кроме того, диссертант провёл важную работу по проверке математического аппарата, применённого в указанных исследованиях, а также по поиску новой информации о циркумбинарных экзопланетах в научной литературе.

**Структура работы.** Работа состоит из введения, 3-х глав и заключения. Полный объём диссертация размещён на 117 страницах и включает 28 рисунков, 6 таблиц, список литературы из 54 наименований и 3-х Приложений.

**Глава 1** посвящена кольцам Гаусса. Ранее кольца Гаусса уже рассматривались в ряде работ (подробнее см. главу 1), однако новым в нашей работе является постановка и решение сложной задачи о нахождении взаимной энергии двух колец Гаусса. Эта взаимная энергия колец используется в качестве функции возмущений и применяется для вывода уравнений вековой эволюции орбит и колец.

**Глава 2** посвящена удивительной карликовой планете Хаумеа, входящей в число транснептуновых объектов, а также динамике недавно открытого вокруг неё кольца из частиц. Здесь важную роль играет решение обратной задачи: восстановление пространственной формы трёхосного объекта по его наблюдаемому лимбу и данным фотометрии.

**Глава 3** посвящена новой динамической модели – трёхмерному обобщению прецессирующего кольца Гаусса. Эта модель получила название R-тороида. Заметим, что этот объект имеет смысл вводить, когда период прецессии орбиты внутренней (возмущающей) планеты сравним с орбитальным периодом внешней планеты. В таком случае для внутренней орбиты в сравнении с внешней «быстрыми» переменными оказываются не только средние аномалии орбит, но и долготы внутренней орбиты. В этой главе изучается форма и гравитационный потенциал R-тороида. Особое внимание уделяется решению сложной задачи – нахождению взаимной энергии новой фигуры и внешнего кольца Гаусса. Модель R-тороида особенно актуальна для изучения динамики экзопланет у других звёзд. В данной работе даны примеры изучения новым методом вековой прецессии и эволюции орбит в циркумбинарных системах экзопланет.

### **Основные выводы.**

В диссертационной работе были поставлены и решены следующие основные задачи:

- Потенциал кольца Гаусса в его собственной плоскости представлен в виде ряда по малому эксцентриситету. Алгоритм ряда использовался в расчетах силовых полей колец Гаусса для планет Солнечной системы.
- Найдена взаимная гравитационная энергия двух колец Гаусса в виде усечённого ряда Тейлора (до 4-ой степени включительно) по малым эксцентриситетам и взаимному наклону. Алгоритм этого ряда успешно применен при изучении вековой и долгопериодической эволюции планетных орбит на примере двупланетной задачи «Солнце-Юпитер-Сатурн».
- Построен алгоритм в виде замкнутой системы из восьми алгебраических уравнений для решения обратной задачи о нахождении пространственной ориентации и размеров небесных тел эллипсоидальной формы с учетом данных фотометрии и формы лимба тел в картинной плоскости. Данный метод успешно применен при исследовании формы и динамики карликовой планеты Хаумеа. Разработан алгоритм усреднения внешнего потенциала вокруг быстро вращающегося трехосного эллипсоида и найдены две главные зональные гармоники. Подход позволил рассчитать прецессию кольца вокруг Хаумеа.
- Построена модель трёхмерного обобщения прецессирующего кольца Гаусса (R-тороид), изучена его форма и внешний гравитационный потенциал. Найдена взаимная энергия R-тороида и внешнего кольца Гаусса. Модель R-тороида применяется для изучения вековой динамики экзопланет и, в частности, для вычисления периодов нодальной и апсидальной прецессии пробных орбит в циркумбинарных экзопланетных системах Kepler-413 и Kepler-453.

Наконец заметим, что круг задач, связанных с динамикой гравитирующих колец, ещё не исчерпан. Например, классический метод Гаусса, как уже было отмечено, «ломается» в случае острых резонансов, поэтому актуальной остаётся проблема адаптации этого метода к задачам с острыми резонансами. Актуальными остаются и задачи о влиянии различных резонансов на структуру R-колец и R-тороидов.

## Список литературы

- [1] Горькавый Н.Н., Фридман А.М. Физика планетных колец. Небесная механика сплошной среды. 1994, Наука, М., 348 с.
- [2] Braga-Ribas F., Sicardy B., Ortiz J.L. et al. A ring system detected around the Centaur (10199) Chariklo // Nature. 2014. vol.508. is.7494. p.72-75

- [3] Bérard D., Sicardy B., Camargo J.I.B. et al. The structure of Chariklo's rings from stellar occultation // *The Astronomical Journal*. 2017. vol.154. is.4. id.144. 21pp
- [4] Ortiz J.L., Santos-Sanz P., Sicardy B. et al. The size, shape, density and ring of the dwarf planet Haumea from stellar occultation // *Nature*. 2017. vol.550. is.7675. p.219-223